PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Eduardo Lopes de Macedo

Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo
2012

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Eduardo Lopes de Macedo

Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina.***

São Paulo

2012

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura ___________________________________ *Local e Data* ___________

O dia mais belo? Hoje
A coisa mais fácil? Equivocar-se
O obstáculo maior? O medo
O erro maior? Abandonar-se
A raiz de todos os males? O egoísmo
A distração mais bela? O trabalho
A pior derrota? O desalento
Os melhores professores? As crianças
A primeira necessidade? Comunicar-se
O que mais faz feliz? Ser útil aos demais
O mistério maior? A morte
O pior defeito? O mau humor
A coisa mais perigosa? A mentira
O sentimento pior? O rancor
O presente mais belo? O perdão
O mais imprescindível? O lar
A estrada mais rápida? O caminho correto
A sensação mais grata? A paz interior
O resguardo mais eficaz? O sorriso
O melhor remédio? O otimismo
A maior satisfação? O dever cumprido
A força mais potente do mundo? A fé
As pessoas mais necessárias? Os pais
A coisa mais bela de todas? O amor.

(Madre Teresa de Calcutá)

Ao meu pai herói, Sr. Sebastião.

À minha amada esposa Lílian.

Essa conquista é nossa!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pelo dom da existência, por ser o Senhor da minha vida e não me abandonar nunca.

À minha orientadora, Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina, por fazer parte de minha vida com tanto conhecimento e simplicidade. Obrigado pelas incansáveis e sábias contribuições que tornaram possível a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Sebastião, Ivonete e Inácia (em memória), por nunca terem me deixado faltar amor. Obrigado por tudo!

À minha esposa Lílian Polo de Queiroz Macedo, que sempre me apoiou em todos os momentos desta longa caminhada, sendo meu braço direito em todas as decisões tomadas. Todo o meu amor e admiração.

Ao corpo diretivo da escola em que a intervenção foi realizada, principalmente nas pessoas de Kacianna e Juliana, que acolheram a ideia proposta e permitiram o seu pleno desenvolvimento, todo meu respeito e gratidão.

Aos queridos alunos participantes, vocês são, acima de tudo, colaboradores e responsáveis pela existência desta pesquisa. Terão sempre a minha sincera admiração.

A todos os colegas do grupo REPARE: Adriana, Aida, Ana Paula, Anne, Cido, Euri, Franciana, Gabriela, Madeline, Paulo, Perovano, Rogério, Valmir e Vera. Obrigado pelas suas contribuições ao trabalho.

Às professoras Sílvia Alcântara Machado e Gabriela dos Santos Barbosa, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora e contribuíram com suas criticas, sugestões e recomendações. Muito obrigado.

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, pela concessão da Bolsa Mestrado que possibilitou a realização desta pesquisa.

RESUMO

A presente pesquisa teve por objetivo investigar as potencialidades de uma sequência de ensino, elaborada com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples. Com o intuito de atingir tal objetivo elaborou-se um estudo, de metodologia quase-experimental, com duas turmas de uma escola da rede pública estadual da cidade de São Paulo. Essas turmas constituíram dois grupos, compostos por 20 estudantes cada; o grupo de controle (GC), que teve aulas convencionais sobre o conceito de Proporção Simples, e o grupo experimental (GE), que passou por uma intervenção de ensino diferenciada, baseada na apreensão desses conceitos por meio de situações que representavam práticas cotidianas do estudante. Todos os participantes passaram por um pré-teste, no início do trabalho, e um pós-teste, realizado após a intervenção de ensino. A fundamentação teórica da pesquisa contou com a teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (2009). Utilizamos, ainda, o estudo correlato de Magina, Santos, Merlini (no prelo). Decidimos investigar nossos resultados com duas análises: a quantitativa, realizada nas comparações entre os grupos e de nossas variáveis de pesquisa; e a qualitativa, realizada na interpretação das estratégias de resolução utilizadas e dos erros cometidos pelos estudantes. Para efeito de confiabilidade dos dados analisados quantitativamente, estes foram tratados estatisticamente. As análises apontaram que, no pós-teste, os estudantes do GE tiveram um crescimento significativo, equipararam seus resultados nas variáveis de pesquisa analisadas, aprimoraram o uso de estratégias conhecidas, apropriaram-se de novas estratégias de resolução. Os resultados permitiram inferir que o processo de aprendizagem do conceito de Proporção Simples, pautado nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, mostrou-se um método eficiente. Ao final do estudo, os estudantes apresentaram uma compreensão ampliada acerca do conceito abordado, além do aumento da capacidade de reflexão sobre o uso das estratégias mais eficazes para a resolução das questões propostas.

Palavras-chave: Proporção Simples; EJA; Teoria dos Campos Conceituais; Intervenção de ensino.

ABSTRACT

This research aimed at investigating the potential of a teaching material which had been designed based on the previous knowledge of Adult Education students and under the perspective of the Theory of Conceptual Fields for the learning of the concept of Simple Proportion. Aiming at meeting the objective above, a quasi-experimental study was designed to be applied with two classes at a state school in the city of São Paulo. These classes constituted two groups of 20 students; the control group (CG) – who received conventional classes on the subject of Simple Proportion - and the experimental group (EG) – who underwent a different teaching intervention, based on the apprehension of the concepts by means of situations that were representative of the students' daily practices. Participants underwent a pre-test at the beginning of the research and a post-test after the intervention had been carried out. The theoretical framework for this research encompassed the theory of Conceptual Fields, as proposed by Vergnaud (2009). We also used the correlated study by Magina, Santos, Merlini (in press). We have decided to investigate our results by means of two types of analyses: quantitative analysis, carried out by means of comparisons between groups and our research variables; and qualitative analysis, carried out by interpreting strategies employed in the solution of problems, and by interpreting the mistakes made by the students. For reliability purposes, data analyzed quantitatively were treated statistically. Analyses show that on the post test, the EG students had a meaningful improvement; matching their results on the variables of analyzed researched; improved the use of known strategies; internalized new solution strategies. Results allowed us to infer that the learning process of the concept of Simple Proportion is effective when based on adult students' previous knowledge, and within the perspective of the Theory of Conceptual Fields. At the end of the study, students showed a broader understanding of the concept studied, besides showing an enhanced capacity of reflection about the use of the more effective strategies for the solution of proposed problems.

Keywords: Simple Proportion; Adult Education; Theory of Conceptual Fields; Teaching Intervention.

SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

INTRODUÇÃO

Esta introdução tem a finalidade de apresentar, de maneira sucinta e geral, a nossa pesquisa. Ela se inicia com a descrição de nossa motivação para realizar este estudo e nessa parte contamos, ainda, um pouco de nossa história.

Na sequência, apresentaremos nossa problemática e justificativa, assim como o objetivo e a questão de pesquisa que norteou nosso trabalho.

Finalizaremos esta Introdução, apresentando um índice comentado, contendo informações sobre cada um dos seguintes capítulos desta pesquisa.

Motivação do Estudo

A motivação para esta pesquisa surgiu da minha prática em sala de aula. Trabalho como professor de matemática há oito anos, sendo que desde 2006 apenas com turmas da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Minha ligação com essa modalidade de ensino surgiu já no meu convívio social, antes mesmo da minha formação como professor.

Sou filho de lavrador e, durante meus estudos na Educação Básica, tive meu pai como companheiro nas minhas dúvidas escolares. Esse senhor não chegou a cursar nem mesmo o ciclo II do Ensino Fundamental, mas o seu conhecimento de mundo bastava para dar conta das minhas inquietações oriundas da vida escolar, principalmente, daquelas surgidas nas aulas de matemática.

Meu pai, comerciante aposentado, nunca quis voltar para a escola, mas atualmente é grande o número de jovens e adultos que, por diferentes motivos, decidem matricular-se no curso presencial da EJA. São estudantes diferenciados, com histórias próprias, que voltam para a escola em busca de uma melhor formação, normalmente, com vistas ao mercado de trabalho cada vez mais exigente.

Trabalhar com essa clientela exige do professor atenção às particularidades de cada estudante, buscando situações de ensino e de aprendizagem em que se valorizem os seus conhecimentos prévios. Diferentemente do Ensino Regular, os estudantes da EJA costumam ser cidadãos já inseridos no mercado de trabalho, com responsabilidades perante suas famílias e a sociedade.

Outra característica que percebemos na EJA é o alto número de evasão[1]. Vejo como uma justificativa plausível para a evasão, as dificuldades encontradas por esses estudantes em adaptar-se ao modelo de nossas escolas, que ainda priorizam o modelo da "Educação Bancária" (FREIRE, 2005). Os tempos são outros e nós, educadores, não podemos acreditar numa educação que priorize a transferência de conhecimento. É preciso uma mudança na pedagogia vista como tradicional para aquela considerada construtiva, tornando estudantes e professores parceiros na apreensão do conhecimento.

Os documentos oficiais também apontam para essa mudança de paradigma. A Educação Básica, que antes era vista como uma etapa de preparação para o prosseguimento dos estudos e habilitação para uma profissão técnica, a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB, lei 9.394/96, em seu artigo 22, passa a ter a finalidade de "desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (BRASIL, 1996, p.9).

No que tange à disciplina de Matemática, pude constatar, após esses anos lecionando para estudantes da EJA, que é preocupante a dificuldade destes na apreensão dos conhecimentos matemáticos. É fácil ouvir do estudante frases típicas, como: "Eu odeio a matemática", "Vou abandonar o curso porque nunca vou aprender matemática" e "Não sei pra que tudo isso, pois nunca vou usar".

Na necessidade de propiciar ao educando um ensino de qualidade, passei a realizar, com todas as turmas em que leciono, uma revisão dos conceitos considerados de base para a apreensão de novos objetos matemáticos. Dentre os

[1] Dados relacionados à escola participante da pesquisa, em que o pesquisador é também professor.

diferentes conceitos abordados, um se destacou mediante a dificuldade dos estudantes no seu entendimento: Proporção Simples.

O conhecimento acerca da proporcionalidade serve de base para a construção de outros objetos específicos da matemática, como na construção do conceito de função, que pode ser iniciado pela compreensão acerca de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, ou auxiliando outras disciplinas escolares, como na Geografia, com o uso dos mapas com escalas reduzidas proporcionalmente; na Física, como ferramenta para o cálculo do movimento retilíneo uniforme; e na Química, auxiliando com os cálculos estequiométricos. Também pudemos constatar que na avaliação SARESP (SÃO PAULO, 2010b), questões que abordavam, entre outros conhecimentos, noções de proporcionalidade tiveram um resultado insatisfatório.

Como cidadãos, os estudantes da EJA necessitam desse conhecimento para o enfrentamento de questões cotidianas, como o preparo de uma receita culinária, compras em supermercados, assim como no exercício de suas profissões e no equilíbrio de sua vida financeira.

Nesse cenário e, a partir do ingresso no mestrado, foram vários os momentos de discussão e reflexão sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Decidimos então, elaborar uma sequência de ensino acerca do conceito de Proporção Simples, com o intuito de propiciar uma aprendizagem com significados na formação do cidadão, adaptando o seu conhecimento prévio[2] à matemática, utilizando como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009). A escolha de tal teoria justifica-se pela necessidade da estrutura e inter-relação entre os conceitos que formam o campo conceitual multiplicativo, e pela possibilidade de se trabalhar com diferentes situações para a aprendizagem destes (SILVA, Edgar, 2008, p.21).

Portanto, nosso estudo está inserido na área de Educação Matemática para jovens e adultos e visa contribuir com pesquisas que buscam proporcionar aos estudantes uma aprendizagem de novos conceitos matemáticos, que integre o conhecimento prévio do aluno às rotinas escolares.

[2] Conhecimento prévio, em nosso trabalho, é interpretado como o conhecimento de mundo, seja este matemático ou não, oriundo do enfrentamento de questões cotidianas pelo sujeito.

Problemática e Justificativa

Segundo dados do Pnad/IBGE 2009 (INEP, 2010, p.17), a população brasileira com mais de 18 anos, que ainda estava fora da escola e não havia concluído nem mesmo o Ensino Fundamental, chegava a 57,7 milhões de pessoas.

De acordo com o Censo Escolar (INEP, 2010, p.17), foram feitas no Brasil, 4.234.956 matrículas na modalidade EJA no ano de 2010, destas, 1.388.852 apenas no Ensino Médio. Dos estudantes matriculados, muitos acabam evadindo no decorrer do curso, por diferentes motivos, dentre eles: conciliação trabalho-escola-família, dificuldade com a aprendizagem e falta de motivação.

Num contraponto, o Censo Escolar (INEP, 2010, p.17) ainda aponta que as unidades escolares que oferecem a modalidade EJA estão diminuindo no Brasil, causando dificuldade de locomoção para os estudantes. Tal constatação mostra-se um contraponto porque a Educação de Jovens e Adultos tem sua oferta garantida pela LDB, lei 9.394/96, segundo o artigo 37, “àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria” (BRASIL, L., 1996, p.15).

Entendemos que o professor que se propõe a atuar no âmbito da EJA precisa ter uma visão que priorize a formação do cidadão, integrando o seu conhecimento prévio com os currículos escolares, não deixando que estes tenham início e fim em si mesmos. Esse é o caso da forma como o conceito de Proporção Simples é normalmente abordado nas séries anteriores ao Ensino Médio, em que há uma priorização do algoritmo familiarmente chamado “Regra de três”, em detrimento da compreensão.

De fato, o ensino de tais conceitos costuma estar atrelado a esse algoritmo. Embora reconheçamos a eficiência de tal regra, defendemos que ela prejudica a construção do conceito de proporcionalidade. Senão, imaginemos a seguinte situação:

“No supermercado Boas Compras havia a seguinte promoção de Páscoa: Na compra de 4 ovos de Páscoa, a pessoa ganharia 2 bombons de morango. João, que

tem 16 netos, quer dar um ovo de Páscoa para cada um. Se João comprar os ovos de Páscoa para seus netos nesse supermercado, quantos bombons de morango ele receberá de brinde?"

Se o estudante for resolver o problema simplesmente aplicando o algoritmo da regra de três, ele faria:

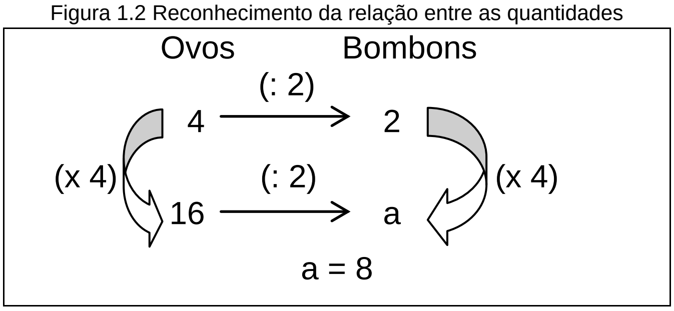
Figura 1.1 Uso da regra de três

$$\begin{array}{cc} 4 & 2 \\ 16 & a \end{array} \qquad \begin{aligned} 4\,a &= 16 \times 2 \\ 4\,a &= 32 \\ a &= \frac{32}{4} \\ a &= 8 \end{aligned}$$

Esse procedimento implica em multiplicar a quantidade de ovos de Páscoa que se pretende comprar pela quantidade mínima de bombons de morango que se ganha, dividindo na sequência o resultado obtido, pela quantidade mínima de ovos que é preciso comprar para ganhar os bombons, chegando então a quantidade de bombons que irá ganhar. Resumindo: *"multiplicam-se ovos por bombons, dividem-se por ovos e encontram-se bombons!"*

Por outro lado, se o estudante pensar proporcionalmente, seu procedimento poderá ser representado pelo seguinte esquema:

Figura 1.2 Reconhecimento da relação entre as quantidades



Nesse caso, ele poderia determinar o resultado por meio do reconhecimento da relação entre ovos e bombons. De acordo com a primeira linha do esquema, a divisão da quantidade de ovos pelo número 2, determina a quantidade de bombons. O mesmo número pode ser aplicado na quantidade de ovos da segunda linha do esquema para determinar o valor da incógnita, que por sua vez encontra-se na coluna dos bombons.

Numa outra tentativa, o estudante poderia utilizar os valores da primeira coluna do esquema, notando que a quantidade de ovos da primeira linha multiplicados pelo número 4, determina a quantidade de ovos da segunda linha. O mesmo número pode ser aplicado na quantidade de bombons da segunda coluna do esquema para determinar o valor da incógnita, que por sua vez encontra-se na coluna dos bombons. Portanto, nos dois procedimentos apresentados pelo Esquema 2, o estudante entende o porquê da resposta ser dada em *quantidade de bombons* e não em *quantidades de ovos*.

Acreditamos que o tipo de abordagem feita apenas com um único algoritmo, com o passar dos anos, torna-se mecânico para o estudante durante as aulas, o que não implica em conhecimento apreendido. Isso faz com que os estudantes não reconheçam em problemas do seu cotidiano a aplicabilidade desses conceitos abordados na escola.

Ainda, quando esse tipo de abordagem é feita com estudantes da EJA, não apresenta nenhuma ligação com situações do seu cotidiano e não relaciona o conhecimento prévio do educando com a construção de um novo objeto matemático, dificultando a apreensão desse conceito, tão importante para o prosseguimento dos estudos e da vida social.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), no que se refere à Matemática, buscou-se definir um currículo que privilegiasse o essencial e o significativo no ensino de tal disciplina, com a contextualização assumindo um importante elo entre os conhecimentos e a atribuição dos seus significados para o aluno.

A noção de proporcionalidade serve de base para a aquisição de diferentes conceitos matemáticos e sua aplicação ultrapassa os muros escolares, sendo sua abordagem muito mais interessante quando se usa a contextualização com outras disciplinas, fenômenos da natureza ou situações cotidianas. Nesse sentido, elencamos algumas das situações em que encontramos o uso da proporcionalidade, mas nem sempre percebemos:

- na matemática, ao se introduzir os primeiros ensinamentos de função afim;

- no uso da Proporção áurea pelos pintores do século IX, como Leonardo da Vinci, que em suas obras Monalisa e o Homem Vitruviano, fez uso de tal proporção buscando a harmonia e o equilíbrio entre as formas, proporcionando a beleza idealizada na época;

- também temos a proporção dos ingredientes, usada pelas cozinheiras em suas receitas culinárias e por pedreiros ao preparar uma massa de concreto. Para as duas profissões, o erro no cálculo dessa proporção pode levar ao cozimento de um prato indigesto e a uma massa sem consistência, respectivamente;

- no caso do arquiteto, que tem seu trabalho facilitado pelo uso de uma maquete com escalas reduzidas, proporcionais às medidas reais de uma construção qualquer;

- por fim, mas não esgotando todas as situações, temos o caso do Efeito Estufa, que representa uma quebra na proporção dos gases da atmosfera, fazendo aumentar a temperatura na Terra.

É a partir desse cenário que justificamos a realização de um estudo explorando o conceito de Proporção Simples para estudantes da EJA.

Pretendemos propiciar ao aluno uma aprendizagem focada na construção do conhecimento. Para isso, resolvemos criar uma sequência de ensino envolvendo o conceito de Proporção Simples, elaboradas à luz da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 2009), com o intuito de levar o estudante a um trabalho quase independente, buscando aproximar o que ele aprende na escola com a sua real necessidade de vida social.

Essa aproximação será proporcionada mediante diferentes situações-problema, em diferentes contextos, focando uma aprendizagem que parta da prática do aluno para a formalização do conceito matemático.

Com essas escolhas, esperamos que as dificuldades de nossos estudantes sejam sanadas, e a aprendizagem desses conceitos seja feita de maneira significativa, possibilitando ao aluno uma ligação entre os conceitos apreendidos e suas situações particulares.

Objetivo e Questão de Pesquisa

A partir da justificativa e da problemática apresentada nos itens anteriores, e de toda argumentação realizada, apresentamos o nosso objetivo de pesquisa, que é investigar as potencialidades de uma sequência de ensino, elaborada com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples.

Definido o nosso objetivo, vamos procurar responder à nossa seguinte questão de pesquisa:

> **QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO, ELABORADA COM BASE NOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES DA EJA E À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, PARA A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO SIMPLES?**

Estabelecemos, ainda, outras duas questões específicas, que ao serem respondidas contribuirão com a nossa resposta à questão principal. São elas:

- **QUAIS ESTRATÉGIAS FORAM IDENTIFICADAS, NA AÇÃO DOS ESTUDANTES, NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROPORCIONALIDADE?**
- **QUAIS ERROS FORAM ENCONTRADOS NA RESOLUÇÃO DESSAS QUESTÕES?**

No decorrer de nosso estudo, tentaremos responder nossa questão de pesquisa, relacionando a intervenção de ensino realizada com nossos estudantes, nosso referencial teórico e as respostas dadas às questões específicas.

Na próxima seção, comentaremos os seis capítulos de nossa pesquisa.

Capítulos comentados

Na presente Introdução, apresentamos nossa motivação, a problemática e a justificativa de se realizar tal intervenção. Ainda, definimos o nosso objetivo, assim como nossas questões específicas e nossa questão de pesquisa.

Seguiremos com o Capítulo I – Educação de Jovens e Adultos (EJA) –, apresentando um breve histórico da EJA no Brasil e a proposta do Estado de São Paulo para essa modalidade de ensino. Finalizamos com as ideias do educador Paulo Freire acerca do processo de ensino e de aprendizagem com jovens e adultos.

No Capítulo II – O conceito de Proporção Simples – realizamos uma síntese histórica do surgimento e evolução desse conceito, investigando a sua abordagem nos documentos oficiais e na visão de alguns teóricos. Por fim, apresentamos a nossa proposta para o ensino de Proporção Simples.

O Capítulo III – Contribuições da Psicologia Cognitiva – traz para discussão o suporte teórico utilizado em nossa pesquisa, a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009), e alguns trabalhos correlatos ao nosso, que utilizaram a mesma teoria.

Nosso Capítulo IV – Metodologia – apresenta a nossa opção teórico-metodológica, assim como o desenho de nosso experimento.

Os dados coletados, na realização de nosso experimento com os estudantes, possibilitarão a análise proposta no Capítulo V – Análise dos resultados. Essa análise será realizada focando aspectos quantitativos e qualitativos dos resultados encontrados.

Finalizamos nosso estudo com o Capítulo VI – Conclusão –, no qual tentaremos responder à nossa questão de pesquisa, seguido de nossas sugestões para futuras pesquisas.

CAPÍTULO I
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

Neste capítulo, apresentamos características gerais dos estudantes da modalidade de ensino EJA, universo este que é interesse de nosso estudo.

Para isso, realizamos, na primeira seção, uma breve discussão acerca da história dessa modalidade no Brasil, mostrando seu desenvolvimento ao longo dos anos.

Nossa segunda seção versará sobre a proposta do Estado de São Paulo para o ensino na EJA. Nesse momento, nosso olhar estará atento, principalmente, aos objetivos indicados em tal proposta.

Finalizamos com as ideias de Paulo Freire sobre a Educação de Jovens e Adultos, mostrando qual o caminho pedagógico que subsidiará nossa ação em sala de aula.

1.1 Um breve histórico da EJA no Brasil

A Educação de Jovens e Adultos – EJA é, atualmente, uma modalidade de ensino que tem como objetivo oferecer a Educação Básica para os cidadãos que não tiveram acesso a ela na idade correta. Ainda, de acordo com o artigo 37 da LDB (BRASIL, L., 1996),

> **§ 1º.** Os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames.

> **§ 2º.** O Poder Público viabilizará e estimulará o acesso e a permanência do trabalhador na escola, mediante ações integradas e complementares entre si (p. 15).

Todavia, não foi nesse cenário que tal modalidade foi pensada. Segundo Porcaro (2008, p.1), a educação de jovens e adultos vem sendo desenvolvida “desde o período Brasil Colônia, de uma forma mais assistemática”, com “um caráter muito mais religioso que educacional”. Ainda, na visão de Lopes e Souza (2007, p.3), o desenvolvimento da EJA como modalidade de ensino “apresenta muitas variações ao longo do tempo, demonstrando estar estreitamente ligada às transformações sociais, econômicas e políticas que caracterizaram os diferentes momentos históricos do país”.

Nessa perspectiva, é a partir de 1930 que aparecem as primeiras iniciativas positivas do governo com relação à EJA, num período que culminou também com a criação e a posterior consolidação de um sistema público de educação elementar no país, e a elaboração da Constituição de 1934.

Antes desse período, a legislação brasileira não era clara quanto aos objetivos da educação de adultos no Brasil, nem sobre o papel dos Estados nessa empreitada. Tal negligência ocorreu por muitos anos, permitindo existir divergências quanto às direções que tal modalidade deveria seguir, a saber:

> (...) a valorização do domínio da língua falada e escrita, visando o domínio das técnicas de produção; a aquisição da leitura e da escrita como instrumento da ascensão social; a alfabetização de adultos vista como meio de progresso do país; a valorização da alfabetização de adultos para ampliação da base de votos (PORCARO, 2008, p.1).

Com a Constituição de 1934, estabeleceu-se um Plano Nacional de Educação, “que indicava pela primeira vez a educação de adultos como dever do estado, incluindo em suas normas a oferta do ensino primário integral, gratuito e de frequência obrigatória, extensiva para adultos” (LOPES; SOUSA, 2007, p. 3).

Indo nessa mesma direção, em 1945, é criado a Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura – UNESCO, da qual o Brasil passa a fazer parte. Uma das primeiras iniciativas dessa organização é solicitar a seus membros a oferta de educação para todos os adultos analfabetos, acarretando mudanças profundas em nosso país. Concomitantemente, esse período também representou, para o Brasil, um momento de grande desenvolvimento tecnológico, acarretando a necessidade de mão de obra qualificada. Nessa perspectiva, foram criados a 1ª Campanha de Educação de Adultos, o Programa Nacional de Alfabetização de Adultos e o Movimento Brasileiro de Alfabetização – MOBRAL.

Dessas iniciativas, o Programa Nacional de Alfabetização de Adultos teve destaque ao trazer para a educação as ideias do educador Paulo Freire, propondo "uma maior comunicação entre o educador e o educando, e uma adequação do método às características das classes populares" (PORCARO, 2008, p.2). A direção proposta por Freire é a da autonomia, com os cidadãos tendo sua aprendizagem ligada às suas reais necessidades.

Entretanto, esse programa durou, aproximadamente, um ano. Momento também em que ocorreu a ida de Freire para o exílio. Tal programa foi substituído pelo MOBRAL, que representou o interesse dos militares, no ano de 1967. Esse movimento desenvolveu-se por toda a década de 70, com o objetivo de oferecer "a alfabetização funcional – aquisição de técnicas elementares de leitura, escrita e cálculo" (PORCARO, 2008, p.3).

Em 1971, com a implantação da LDB 5692/71, surge o reconhecimento da educação de adultos como um direito à cidadania, dedicando a essa modalidade um capítulo específico, e o nome de Ensino Supletivo. Mesmo assim, apenas em 1985 o MOBRAL, e toda sua visão assistencialista e conservadora são extintos.

Começa uma nova fase, com o período em que se destacam as pesquisas envolvendo a aprendizagem de adultos, com a abertura de nosso país a modelos já constituídos e testados em outros países. Em 1988, com a nova Constituição os direitos da EJA são ampliados, com os Estados passando a ser responsáveis pela garantia do Ensino Fundamental gratuito para todos que não o tiveram na idade correspondente.

Portanto, com os deveres dos Estados definidos, nos anos 90 o grande desafio passa a ser encontrar metodologias eficazes para a alfabetização nessa modalidade. O reconhecimento dessas novas metodologias, assim como a universalização do Ensino Fundamental são assuntos discutidos também fora do país. Assim, instituições como a UNESCO passam a reconhecer a EJA como uma modalidade de ensino importante "para o fortalecimento da cidadania e da formação cultural da população" (PORCARO, 2008, p.4).

Nesse momento, surgem os Fóruns Estaduais, que são encontros regionais que acontecem com o intuito de discutir e diagnosticar a situação da EJA no país.

Esses Fóruns vêm acontecendo ao longo dos anos, e sempre têm a participação da maioria dos Estados brasileiros. Segundo Porcaro (2008),

> (...) os Fóruns surgem como uma estratégia de mobilização das instituições do país que estão diretamente envolvidas com a EJA, ou seja, o conhecimento do que se faz, a socialização de experiências, leva à articulação e à intervenção. Os Fóruns se instalam, portanto, como espaços de diálogos, onde os segmentos envolvidos com a EJA planejam, organizam e propõem encaminhamentos em comum (p.5).

Tendo aqui apresentado, brevemente, um histórico da EJA no Brasil, passaremos, na próxima seção, a mostrar a proposta do Estado de São Paulo para o ensino nas salas da EJA.

1.1.1 EJA no Estado de São Paulo

O projeto para a Educação de Jovens e Adultos – EJA, proposto em 2010 pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, visa

> (...) contemplar os direitos à educação escolar da população de jovens e adultos que busca oportunidades de aprendizagem na rede do sistema público de ensino do Estado de São Paulo, de acordo com os pressupostos da Constituição, da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (SÃO PAULO, 2010a, p.6).

Ao adequar sua proposta às leis e diretrizes federais, o Estado passou a organizar a EJA pautado no novo currículo do ensino regular, implantado a partir de 2008 nas escolas estaduais. Dessa forma, o material de apoio (Cadernos do Professor e os Cadernos do Aluno), utilizado pelos professores e pelos estudantes nos anos regulares, passou a ser reorganizado para a implantação nas classes da EJA.

Essa reorganização teve o objetivo de garantir aos estudantes da EJA o

> (...) acesso a mesma proposta curricular prevista para o ensino regular, com ênfases especiais em sequências didáticas determinadas, cujos temas e respectivas competências e habilidades a ser desenvolvidas permitem atender mais diretamente aos interesses dos jovens e adultos que abandonaram a escola precocemente (SÃO PAULO, 2010a, p.9).

Entretanto, se o currículo passa a ser o mesmo, o tempo de aula continua bastante menor para as turmas da EJA, haja vista que cursos dessa modalidade são semestrais e, normalmente, disponibilizados apenas no período noturno. Sobre isso, o Estado considera que o contexto de vida dos estudantes da EJA complementa essa defasagem no tempo destinado às aulas presenciais (SÃO PAULO, 2010a, p.9). Realmente, o Estado considera importante vincular o desenvolvimento das aulas ao cotidiano do estudante, indo ao encontro das diretrizes nacionais para EJA.

Nessa perspectiva, o trabalho dos professores da rede estadual de São Paulo com a modalidade EJA passou a ser pautado na utilização das Orientações para o Professor da EJA e dos Cadernos do Professor. Essas orientações têm o objetivo de fornecer ao professor melhor conhecimento acerca da proposta estadual, ou seja, é um direcionador para o uso do material de apoio com as salas da EJA. Ainda, essas orientações sugerem também a seleção de algumas atividades do Caderno do Aluno para o ensino dos estudantes da EJA, levando em conta as suas especificidades.

Para o ensino da Matemática, a seleção dessas atividades pelo Estado seguiu alguns critérios: relevância social, desenvolvimento de capacidades cognitivas, favorecimento da construção de novos conceitos e procedimentos, adequação às faixas etárias dos estudantes, investigação e produção de materiais prioritariamente no período escolar (SÃO PAULO, 2010a, p. 11, 12).

Nesse sentido, cabe ao professor adequar todas essas diretrizes e orientações ao seu método de ensinar. Assim é que traremos, na próxima seção, as contribuições de Paulo Freire para a Educação de Jovens e Adultos, mostrando ao leitor o caminho que escolhemos para desenvolver nossa prática pedagógica com os estudantes da EJA.

1.2 Educação de Jovens e Adultos: as ideias de Paulo Freire

Conforme o que foi apresentado na primeira seção deste capítulo, a modalidade EJA é constituída por estudantes que, por diversos e diferentes motivos, não conseguiram concluir seus estudos no momento a este disponibilizado. Trata-se de uma clientela diferenciada, visto que a grande maioria dos estudantes que fazem parte dessa modalidade de ensino, estão inseridos no mercado de trabalho, assumindo, como cidadãos, um papel importante perante a sociedade.

Lecionar em salas de aula dessa modalidade implica ao professor ter um conhecimento amplo das reais necessidades desse estudante, conhecendo o contexto histórico-social em que este está inserido, para então criar situações em que o seu conhecimento seja confrontado com novas experiências, com o estudante passando a ser o sujeito de sua própria aprendizagem. Nesse sentido, é importante para o trabalho com esses estudantes, a escolha de uma concepção de educação que respeite as suas particularidades. Decidimos, para isso, nos basear nas contribuições de Paulo Freire (2002, 2005) para o campo da pedagogia, principalmente, no que tange às ações do professor em sala de aula.

Freire (2005, p. 65) faz uma crítica à ação do professor que assume o papel de narrador, admitindo a "realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado". Nossa experiência, como professor de matemática da EJA, tem demonstrado que o processo de ensino e de aprendizagem dessa disciplina é concebido como uma transferência de conteúdos, apresentados em currículos estanques, sendo o professor o proprietário do conhecimento e o estudante um mero receptor. Na visão de Freire (2005), os conteúdos trabalhados dessa maneira "são retalhos da realidade, desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam significação" (p. 65, 66).

Essa é a concepção da educação bancária, em que

> (...) a narração, de que o educador é o sujeito, conduz os educandos à memorização mecânica do conteúdo narrado. Mais ainda, a narração os transformam em "vasilhas", em recipientes a serem "enchidos" pelo educador. Quanto mais vá "enchendo" os recipientes com seus "depósitos", tanto melhor educador será. Quanto mais se deixem docilmente "encher", tanto melhores educandos serão.
> Desta maneira, a educação se torna um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador o depositante (FREIRE, 2005, p.66).

Conceber a educação dessa maneira, no nosso ponto de vista, é acreditar que o estudante da EJA não traz consigo nenhum conhecimento prévio, isto é, sua experiência de vida não representa nada para a sua aprendizagem, sendo a escola o ponto de partida para a aquisição de conhecimentos prontos e acabados. Diferentemente disso, nós acreditamos que a aprendizagem não começa apenas no convívio escolar, mas na integração deste com as experiências vividas no dia-a-dia do estudante, num processo de apreensão de conhecimentos, cujo desenvolvimento está ligado ao enfrentamento de novas situações.

Segundo Freire (2005), a educação bancária não leva o estudante à autonomia, mas estimula a sua ingenuidade. Cabe ao professor mediar, a partir de uma nova concepção de educação, a transformação desse estudante. Nesse momento, professor e estudante passam a atuar como sujeitos no processo de ensino e de aprendizagem.

Ao assumir a concepção de educação transformadora, o educador passa a atuar como um companheiro dos estudantes, numa relação dialógica, isto é, “o educador já não é mais o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando, que ao ser educado, também educa” (FREIRE, 2005, p. 79).

Ainda, segundo Freire (2005),

> (...) ao fundar-se no amor, na humildade, na fé nos homens, o diálogo se faz uma relação horizontal, em que a confiança de um pólo no outro é consequência óbvia. Seria uma contradição se, amoroso, humilde e cheio de fé, o diálogo não provocasse este clima de confiança entre seus sujeitos (p.94).

O conhecimento, que na educação bancária era tido como de propriedade do professor, na educação transformadora passa a ser objeto de reflexão na relação entre professor e estudante. Nesse momento, a realidade do estudante adentra nas escolas, e suas contribuições, com seus exemplos próprios, trazem significados para a apreensão dos conhecimentos matemáticos.

Isso justifica nossa intenção em propor, nas situações-problema elaboradas em nossa pesquisa, o enfrentamento de questões cotidianas. O conteúdo programático passa a não ser mais imposto ao estudante, mas a ser estruturado a partir das inquietações oriundas de sua vida social, numa devolução organizada e sistematizada de suas dúvidas e necessidades. Não somos contra a institucionalização de conteúdo, mas propomos que antes desta, seja feita a aproximação dos objetos matemáticos às realidades dos estudantes, por meio de situações-problema desafiadoras, que apresentem sentido para a vida destes cidadãos da EJA, seja este um futuro universitário ou não.

Ainda, diferentemente do pragmatismo, em que “as ideias são instrumentos de ação que só valem se produzem efeitos práticos” (FERREIRA, 2001, p.550), nossa intenção é, com base na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009), formar o conceito de Proporção Simples por meio do enfrentamento de um conjunto de situações, num processo que começa no conhecimento, que emerge da resolução das situações-problema cotidianas dos estudantes, e termina na generalização que possibilitará a estes usar esse conceito matemático em outras situações, sejam elas da Matemática ou não.

Para Freire (2005, p. 100), é a partir da situação presente, existencial, concreta, refletindo o conjunto de necessidades do estudante, que o professor deve organizar o conteúdo programático. Deve-se evitar trabalhar conteúdos que nada tenham a contribuir com as inquietações da vida dos estudantes. No caso específico da EJA, conteúdos que preparem os estudantes para a autonomia perante a sociedade em que estão inseridos.

Preparar esse educando para a autonomia, requer uma mudança na prática do professor, no processo de ensino e de aprendizagem: da pedagogia tradicional para a pedagogia da construção e da transformação, ou seja, Pedagogia da Autonomia (FREIRE, 2002).

Acreditamos que a mudança na ação do educador, necessite de momentos para a sua reflexão. Ainda, no que tange à sua formação, segundo Freire (2002), alguns saberes são necessários para uma prática educativa transformadora que possibilite a autonomia no processo de ensino e de aprendizagem do educando.

Portanto, neste trabalho apresentamos, sucintamente, alguns desses saberes:

1) <u>Ensinar exige pesquisa</u>: Ao professor cabe a eterna busca pelo conhecimento, num processo que visa o seu desenvolvimento. Esse desenvolvimento implica na sua atuação, no seu método de ensinar.

2) <u>Ensinar exige respeito aos saberes dos educandos</u>: O aluno tem o seu conhecimento prévio e, cabe ao professor e a escola reconhecê-lo. Trabalhar as ligações entre esse conhecimento informal e os conceitos apresentados na escola possibilitará a construção significativa do conhecimento.

3) Ensinar exige reflexão crítica sobre a prática: A mudança para uma prática transformadora só será possível mediante a reflexão do professor com relação ao seu trabalho. É por meio dela que o educador determina quais os pontos incoerentes, ou não, da sua atuação, passando a ser um crítico de si mesmo.

4) Ensinar exige consciência do inacabamento: O professor, como ser humano, está sempre em construção. Portanto, deve sempre estar preparado para mudanças, para aceitar o que é diferente e para novos caminhos.

5) Ensinar exige respeito à autonomia do ser do educando: O respeito pela autonomia do aluno não pode estar restrito apenas às declarações do professor. Este deve assumir na sua prática essa característica da educação transformadora, permitindo por meio do diálogo entre e com os estudantes, a sua construção.

6) Ensinar exige alegria e esperança: Todos os saberes necessários à pratica educativa libertadora, só terão sentido para o educador que acredita na educação. A alegria e a esperança devem ser uma constante na vida de um professor, já que este lida com a formação de cidadãos.

Entretanto, o foco desta seção de nosso trabalho não está na formação do professor, mas na apresentação de uma pedagogia que possibilite trabalhar com a realidade das salas de aula da EJA.

De acordo com toda argumentação apresentada, decidimos assumir a posição de um professor transformador em nossa pesquisa, buscando mediar a integração do conhecimento prévio do aluno da EJA com os conceitos trabalhados na escola.

Nossa sequência de ensino é constituída por diversas situações-problema que refletem o enfrentamento de questões do dia-a-dia desses estudantes, elaboradas à luz da Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud, com muitos momentos disponibilizados para o diálogo entre os estudantes, e destes com o professor. Tal teoria será discutida, com todos os seus pormenores, no Capítulo 3 de nossa pesquisa.

Apresentaremos, no próximo capítulo, o objeto matemático desenvolvido em nosso estudo: o conceito de Proporção Simples.

CAPÍTULO II
O CONCEITO DE PROPORÇÃO SIMPLES

Neste capítulo, apresentaremos, um breve relato sobre o surgimento das primeiras ideias envolvendo noções de proporcionalidade. Traçaremos também a evolução dessas noções ao longo do tempo sem, contudo, nos aprofundarmos nos acontecimentos históricos ligados ao período estudado.

Na sequência, discorreremos sobre a abordagem da proporcionalidade em documentos oficiais. Traremos, também, a visão de alguns especialistas, buscando a conceitualização desse objeto para o ambiente da sala de aula.

Finalizamos o capítulo apresentando nossa proposta para o ensino e a aprendizagem do conceito de Proporção Simples.

2.1 Proporção: um breve histórico do surgimento e da evolução

Partindo de uma narrativa histórica, o conceito de Proporção, assim como tantos outros que constituem a ciência Matemática, tem seu surgimento relacionado a problemas situados na antiguidade.

Esse conceito se desenvolveu ao longo do tempo, num processo que começa nos primórdios da civilização e segue até os dias de hoje. Entretanto, com base em nossa experiência, nossas escolas apresentam esse mesmo objeto matemático como acabado, isto é, como a receita pronta de anos de estudos. Conhecer a História da Matemática e, principalmente, situar nessa história o conceito que se pretende trabalhar, propicia ao professor ou pesquisador o entendimento desse processo de desenvolvimento e, consequentemente, um reconhecimento das ligações entre os objetos que constituem a ciência Matemática.

Nessa perspectiva, começamos nossa narrativa pela ideia de proporção que, conforme descrição feita pelos historiadores, com base em documentos históricos, era utilizada na antiga Babilônia no trato com a geometria. Segundo Eves (2004, p. 60), no período de 2000 a. C. a 1600 a. C., os babilônios já conheciam a proporção entre os lados correspondentes de dois triângulos retângulos.

Nesse mesmo período, mas com relação ao antigo Egito, no texto Papiro Rhind[3] (ou Ahmes), datado de 1650 a. C., mas publicado em 1927, também são encontrados sinais de conhecimento acerca da teoria das proporções na geometria (EVES, 2004, p. 75). Foi utilizado, em problemas do Papiro, um método que define a área de um círculo por meio da área de um quadrado, admitindo a proporcionalidade entre o diâmetro do círculo e o lado do quadrado. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2008),

> a matemática egípcia de 4 mil anos atrás era um corpo de conhecimentos já bem desenvolvido, de conteúdo semelhante a algo que aprendemos sobre cálculos e geometria na escola fundamental e média hoje (p. 9).

Adentrando no período compreendido entre 800 a. C. e 336 a. C., passamos a estudar as contribuições dos estudiosos da Grécia Antiga, considerada “o berço da matemática demonstrativa” (EVES, 2004, p. 94) para a construção do conceito de proporção.

Nossa primeira referência diz respeito ao reconhecimento da relação entre os intervalos musicais e as razões numéricas, realizada pelos pitagóricos[4], contribuindo com o estudo científico das escalas musicais. Ainda, no que tange à geometria, os pitagóricos apresentaram a utilização das proporções em segmentos comensuráveis, ou seja, “acreditavam que dados dois segmentos quaisquer, sempre existia um segmento que ‘cabia’ uma quantidade inteira de vezes em cada um dos segmentos considerados” (GONÇALVES, 2010, p.33).

Quanto aos problemas de álgebra, os pitagóricos utilizavam seu método das proporções na tentativa de determinar, geometricamente, as raízes de uma equação quadrática. Entretanto, a descoberta dos números irracionais, feita também pelos pitagóricos, viria a causar a primeira grande crise nos fundamentos da matemática

---

[3] Um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo. (EVES, 2004, p. 69)

[4] Irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias, pertencente à escola pitagórica. (EVES, 2004, p. 97)

(EVES, 2004, p. 673). Eles admitiam existir apenas os números inteiros e tiveram que revogar seus conhecimentos sobre proporção.

São essas contribuições dos pitagóricos e de outros intelectuais dessa época, como Eudoxo, que levam ao desenvolvimento do material organizado chamado *Elementos*, seleção de preposições feita por Euclides. Esse material é constituído por treze livros, que tratam da geometria, da teoria dos números e da álgebra elementar.

Para a nossa discussão, focaremos os livros cinco, seis, sete e oito desse compêndio, que apresentam as principais contribuições dos estudiosos da Grécia antiga para a construção do conceito de proporção. O livro cinco apresenta a teoria das proporções proposta por Eudoxo, cuja definição, retirada de Eves (2004) é:

> Diz-se que grandezas estão na mesma razão, a primeira para a segunda e a terceira para a quarta quando, tomando-se equimúltiplos quaisquer da primeira e da terceira e equimúltiplos quaisquer da segunda e da quarta, os primeiros equimúltiplos são maiores que, ou ambos iguais a, ou ambos menores que os últimos equimúltiplos considerados em ordem correspondente (p. 173).

A teoria proposta por Eudoxo representa um avanço com relação à teoria dos pitagóricos, pois pode ser aplicada também aos números irracionais. Portanto, existindo a oportunidade de trabalhar com os incomensuráveis, muitos dos teoremas já definidos pelos pitagóricos foram retomados e suas demonstrações foram aprofundadas e completadas.

No livro seis, essas mudanças são apresentadas, junto com a aplicação da teoria eudoxiana à geometria plana. Nesse livro são encontrados os teoremas fundamentais da semelhança de triângulos, construções de terceiras, quartas e médias proporcionais, a proposição que assegura que a bissetriz de um ângulo de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais, e muitos outros (EVES, 2004, p.173).

No livro sete, junto com algumas proposições acerca da teoria elementar dos números e de algumas propriedades numéricas básicas, é feita também a exposição da teoria das proporções numéricas.

Já no livro oito, são tratadas as relações entre proporções contínuas e a progressão geométrica, representadas, segundo Eves (2004, p. 173), pela definição:

"se temos uma proporção contínua $a : b = b : c = c : d$, então a, b, c, d formam uma progressão geométrica."

Conforme o apresentado nos parágrafos anteriores, este período (800 – 336 a. C.) foi marcante para a construção do conceito de proporção, sendo que a teoria das proporções proposta por Eudoxo e apresentada nos *Elementos* de Euclides foi utilizada por estudiosos antigos e medievais.

Esses estudos, possivelmente, levaram ao desenvolvimento do algoritmo reconhecido como *Regra de Três,* o método mais conhecido e utilizado atualmente para a resolução de questões envolvendo proporção. Esse algoritmo talvez já fosse utilizado pelos gregos, principalmente, pelas exposições feitas nos livros que constituem o livro *Elementos*, porém, sua originalidade histórica é reconhecida nos trabalhos dos estudiosos da China antiga (EVES, 2004, p.263).

Esse reconhecimento se deve, em parte, ao texto de matemática escrito pelos estudiosos chineses, chamado *Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática,* com a sua descoberta acontecendo no período compreendido entre 206 a. C. e -221 d. C. (EVES, 2004, p. 243).

Nesse texto, nove capítulos apresentam uma síntese do conhecimento chinês antigo, por meio de variados problemas que surgem das situações vivenciadas pelo seu povo, sendo que alguns apresentavam a resolução de equações de primeiro grau relacionadas ao conhecimento sobre proporção (BERLINGHOFF e GOUVÊA, 2008, p.13).

Ainda, no capítulo dois são tratados os conteúdos de porcentagem e proporção e, no capítulo três são tratadas a regra de sociedade e a regra de três. Esta regra teve seu desenvolvimento na Arábia, a partir das contribuições de dois grandes escritores: Brahmagupta e Bhaskara.

Finalizamos esta narração histórica com a definição dada por Brahmagupta à regra de três. Ele considerava que "na regra de três, os nomes dos termos são *argumento*, *fruto* e *requisito*. O primeiro e o último termos devem ser semelhantes. *Requisito* multiplicado por *fruto* e dividido por *argumento* é o *produto*" (EVES, 2004, p.263).

Apresentaremos, na próxima seção, os documentos oficiais e suas interpretações sobre o conceito.

2.2 Proporcionalidade nos documentos oficiais

Ao analisar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, constatamos que existem menções sobre o ensino desse conceito para esse nível de ensino. Porém, sua intenção não está em definir o conceito, mas apresentar potencialidades da proporcionalidade como ferramenta matemática para o enfrentamento de questões escolares e do cotidiano do estudante, reconhecendo o seu uso na aprendizagem de ideias matemáticas fundamentais (BRASIL, 1998, p. 22). Ainda,

> o fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real (BRASIL, 1998, p. 37).

Com base nos PCN (BRASIL, 1998), no Ensino Fundamental, os estudantes devem utilizar noções de proporcionalidade para:

- “observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade” (p. 65);
- “resolver situações-problema que envolvam a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos de porcentagem, pelo uso de estratégias não convencionais” (p. 72);
- “representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional” (p. 82);
- “resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como a regra de três” (p.82).

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), no livro para as disciplinas pertencentes ao eixo Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias, o conhecimento de proporcionalidade é considerado de base para os primeiros estudos sobre funções.

Nesse documento é proposto o trabalho a partir de situações do cotidiano para apresentar as relações entre o modelo de crescimento linear ($f(x) = a.x$) e a proporcionalidade direta, e o modelo de decrescimento linear ($f(x) = a/x$) e a proporcionalidade indireta, na tentativa de sanar possíveis dificuldades dos estudantes.

Na proposta curricular do Estado de São Paulo para o ensino de Matemática (SÃO PAULO, 2008), nos níveis Fundamental II e Médio, essa ideia básica de proporcionalidade passa a ser tratada em “outros tipos de relações entre grandezas, como, as relações que associam uma potência com seu expoente, um arco com sua tangente, um número com seu cubo, etc” (SÃO PAULO, 2008, p. 47). Dessa maneira, sua construção é articulada em todas as séries desses níveis de ensino, servindo de base no tratamento de todos os conteúdos matemáticos.

Nesse documento, além da apresentação já no Ensino Fundamental II, é explicitada também a importância de retomada do tema proporcionalidade no Ensino Médio, pois sua apreensão serve de base para “o estudo das funções linear e afim, seja em contexto puramente matemático ou aplicado ao estudo da cinemática apresentado na Física” (SÃO PAULO, 2008, p. 49).

Nas Orientações para o professor de Matemática da EJA no Ensino Médio (SÃO PAULO, 2010a), o tema proporcionalidade é relacionado ao conteúdo do ensino de função.

Os documentos supracitados denotam a necessidade de trabalhar a construção do conceito de proporcionalidade por meio de situações cotidianas, ainda no Ensino Fundamental. Enquanto que, no Ensino Médio, todos os documentos apontam para sua utilização no trabalho para o ensino de função.

2.3 Uma proposta diferenciada para o ensino e a aprendizagem do conceito de Proporção Simples

Ainda nos dias de hoje, o conceito de proporção é concebido, por muitos, como a igualdade entre duas razões, isto é, $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ (com B e D diferentes de zero). Em seu artigo, Tinoco (1989, p.16) sugere que “não se deve impor a solução dos problemas de proporcionalidade direta pela igualdade de duas razões”, tendo em vista as diferentes estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes nas atividades propostas em seu estudo. No entanto, esse tipo de resolução, que tem suas origens na teoria de Eudoxo, continua sendo utilizada nos livros didáticos atuais. Com relação a essa teoria, Eves (2004) a apresenta em outras palavras:

> (...) se A, B ,C e D são quatro grandezas desprovidas de sinal, sendo A e B da mesma espécie (ambas segmentos de reta, ou ângulos, ou áreas, ou volumes) e C e D também da mesma espécie, então a razão entre A e B é igual à razão entre C e D se, para inteiros positivos arbitrários m e n, mA > nB, mA = nB e mA < nB conforme mC > nD, mC = nD e mC < nD (p.173).

Essa teoria, conforme sua importância já citada na seção 2.1, tem seu uso limitado à Geometria, admitindo valores apenas positivos, tornando-a ultrapassada. Com relação à adaptação de tal teoria na matemática atual, Ávila (1986, p. 2) apresenta algumas considerações:

> (...) com a fundamentação dos números reais (...) em bases sólidas e mais confiáveis do que a antiga Geometria, a teoria das proporções de Eudoxo passa a ter apenas valor histórico. (...) E não precisamos mais usar a superada teoria geométrica das proporções, muito menos os resquícios que dela ficaram na terminologia, na notação e, sobretudo, na maneira de apresentar fatos, como os problemas de ‘regra de três’.

Concordamos com as considerações de Ávila, pois esse tipo de “abordagem tradicional” (IMENES e LELLIS, 2005, p.16), em que se trata a proporcionalidade como sendo problema de regra de três, acaba não fornecendo elementos aos estudantes para o reconhecimento das relações que existem entre as quantidades numa proporção, focalizando a resolução de situações-problema simplesmente pela utilização desse algoritmo.

O foco nesse algoritmo de resolução leva o estudante à mecanização de todo o processo, ou seja, todo o aspecto cognitivo e operacional da ação, evocado pelo estudante frente a uma situação-problema, resume-se a simples utilização de uma regra geral. Ainda, segundo Post, Behr e Lesh (1995, p. 93), “esse algoritmo, em si e por si, é um processo mecânico desprovido de significado no mundo real”. Portanto, em nosso trabalho, não questionamos sua efetividade, mas sua validade para uma apropriação significativa do raciocínio proporcional.

Falar em apropriação significativa nos remete ao ato de comparar situações, reconhecer relações, interpretar informações, numa tentativa de escolher a melhor estratégia para a resolução de uma situação-problema, ou seja, não apenas resolver a situação matematicamente, mas pensar também no significado do resultado encontrado.

Nessa perspectiva, Ávila (1986, p.2) sugere que o ensino de proporção seja proposto no "contexto algébrico de resolução de equações, com a dupla vantagem da simplificação e da unificação do ensino da Matemática", pautado nas definições de proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa, a saber:

> Definição 1. Diz-se que duas variáveis (ou grandezas) x e y são proporcionais – mais especificamente, diretamente proporcionais – se estiverem assim relacionadas: $y = kx$ ou $y/x = k$, onde k é uma constante positiva, chamada constante de proporcionalidade.
> Definição 2. Diz-se que as variáveis x e y são inversamente proporcionais se $y = k/x$ ou $xy = k$, onde k é uma constante positiva (constante de proporcionalidade) (ÁVILA, 1986, p. 3).

Essa simplificação que sugere Ávila (1986) faz referência ao cálculo matemático simples que, segundo ele, envolve o uso de uma dessas três definições na resolução dos problemas pelos estudantes, quando estes reconhecem a relação entre as quantidades envolvidas numa determinada situação-problema. De fato, as fórmulas elaboradas com o desenvolvimento dessas definições são de manuseio simples, porém, sua utilização pelos estudantes pode não representar, assim como no uso da regra de três, o conhecimento acerca da proporcionalidade. Em outras palavras, o estudante utiliza a fórmula que conhece, mas não compreende o resultado encontrado.

Indo de encontro à simplificação sugerida por Ávila (1986), Lima (1986) pondera

> (...) a fórmula é o resultado final. Não começa aí a solução do problema. Ela não aparece no enunciado. No começo da resolução é preciso identificar, por um critério simples, a proporcionalidade (direta para algumas grandezas, inversa para outras). A partir daí é que se pode garantir a validez da fórmula (p. 21).

Realmente, as fórmulas, assim como os algoritmos e os esquemas de ação, são peças importantes nas estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução das situações-problemas. Todavia, seu uso deve suceder o conhecimento acerca da natureza da situação, ou seja, com base na noção de proporcionalidade é que se deve escolher a estratégia mais eficaz para cada problema enfrentado.

Com relação à unificação do ensino da Matemática, a abordagem acerca da proporcionalidade, proposta por Ávila (1986, p.8), junto ao "estudo dos números reais, das igualdades e equações", revela uma preocupação do autor com o ensino compartimentado dos conceitos matemáticos, em que o assunto "proporcionalidade" é tratado como “teoria autônoma”. Essa ideia vai ao encontro da visão de Post, Behr e Lesh (1995), quando citam que para operar com a proporcionalidade é necessário

> (...) um domínio sólido de vários conceitos sobre números racionais, como por exemplo ordem e equivalência, a relação entre a unidade e suas partes, o significado e a interpretação das razões e questões envolvendo a divisão, especialmente no que se refere a dividir um número menor por um número maior (p. 91).

Diante do exposto, ensinar proporcionalidade na visão desses autores, requer do professor um conhecimento apurado das ligações desse conceito com outros assuntos matemáticos, assim como das diferentes estratégias que possibilitam chegar à resolução das situações-problema que o represente. É nesse momento que sugerimos uma abordagem por campos conceituais.

Na teoria vergnaudiana, cada conceito pode estar inserido em diferentes situações e, ao mesmo tempo, uma situação pode abarcar diferentes conceitos. Seguindo nessa direção, a utilização da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009), na elaboração de nossa pesquisa, propiciou-nos elaborar diferentes situações, dentro do campo conceitual multiplicativo, para a abordagem de um mesmo conceito, a Proporção Simples.

Além de tal teoria, subsidiará nossa proposta de ensino, o esquema sintetizado do campo conceitual multiplicativo, elaborado por Magina, Santos e Merlini (no prelo, p.5). Esse esquema trata o conceito de Proporção Simples como uma relação quaternária, ou seja, a relação entre duas quantidades de mesmo tipo e outras duas quantidades de outro tipo. Cabe ressaltar que, nosso trabalho contemplou o estudo de grandezas diretamente proporcionais.

Nessa perspectiva, nossa proposta para o ensino de proporcionalidade direta focará a construção desse conhecimento por meio do reconhecimento das relações existentes entre as quantidades envolvidas numa proporção, partindo do conhecimento dos estudantes sobre o assunto. Dessa forma, ao se apropriar da noção de proporcionalidade direta, o estudante passará a escolher, na sua estrutura cognitiva, qual a estratégia mais eficaz para cada situação proposta na intervenção de ensino.

No próximo capítulo apresentaremos, com detalhes, a Teoria dos Campos Conceituais.

CAPÍTULO III
CONTRIBUIÇÕES DA PSICOLOGIA COGNITIVA

Neste capítulo, abordaremos a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (2009), base de nosso estudo e sobre a qual nos apoiaremos para a análise de nossa pesquisa.

Em seguida, discorreremos sobre o Campo Conceitual Multiplicativo, mostrando, sucintamente, alguns dos conceitos que o constituem e suas relações.

Ao final, apresentaremos uma revisão realizada com quatro dissertações e uma tese que se fundamentaram na Teoria dos Campos Conceituais.

3.1 As contribuições de Vergnaud para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática: a Teoria dos Campos Conceituais.

A teoria dos campos conceituais, proposta por Vergnaud (1996, p.155) é cognitivista e tem por objetivo

> (...) fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que relevam das ciências e das técnicas.

A premissa dessa teoria é que o conceito matemático adquire sentido para o indivíduo a partir de situações, apresentadas em forma de problemas, encontrados na realidade ou propostos pelo professor. Vergnaud (1996) entende que é por meio da *situação* que o sujeito é confrontado com novas experiências e para resolvê-las, ele se utiliza dos conhecimentos já apropriados na tentativa de novas descobertas.

Nesse processo, o sujeito vai se apropriando de novas informações significativas para esse conhecimento, ao mesmo tempo em que desenvolve novas competências. Estas últimas, por sua vez, continuarão seu processo de desenvolvimento por meio de novas situações.

No que se refere ao sujeito, esse conhecimento pode estar tanto explícito, através de diferentes representações, como implícito, presente apenas nas ações do sujeito frente a uma situação.

Na teoria dos campos conceituais, Vergnaud (1996, p.156) distingue as situações em:

> 1 – classes de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
> 2 – classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso.

Na tentativa de solucionar uma situação-problema, o indivíduo pode utilizar conhecimentos apreendidos dentro de um determinado domínio, o qual pode não ser tão efetivo para resolver tal situação. Cabe, então, ao professor elaborar uma variedade de situações compostas por diferentes relações em que esse conhecimento possa ser desenvolvido, buscando uma evolução nas ações operatórias dos estudantes. Operar sobre essa classe de situações, geradas de forma sistemática, a partir de um conceito, implica numa variedade de ações e de esquemas de ações.

Ao interpretar a ideia de esquema utilizado por Vergnaud, Franchi (2008, p.200) explica que “chama-se esquema à forma estrutural da atividade, à organização invariante da atividade do sujeito sobre uma classe de situações dadas”. O conceito de esquema é peça fundamental para o entendimento da teoria dos campos conceituais. Vergnaud afirma que é por meio do esquema que o sujeito organiza suas ações para determinada classe de situações, partindo de uma concepção implícita, mas nem sempre correta. “Os esquemas são frequentemente eficazes, mas nem sempre efetivos” (VERGNAUD, 1996, p. 159).

O reconhecimento dos invariantes utilizados dentro de um esquema, pelos sujeitos, representa uma extensão deste, que é efetivo para uma determinada classe de situações, para a resolução de uma classe mais ampla, possibilitando a sua generalização.

Na formação de um esquema, o componente invariante operatório determina as diferenças entre um esquema e outro, sendo um dos elementos cognitivos essenciais dos campos conceituais (FRANCHI, 2008, p.204). Os invariantes operatórios aparecem expressos nas ações do sujeito através do teorema-em-ação e do conceito-em-ação.

Os teoremas-em-ação estão relacionados às estratégias utilizadas pelo sujeito ao enfrentar determinada situação, sem uma explicação ou justificativa para tal, tornando-se uma proposição que se toma como verdadeira pelo indivíduo (VERGNAUD, 1998, p.168). São subjacentes à ação e normalmente implícitos, com validade local, podendo ser verdadeiros ou falsos.

Portanto, segundo Vergnaud (1988, p. 149)[5],

> (...) os teoremas-em-ação são um caminho de analisar as estratégias intuitivas dos estudantes e ajudá-los na transformação do conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito. Eles também nos dão um caminho para fazermos um melhor diagnóstico do que os estudantes sabem ou não sabem, para que nós possamos lhes oferecer situações que lhes permitam consolidar seus conhecimentos, aumentá-los, perceber seus limites, e, certamente, superá-los.

Os conceitos-em-ação quando manifestados, tendem a ser explícitos, apresentando propriedades e definições de um determinado conceito, sendo constituído pelo sujeito como um objeto, um predicado, ou como uma categoria considerada relevante (VERGNAUD, 1998, p.174).

Segundo Vergnaud (1998, p.168), "há uma relação dialética entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, assim conceitos são ingredientes dos teoremas, e teoremas são propriedades que dão aos conceitos os seus conteúdos".

Os conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios são partes importantes no processo de conceitualização, mas sem os modos de representação simbólica, que permitem a formulação oral e escrita, tal processo não teria nenhuma chance de sucesso.

[5] Tradução livre realizada por membros do grupo de pesquisa REPARE em EdMat, PUC-SP, sob coordenação e revisão de Sandra Magina, 2008. Outros trechos desta obra serão citados por nós, sendo que todos são frutos de tradução livre do Grupo REPARE. Desta forma, embora estejamos apresentando a citação em português, a página referida diz respeito àquela em que tal citação aparece no texto original.

Esses modos de representação simbólica não devem ter os seus papéis resumidos apenas à comunicação, pois são atribuídos a eles também os papéis de organização das experiências e de conceitualização do real (FRANCHI, 2008, p.210).

Através das diferentes representações utilizadas pelo sujeito na resolução de uma situação-problema, é possível reconhecer os conhecimentos antes implícitos, suas rupturas e ligações. Uma representação simbólica pode não corresponder a um conceito ou operação correta, mas pode representar um suporte para eles (FRANCHI, 2008, p.196).

Para Vergnaud (apud FRANCHI, 2008, p.211)

> (...) os significantes (símbolos e sinais) representam significados que são eles mesmos de ordem cognitiva e psicológica. O conhecimento consiste de significantes e significados: ele não é formado somente de símbolos, mas também de conceitos e noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito no mundo material.

Nesse sentido, Vergnaud (1996, p.166) considera conceito como uma terna de três conjuntos, a saber:

$$\text{CONCEITO} \Longleftrightarrow (S, I, s)$$

Sendo:

S = Conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);

I = Conjunto dos invariantes operatórios: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que intervêm nos esquemas de tratamento dessas situações (o significado);

s = Conjunto de representações referentes ao conceito, suas propriedades, situações as quais ele se aplica e os procedimentos de tratamento que dele se nutrem (o significante).

Considerando esses três conjuntos, podemos, então, segundo a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996), realizar um estudo do desenvolvimento e do funcionamento de um conceito, que será constituído a partir de uma variedade de situações com seus diferentes invariantes e esquemas mobilizados na sua resolução. Essa diversidade de situações, invariantes e representações dentro de um mesmo domínio forma um campo conceitual.

Segundo Vergnaud (1996, p.167,168), “campo conceitual é, ao mesmo tempo, um conjunto de situações pertencentes a uma mesma classe, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como problemas matemáticos”.

Existem vários campos conceituais passíveis de estudo, sendo o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas os mais conhecidos.

Abordaremos na nossa pesquisa o campo conceitual multiplicativo, composto pelo conjunto das situações resolvidas com multiplicação, divisão ou ambas, junto com os conceitos e teoremas.

Ao analisar o sujeito-em-situação, através de suas ações, o pesquisador passa a observar o funcionamento cognitivo do indivíduo,

> (...) considerando, por exemplo, as variáveis da situação, as informações já disponíveis no repertório cognitivo do sujeito, as operações de pensamento necessárias para a resolução da situação, a especificidade dessas variáveis e dessas operações tendo em vista o conteúdo envolvido. (FRANCHI, 2008, p.195)

Do ponto de vista didático, cabe ao professor, ao elaborar situações de aprendizagem, considerar as filiações e rupturas entre os conhecimentos para o desenvolvimento num determinado campo, considerar o conhecimento prévio do aluno e suas experiências na elaboração de uma situação, valorizar as diferentes representações utilizadas pelo aluno na resolução de uma situação, classificando-as e analisando-as. Nesse sentido,

> (...) a teoria dos campos conceituais visa a construção de princípios que permitam articular competências e concepções constituídas em situação, e os problemas práticos e teóricos em que essas competências e concepções se constituem. (FRANCHI, 2008, p.199)

Ainda, com relação à ruptura entre os campos conceituais aditivos e multiplicativos, Magina, Santos e Merlini (no prelo) analisam tal situação como necessária para o desenvolvimento do estudante dentro do campo conceitual multiplicativo. De fato, ao operar com adição de parcelas repetidas, o estudante que, possivelmente, ainda pensa no campo aditivo, poderá ter dificuldade na multiplicação “no campo dos números racionais (6 x 0,5 = 3)” (p.2). Dessa forma, esse esquema de ação aditivo, utilizado pelo estudante, dá conta de algumas situações do campo multiplicativo, e deve ser apropriado por outros esquemas mais eficientes.

No campo da pesquisa, uma classificação das situações utilizando-se das considerações matemáticas e psicológicas, da descrição dos procedimentos possíveis para a ação do sujeito frente às situações, da formulação dos conceitos-em-ação formadores dos esquemas, da análise da estrutura e da função das enunciações e das representações simbólicas em termos que tenham sentido matemático (VERGNAUD, 1996, p.177), possibilita, ao pesquisador, analisar as relações entre os conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios implícitos nas ações do sujeito no enfrentamento das situações, sustentando um aprofundamento das relações cognitivas entre o significado e o significante.

A possibilidade de observação das ações do estudante frente a situações de aprendizagem, num percurso em que se reconhecem diferentes concepções, com uma diversidade de procedimentos de resolução, nem sempre corretos, mas ricos em informações, possíveis de serem analisados mediante seus significantes, faz com que a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud seja um referencial muito importante para pesquisas na Educação Matemática.

3.1.1 Campo Conceitual Multiplicativo

A apreensão de conceitos matemáticos, pelos estudantes, ocorre por meio do enfrentamento de variadas situações, encontradas dentro e fora da escola. Segundo Vergnaud (1988, p.141),

> (...) uma dificuldade dos pesquisadores está no fato de que um simples conceito não se refere apenas a um tipo de situação, assim como uma simples situação não pode ser analisada através de um único conceito. Portanto, nós devemos estudar os campos conceituais.

O Campo Conceitual Multiplicativo é formado por um conjunto de situações que requer, para a sua resolução, as operações de multiplicação, divisão, ou ambas, juntamente com os conceitos que constituem essas situações em problemas matemáticos. Entre esses conceitos estão as funções linear e n-linear, a fração e a proporção simples.

Esses conceitos estão inter-relacionados, justificando sua abordagem na escola por campos conceituais, diferentemente da educação tradicional, em que esses conceitos, geralmente, aparecem isolados em currículos estanques. Nesse sentido, podemos dizer que a aprendizagem na visão dos campos conceituais desenvolve-se num longo período de tempo, sem um espaço determinado para cada conceito.

No campo da educação e da pesquisa, trabalhar com os campos conceituais implica, ao professor ou pesquisador, um reconhecimento das ligações, entre os diferentes campos conceituais e, entre os diferentes conceitos e situações-problema formadores de um campo conceitual.

A ligação entre os campos conceituais pode ser exemplificada com a passagem do campo conceitual aditivo para o campo conceitual multiplicativo, isto é, numa situação-problema do tipo: *"Um carro tem 4 rodas. Quantas rodas teriam 3 carros?"*. Nesse exemplo, o estudante poderá utilizar um esquema tipicamente aditivo: *adição repetida de parcelas (4+4+4 = 12),* ou dependendo do seu desenvolvimento cognitivo, utilizar um esquema tipicamente multiplicativo: *relação ternária (3X4 = 12)*.

A ligação entre os conceitos e situações-problema dentro de um mesmo campo conceitual pode ser exemplificada com uma situação encontrada no campo conceitual multiplicativo, isto é, numa situação-problema do tipo: *"Comprei 4 Kg de carne por R$ 60,00. Quanto pagaria se tivesse comprado ¼ Kg?".* Nesse tipo de situação, como pensar na adição de parcelas repetidas?. A relação ternária daria conta, bastaria dividir o preço (R$ 60,00) pela quantidade comprada (4 kg), multiplicando o resultado pela quantidade desejada (1/4 kg), e chegar ao resultado final. Porém, qual seria o significado para o estudante?. Esses dois exemplos demonstram a necessidade do aluno em operar com diferentes esquemas, integrando aqueles já conhecidos no desenvolvimento daqueles mais eficientes.

O desenvolvimento do raciocínio matemático ocorre num processo em que o estudante passa a relacionar os esquemas já conhecidos, isto é, o esquema de adição de parcelas repetidas e o esquema de multiplicação (relação ternária), para construir ou desenvolver um novo esquema, dando conta do enfrentamento dessas novas situações-problema. Nesse momento, o esquema indicado para a resolução dessa situação-problema passa a ser a *relação quaternária*[6].

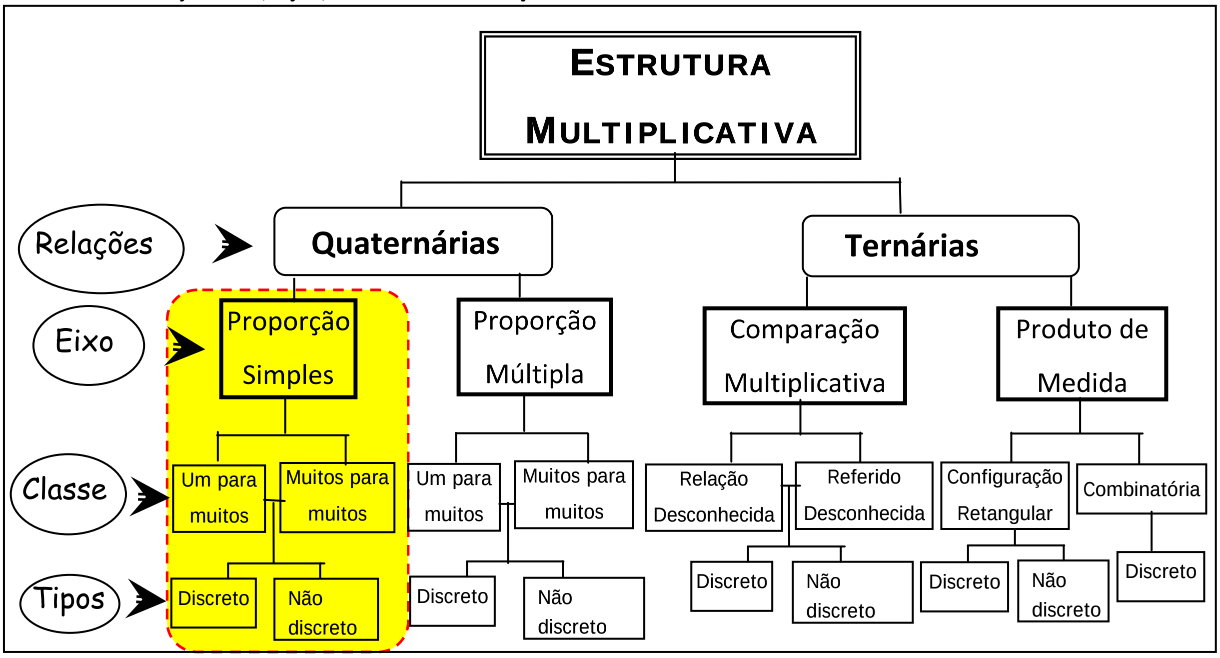
Portanto, a análise e a classificação das ações dos estudantes no enfrentamento dessas situações é que fornece elementos consistentes para professor e pesquisador identificarem os invariantes operatórios utilizados pelos estudantes.

Acreditamos que o maior desafio do professor está em organizar situações-problema que trabalhem as relações entre os conceitos matemáticos, buscando mediar junto aos estudantes a construção do conhecimento, propiciando a estes a aquisição e o desenvolvimento de novas competências e concepções.

Todo esse processo cognitivo ocorre num longo prazo, e seu “progresso pode consistir de um enriquecimento das propriedades dos conceitos envolvidos (novos invariantes) ou a aplicação das mesmas operações numa quantidade mais ampla de contextos e de valores numéricos” (VERGNAUD, 1988, p. 143).

Partindo das argumentações feitas anteriormente, utilizaremos o esquema sintetizado do campo conceitual multiplicativo, proposto por Magina, Santos e Merlini (no prelo, p.5) para estruturar nossa pesquisa, a saber:

Quadro 3.1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo elaborado pelo grupo de pesquisa REPARE em EdMat – Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão em Educação Matemática – em 2009



[6] Explicitaremos esse tipo de relação durante esta seção.

Conforme o esquema apresentado anteriormente (Quadro 3.1), Magina, Santos e Merlini (no prelo) fazem uma releitura do Campo Conceitual Multiplicativo, dividindo-o em duas relações, quatro eixos, oito classes e dois tipos de quantidades, os quais se encontram explicados abaixo:

- Relações Quaternárias

Constituídas por dois eixos de situações-problema: *Proporção Simples e Proporção Múltipla*. Cada eixo dividido em duas classes: *um para muitos* e *muitos para muitos*. As duas classes admitem dois tipos de quantidades: *discreto e não discreto*.

- Relações Ternárias

Constituídas por dois eixos de situações-problema: o eixo *Comparação Multiplicativa* – dividido nas classes de *relação desconhecida* e de *referido desconhecido, o eixo Produto de Medida* – dividido nas classes de *configuração retangular* e de *combinatória.* Tirando a classe *combinatória*, que admite apenas quantidades do tipo *discreto*, todas as outras classes admitem dois tipos de quantidades: *discreto e não discreto.*

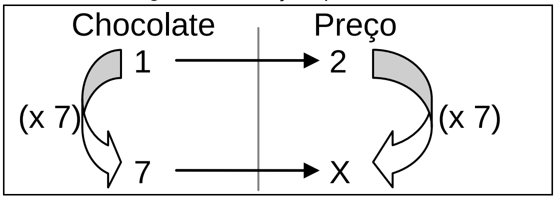
Apresentaremos, sucintamente, a diferenciação entre essas duas relações.

Exemplo 1: “Um chocolate custa R$ 2,00. Quanto pagarei na compra de sete chocolates?”.

Esse tipo de situação, quando aplicada na sala de aula, evoca uma operação simples de multiplicação, refletindo uma relação ternária (a x b = c), representada por *7 X 2 = 14*. Quando usamos a relação ternária nesse tipo de situação, *7 chocolates x 2 reais = 14 (?)*, realizamos uma operação de multiplicação entre duas quantidades de naturezas distintas, mas deixamos de lado os tipos dessas quantidades.

No entanto, essa situação deveria ser reconhecida como uma relação quaternária envolvendo duas quantidades de naturezas distintas, podendo ser representada pelo seguinte Figura:

Figura 3.1 Relação quaternária



Quando a abordagem para esse tipo de problema é feita com base numa relação quaternária, explicitando a dupla relação entre as duas quantidades (chocolate e preço), o significado de uma simples multiplicação passa a ter sentido na aprendizagem.

É possibilitado ao aluno reconhecer que, quando se multiplica o preço de um objeto pela sua quantidade (reais por chocolate), o resultado é dado em reais e não em chocolates.

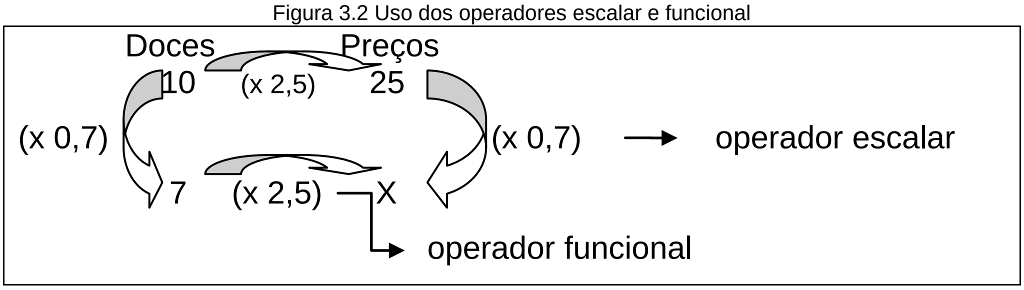
Ao mesmo tempo, os estudantes ampliam seus métodos de resolução, reconhecendo, nos fatores escalar e funcional, novas ferramentas para o cálculo de proporções. Apresentaremos esses dois métodos de resolução no exemplo a seguir:

Exemplo 2: “Paguei R$ 25,00 por 10 doces. Quanto pagaria se quisesse comprar 7 doces?”.

Este tipo de situação é típico das relações quaternárias, não fazendo sentido sua resolução a partir da multiplicação simples entre reais e doces.

Existem dois elementos (reais e doces), envolvidos por uma relação multiplicativa entre eles, dois a dois. Isto nos leva a montagem do esquema presente na Figura 3.2, a seguir:

Figura 3.2 Uso dos operadores escalar e funcional



Neste exemplo, podemos notar:

- 10 e 7 são números que representam as quantidades de doces (elemento 1);

- 25 e X são números que representam os preços do doce (elemento 2);

- 0,7 representa o operador escalar que, segundo Vergnaud (2009, p.244), não tem dimensão. Em outras palavras, esse operador não pertence ao grupo de nenhum dos dois elementos (doce e preço) e permite passar de uma linha a outra, desde que na mesma categoria de elemento;

- 2,5 representa o operador funcional que, segundo Vergnaud (2009, p.244), expressa a passagem de uma categoria de elementos a outra.

Com base nessas informações, podemos solucionar o problema com o uso destes dois fatores: escalar e funcional.

<u>Noção de escalar</u>

É possível, a partir da razão encontrada entre 10/7 = 0,7, determinar o valor gasto ao se comprar 7 doces. Essa razão, determinada sem dimensão entre as quantidades que representam doces, é conhecida como *operador escalar*.

Sua simples aplicação, na quantidade pertencente ao segundo elemento, determina a solução do exemplo:

25 reais x 0,7 = 17,5 reais *(a multiplicação pelo operador escalar mantém a natureza do elemento)*

<u>Noção de funcional</u>

O operador funcional consiste em descobrir a função que permite passar de um elemento a outro. Conforme o Exemplo 2, o operador que permite passar de 10 doces a 25 reais, é o mesmo que permite passar de 7 doces a X reais.

Para determinar essa função, voltemos a 1ª linha da Figura 3.2:

Figura 3.3 Uso do operador funcional

Doces	Preços
10	25

$$10 \xrightarrow{(\times\ 25/10)} 25$$

$$10 \text{ doces} \times \frac{25 \text{ reais}}{10 \text{ doces}} = 10 \text{ doces} \times 2{,}5 \text{ reais/doces} = 25 \text{ reais}$$

De acordo com a Figura 3.3, podemos dizer que a função que existe entre os elementos é *F(X) = X doces x 2,5 reais/doces*. Aplicando essa função na quantidade de doces da 2ª linha do Esquema 4, encontramos:

X reais = 7 doces x 2,5 reais/doces = 17,5 reais

Segundo Magina, Santos e Merlini (no prelo, p.6), o reconhecimento do fator funcional é tido como conhecimento de base "central para o trabalho com as funções nos anos mais avançados de escolaridade".

Exemplo 3: "Tenho 3 calças e 4 camisas. Quantos trajes diferentes podem ser formados com essas roupas?".

Diferentemente dos outros exemplos, essa situação é típica de uma relação ternária entre três elementos, sendo um deles (traje) o produto dos outros dois (calças x camisas). Um traje consiste na associação de uma quantidade do primeiro elemento (calça) com uma quantidade do segundo elemento (camisa).

Portanto, a quantidade de trajes diferentes pode ser confirmada pela Figura 3.4, a seguir:

Figura 3.4 Relação Ternária – Combinatória

X trajes = 3 calças x 4 camisas = 12 trajes
Sendo que
para os números: X = 3x4

Ainda, no estudo da relação ternária, encontramos situações que envolvem o produto de duas medidas de comprimento, conforme a Figura 3.5, abaixo:

Figura 3.5 Relação Ternária – Produto de Medidas

Área do retângulo (base: 4 metros, altura: 2 metros)
A = base x altura = 4 metros x 2 metros = 8 metros quadrados
Sendo que
para os números: X = 4x2

Segundo Magina, Santos e Merlini (no prelo, p. 6) “todos esses argumentos justificam a necessidade, do ponto vista didático, de se fazer clara distinção entre as duas classes de situações: a quaternária e ternária”. Portanto, com base nos exemplos apresentados, podemos dizer que as *relações quaternárias* são concebidas pelas relações entre dois elementos distintos, enquanto que as *relações ternárias* são concebidas pela relação entre dois elementos, de naturezas distintas, que se compõem para formar um terceiro elemento.

Descreveremos, sucintamente, cada um dos eixos que pertencem a estas duas relações: quaternárias e ternárias.

<u>Eixo 1 – Proporção Simples</u>

A Proporção Simples envolve uma relação entre quatro quantidades, diferentes entre si pelo tipo (duas a duas) ou, pela proporção direta entre dois elementos (um a um), podendo ser representadas pela seguinte Figura:

Figura 3.6 Proporção Simples

m (1)	m (2)	com m(1) e m (2) representando elementos diferentes
a →	f(a)	
b →	f(b)	

Exemplo: “Tenho 4 pacotes de figurinhas. Cada pacote contém 5 figurinhas. Quantas figurinhas eu tenho?”

Figura 3.7 Exemplo de Proporção Simples

pacote	figurinhas	Resposta: 20 figurinhas
1 →	5	
4 →	X	

Esse 1º eixo, pertencente às relações quaternárias pode ser dividido em duas classes de situações, a saber:

- <u>Correspondência de um para muitos</u>

Nesse tipo de situação, a relação entre as variáveis aparece explícita. Poderão ser criados três grupos de situações-problema a partir da posição da incógnita X:

Exemplo 1: *“No açougue, 1kg de carne moída custa R$ 8,00. Quanto custará nesse mesmo açougue 11kg dessa mesma carne?”*

Figura 3.8 Correspondência de um para muitos, com a incógnita X na posição 1

Relação explícita – Incógnita X na posição 1	
carne (kg) | preço (R$) 1 → 8 11 → X	Resposta: R$ 88,00

Exemplo 2: *"Qual o preço de 1kg de carne moída no açougue, sendo que, nesse mesmo açougue, 11 Kg dessa mesma carne custam R$ 88,00?".*

Figura 3. 9 Correspondência de um para muitos, com a incógnita X na posição 2

Relação explícita – Incógnita X na posição 2	
carne (kg) | preço (R$) 1 → X 11 → 88	Resposta: R$ 8,00

Exemplo 3: *"No açougue, 1 Kg de carne moída custa R$ 8,00. Quantos kg, dessa mesma carne, consegue-se comprar com R$ 88,00?"*.

Figura 3.10 Correspondência de um para muitos, com a incógnita X na posição 3

Relação explícita – Incógnita X na posição 3	
carne (kg) | preço (R$) 1 → 8 X → 88	Resposta: 11 Kg

- <u>Correspondência de muitos para muitos</u>

Nesse tipo de situação, nenhum dos valores informados ou solicitados, corresponde ao valor unitário, tornando a relação entre as variáveis implícita. Poderão ser criados três grupos de situações-problema a partir da posição da incógnita X:

Exemplo 1: *"No supermercado, 3 litros de leite custam R$ 7,50. Quanto irá custar 17 litros de leite nesse mesmo supermercado?"*.

Figura 3.11 Correspondência de muitos para muitos,
com a incógnita X na posição 1

Valor unitário: não informado e não solicitado Incógnita X na posição 1	
leite (l) preço (R$) 3 → 7,50 17 → X	Resposta: R$ 42,50

Exemplo 2: *"Qual o valor de 3 litros de leite no supermercado, sendo que 17 litros de leite, nesse mesmo supermercado, custam R$ 42,50?"*.

Figura 3.12 Correspondência de muitos para muitos,
com a incógnita X na posição 2

Valor unitário: não informado e não solicitado Incógnita X na posição 2	
leite (l) preço (R$) 3 → X 17 → 42,50	Resposta: R$ 7,50

Exemplo 3: *"No supermercado, 3 litros de leite custam R$ 7,50. Quantos litros de leite poderão ser comprados com R$ 42,50?"*.

Figura 3.13 Correspondência de muitos para muitos,
com a incógnita X na posição 3

Valor unitário: não informado e não solicitado Incógnita X na posição 3	
leite (l) preço (R$) 3 → 7,50 X → 42,50	Resposta: 17 litros

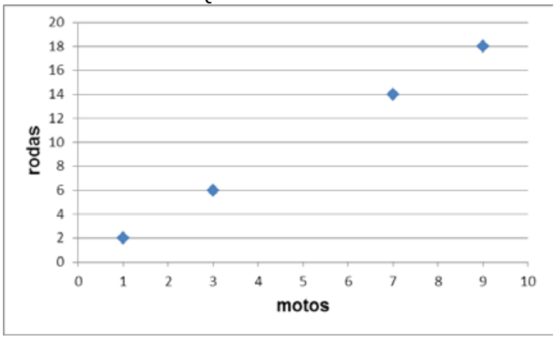
Essas duas classes de situações podem ser divididas, conforme a natureza de seus elementos, em dois tipos: *discreto e não discreto.*

- <u>Discreto</u>

As quantidades que representam os elementos podem ser enumeradas, contadas, como no conjunto dos números naturais.

Exemplo de situação-problema: *"Sete motos tem quatorze rodas. Quantas rodas têm três motos?".*

Gráfico 3.1 Quantidades discretas



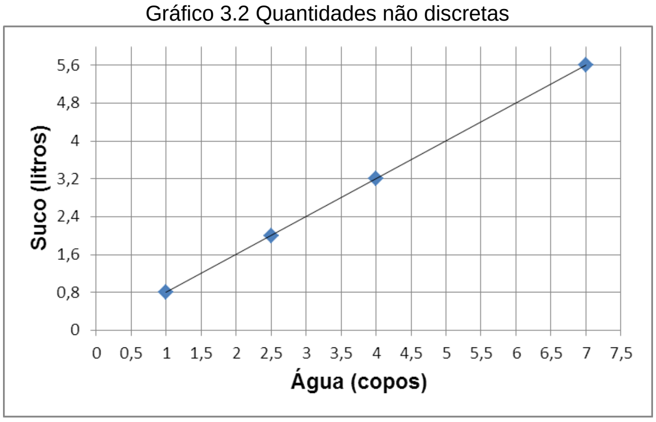
Nesse tipo de situação-problema, não se admite pensar em 2,5 motos. As quantidades que representam os dois elementos (motos e rodas) pertencem ao conjunto dos números naturais, e o gráfico que representa a relação motos x rodas não é contínuo.

- <u>Não discreto</u>

As quantidades que representam os elementos têm representações contínuas dentro do plano geométrico, não podendo ser contadas, como no conjunto dos números reais.

Exemplo de situação-problema: *“Com dois copos e meio de água eu faço dois litros de suco. Quantos litros de suco eu faço com sete copos de água?”.*

Gráfico 3.2 Quantidades não discretas



Nesse tipo de situação-problema, os elementos admitem valores que pertencem ao conjunto dos números reais, tendo sua representação gráfica atrelada a uma função contínua.

Magina, Santos e Merlini (no prelo) realizaram o seu trabalho utilizando apenas quantidades discretas, pertencentes ao conjunto dos números naturais.

Diferentemente, em nossa pesquisa, utilizamos nas situações-problema elementos dos dois tipos: discreto e não discreto, pertencentes ao conjunto dos números reais.

Conforme o que foi destacado no Quadro 3.1, é nesse eixo que nosso trabalho foi desenvolvido. Porém, embora não seja nosso foco, continuaremos apresentando os outros três eixos, para uma melhor compreensão do leitor acerca do Campo Conceitual Multiplicativo.

Eixo 2 – Proporções Múltiplas

A Proporção Múltipla trata de uma relação quaternária envolvendo mais de dois elementos, relacionados dois a dois. Exemplo: (*quantidades de bolacha, pacote, caixa).* Como no eixo das Proporções Simples, esse eixo também pode ser dividido em duas classes: *um para muitos e muitos para muitos.*

- Correspondência de um para muitos

Exemplo: "*Um atacadista vende uma caixa com pacotes de bolacha. Cada caixa contém 12 pacotes. Por sua vez, cada pacote contém 10 bolachas. Maria comprou 5 caixas, quantas bolachas ela levou?".*

- Correspondência de muitos para muitos

Exemplo: "*Um grupo de seis amigos decidiram passar 15 dias de férias em um hotel fazenda. O custo de duas diárias é de R$90,00 por pessoa. Quanto gastou o grupo?"* (MAGINA, SANTOS, MERLINI, no prelo).

Eixo 3 – Comparação multiplicativa

Trata-se de situações-problema que envolvem a comparação entre dois elementos de mesma natureza. Exemplos: *(preço e quantidade)*. Podem ser divididas em duas classes: *relação desconhecida e referido desconhecido.*

- Relação desconhecida

Exemplo: *"Comprei um caderno por R$ 5,00 e uma mochila por R$ 100,00. Quantas vezes a mochila foi mais cara que o caderno?".*

- Referido desconhecido

Exemplo: *"A quantidade de sapatos de Sérgio é seis vezes maior que a quantidade de sapatos de Paulo. Sérgio tem 24 sapatos. Quantos sapatos tem Paulo?".*

Eixo 4 – Produto de medidas

Esse eixo é formado por duas classes: *configuração retangular e combinatória.*

- Configuração retangular

Trata-se de situações-problema em que os elementos representam certas quantidades, na horizontal e na vertical, dispostas de forma retangular (MAGINA, SANTOS, MERLINI, no prelo).

Exemplo: *"Num prédio existem 12 andares, com 4 janelas dispostas em cada andar. Quantas janelas há nesse prédio?".*

- Combinatória

A ideia presente nesses tipos de situações-problema nos remete à noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ($A \cap B = \varnothing$) (MAGINA, SANTOS, MERLINI, no prelo).

Exemplo: *"A diretora da escola comprou 20 camisas e 24 calças, ambas em cores diferentes, para vestir os professores que irão participar da quadrilha na festa junina. Quantos trajes diferentes poderão ser formados?".*

Finalizamos essa sucinta apresentação dos eixos que constituem o Campo Conceitual Multiplicativo. Vale ressaltar que, apenas no primeiro eixo (Proporção Simples) admitimos os elementos do tipo discreto e não discreto. Nos três outros eixos, consideramos apenas os elementos do tipo discreto, pertencentes ao conjunto dos números naturais.

Deixamos claro que o foco de nossa pesquisa não é o de esgotar as possibilidades de situações estruturadas dentro desse campo conceitual, mas sim propiciar ao leitor uma compreensão ampla das relações que o constituem. Muitas situações-problema podem ser elaboradas, a partir de uma operação de multiplicação ou de divisão, ou ambas, sendo esse um campo frutífero para pesquisas na Educação Matemática.

Seguiremos, na próxima seção, apresentando a revisão de trabalhos que se fundamentaram na Teoria dos Campos Conceituais elaborada por Vergnaud (1996), mais precisamente, no Campo Conceitual Multiplicativo, para realizar pesquisas no âmbito do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

3.1.2 Estudos correlatos

Nesta seção, apresentaremos uma revisão das pesquisas realizadas no Brasil, as quais usaram a Teoria dos Campos Conceituais como principal sustentação teórica. Mais precisamente, revisamos na literatura, estudos que investigaram o Campo Conceitual Multiplicativo. Do ponto de vista metodológico, os estudos que nos interessaram foram aqueles que se voltaram para o processo de aprendizagem, isto é, aqueles que tiveram como população-alvo estudantes.

Limitamos o período da consulta aos estudos realizados a partir do ano 2000 e utilizamos como fonte de busca dois bancos de teses: o da PUC-SP e o da CAPES. Dessa busca, resultou a identificação de quatro trabalhos de mestrado e uma tese de doutorado. Do ponto de vista metodológico, quatro estudos foram descritivos, utilizando instrumento diagnóstico (escrito e/ou oral) como técnica de coleta de dados e um estudo foi intervencionista.

Apresentaremos, a seguir, um resumo de cada um desses estudos, expondo sempre os pontos coincidentes, ou não, à nossa pesquisa. Num primeiro momento, seguindo uma ordem cronológica, discorreremos sobre os estudos descritivos (diagnósticos), passando a tratar, num segundo momento, do estudo intervencionista.

Floriani (2004) realizou um estudo diagnóstico com o objetivo “de identificar que aspectos serão indícios na compreensão do conceito de proporcionalidade, nas estratégias utilizadas por alunos que frequentam o ensino regular na solução de problemas que envolvem este conceito” (p.13).

Sua pesquisa foi realizada com estudantes de 6ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 2ª série do Ensino Médio, numa escola privada, situada na cidade de Itajaí, no estado de Santa Catarina. Seu estudo visava responder à seguinte questão:

- Nas estratégias utilizadas por alunos que frequentam o ensino regular na solução de problemas de proporcionalidade, que aspectos seriam indícios da compreensão desse conceito? (p. 12).

Para a coleta de dados, Floriani (2004) aplicou um instrumento, um teste, que constava de nove questões envolvendo noções de proporcionalidade. Essas questões foram divididas em seis problemas de grandeza diretamente proporcional e três de grandeza inversamente proporcional, adaptados da Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud.

Para responder sua questão de pesquisa, Floriani (2004) realizou dois tipos de análise: a quantitativa, com base na quantidade de acertos e de erros para cada problema e para cada série, a qualitativa, com base nas observações sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas.

Os resultados de sua pesquisa demonstraram que:

- a partir das análises das estratégias adotadas pelos alunos nos problemas, por meio de seus registros, é possível identificar elementos que demonstram a compreensão do conceito de proporcionalidade;
- em vários problemas, os alunos muitas vezes não conseguem reconhecer a proporcionalidade como uma relação multiplicativa, por outro lado, houve tentativa no sentido de utilizar relações aditivas para resolver esses problemas.

Bonanno (2007) realizou um estudo diagnóstico, com o objetivo de investigar o cálculo operatório no campo multiplicativo com um grupo de alunos na faixa etária entre 11 e 12 anos, buscando identificar o conhecimento desses alunos a respeito de duas grandes expectativas de aprendizagem para essa etapa de escolaridade: a primeira engloba a análise, a interpretação, e a resolução de situações-problema com os diferentes significados da multiplicação e divisão e a segunda, o desempenho do grupo de alunos em cálculo – mentais e escritos, exatos ou aproximados – por meio de estratégias variadas.

Sua pesquisa foi realizada com estudantes de uma 5ª série do Ensino Fundamental, numa escola da rede pública estadual, localizada em Guarulhos, estado de São Paulo, incluída no projeto "Escola de Tempo Integral"[7]. Seu estudo visava responder às seguintes questões:

- O que alunos de 5ª série revelam conhecer, relativamente à análise, interpretação e resolução de situações-problema, com compreensão de diferentes significados da multiplicação e divisão?
- Como esses alunos se desempenham em cálculos – mentais ou escritos, exatos ou aproximados – envolvendo multiplicação e divisão com números naturais?

Bonanno (2007) desenvolveu a coleta de dados de sua pesquisa em quatro momentos. Cada momento foi constituído na proposição de quatro situações-problema, de quatro atividades de cálculo mental ou estimativa, e duas atividades de uso de técnica operatória. Todas as situações-problema e atividades foram elaboradas com base na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1996), nas contribuições de Kamii (1995) acerca do uso dos algoritmos nas séries iniciais e nas contribuições de Franchi (1995) com seus trabalhos realizados no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo.

Com o objetivo de responder às questões de sua pesquisa, a pesquisadora realizou uma análise qualitativa dos dados coletados. Ao final dessa análise, quatro alunos foram submetidos à entrevista, com o intuito de ampliar a compreensão, por parte da pesquisadora, sobre o assunto pesquisado.

Os resultados de sua pesquisa mostraram:

- que os algoritmos convencionais ainda são os procedimentos mais utilizados pelos alunos nas situações-problema e cálculo escrito, mas um fato interessante e positivo é o de que muitos alunos usam procedimentos não convencionais para resolver as situações-problema;

[7] Projeto que tem como finalidade oferecer aos alunos do Ensino Fundamental uma jornada escolar de 9 aulas diárias, de 50 minutos cada. Teve início no ano de 2006.

- a constatação da importância de se considerar e explorar, no ensino, as diversas estratégias não convencionais estabelecidas pelos alunos em situações-problema diversas.

Eolália Silva (2008) realizou um estudo diagnóstico, cujo objetivo geral foi o "de identificar e analisar as estratégias utilizadas por alunos de 6ª a 8ª séries do Ensino Fundamental na resolução de problemas que envolvem o conceito de proporção" (p. 30).

Sua pesquisa se embasou, principalmente, na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1981), sendo realizada com estudantes de uma escola pública de Curitiba, visando responder à seguinte questão de pesquisa:

- "Na resolução de problemas de proporção, os alunos de 6ª e 8ª séries do Ensino Fundamental demonstram por meio das estratégias que utilizam compreensão do raciocínio proporcional, evidenciando apropriação do conteúdo?" (p.30).

Para a coleta dos dados de sua pesquisa, Eolália Silva (2008) utilizou-se de dois momentos:

- Primeiro Momento – aplicação da investigação escrita – instrumento composto por questões do Campo Conceitual Multiplicativo, na classe de problemas de proporção simples, comportando apenas grandezas diretamente proporcionais, aplicado a todos os alunos participantes;
- Segundo Momento – entrevista com os alunos – realizada com dez alunos, escolhidos aleatoriamente (cinco alunos de cada série participantes da pesquisa), com o intuito de escutar, individualmente, a explicação de cada aluno para o caminho percorrido na resolução dos problemas propostos na investigação escrita.

.

Para responder sua questão de pesquisa, Eolália Silva (2008) realizou uma análise qualitativa dos dados coletados na investigação escrita, identificando os acertos e os erros encontrados nas questões propostas e categorizando as estratégias utilizadas. Também foi feita uma análise qualitativa, contemplando os resultados, a frequência e a eficácia dessas estratégias, relacionando-os com as explicações obtidas com a entrevista.

Os resultados de sua pesquisa mostraram que:

- os alunos privilegiaram estratégias próprias na resolução dos problemas, com poucas opções pelo uso do algoritmo da regra de três;
- o aluno detém um pensamento proporcional em sentido amplo, porém encontra dificuldade para conceitualizar e lidar com a aritmética envolvida, principalmente dos números decimais.

Rasi (2009) realizou um estudo diagnóstico, com o objetivo de "investigar as concepções que os alunos do sétimo ano mobilizam quando estabelecem relações ternárias e o cálculo relacional, conforme a Teoria dos Campos Conceituais apresentada por Vergnaud (1996)" (p.12).

Sua pesquisa foi realizada com dez alunos, estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental, selecionados em três escolas: uma particular e duas públicas, localizadas na zona oeste de São Paulo. A seleção privilegiou aqueles com bom desempenho nas aulas de Matemática.

O estudo de Rasi (2009) visava responder à seguinte questão de pesquisa:

- "Alunos, entre 11 e 13 anos, estabelecem uma relação ternária com a noção de transformação? Se estabelecem relações ternárias em situações que envolvem as propriedades da multiplicação?" (p. 23).

Para a coleta de dados, a pesquisadora utilizou um instrumento, um teste, que constituiu-se numa atividade que trata das estruturas multiplicativas, com base na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud, elaboradas em duas partes:

- Primeira parte – problemas multiplicativos do tipo produto de medidas com noções de transformação e de composição binária;
- Segunda parte – composição binária, multiplicação e suas propriedades.

Com vistas a responder sua questão de pesquisa, Rasi (2009) realizou uma análise a priori das situações-problema constituídas em atividade, e a posteriori, a partir dos dados coletados das atividades realizadas com os alunos, numa abordagem qualitativa.

Os resultados de sua pesquisa levaram Rasi (2009) a constatar que os alunos apresentam alguma dificuldade ao compor duas transformações e uma concentração no estabelecimento das relações ternárias que envolvem a noção de transformação. Tais constatações demonstraram, segundo a pesquisadora, a importância da ampliação do trabalho com as estruturas multiplicativas, de modo a promover grande variedade de situações e relações que dizem respeito ao Campo Conceitual Multiplicativo, em especial, às relações ternárias, como uma lei de composição binária com suas propriedades.

Os estudos de Floriani (2004), Bonanno (2007), Eolália Silva (2008) e Rasi (2009) aproximam de nossa pesquisa no sentido de que utilizamos o mesmo referencial teórico (Teoria dos Campos Conceituais), mais precisamente, realizamos nossa pesquisa no âmago do Campo Conceitual Multiplicativo. Ainda, no que se refere aos trabalhos de Floriani (2004) e Eolália Silva (2008), pesquisamos o mesmo objeto matemático: Proporção. Entretanto, algumas diferenças devem ser pontuadas:

1) Público-alvo: as pesquisas são realizadas com estudantes, porém, Floriani (2004) realizou seu trabalho com alunos regulares do Ensino Fundamental (6ª e 8ª séries) e do Ensino Médio (2ª série), matriculados numa escola particular; Bonanno (2007) realizou seu trabalho com alunos regulares do Ensino Fundamental (5ª série), matriculados numa escola pública; Eolália Silva (2008) realizou seu trabalho com alunos regulares do Ensino Fundamental (5ª e 8ª séries), matriculados numa escola pública; e Rasi (2009) realizou seu trabalho com alunos matriculados no sétimo ano do Ensino Fundamental, divididos entre uma escola particular e duas públicas. Diferentemente, nossa pesquisa foi realizada com estudantes do Ensino Médio da EJA (3º termo/série), matriculados numa escola pública.

2) Metodologia: como já citado anteriormente, os trabalhos de Floriani (2004), Bonanno (2007), Eolália Silva (2008) e Rasi (2009) são estudos diagnósticos, cujo foco está em diagnosticar as estratégias que estudantes investigados utilizaram ao resolverem problemas pertencentes ao Campo Conceitual

Multiplicativo, enquanto o nosso estudo tem caráter de intervenção. Isto é, nosso foco é desenvolver, junto aos estudantes, estratégias significativas e eficientes para resolver problemas pertencentes a esse campo conceitual.

3) Grandezas inversamente proporcionais: o trabalho de Floriani (2004) utiliza na coleta de seus dados um instrumento constituído por questões de proporção, entre elas, três questões que envolvem grandezas inversamente proporcionais (p. 36, 37, 38). Em nossas leituras, acerca da Teoria dos Campos Conceituais elaborada por Vergnaud (1996), no que diz respeito ao isomorfismo de medidas, fica claro que tal teoria se aplica a situações-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas pela função linear. Portanto, em nosso trabalho, focamos o conceito de Proporção Simples, trabalhando com grandezas diretamente proporcionais.

Prosseguindo nossa revisão, apresentamos o trabalho de Barbosa (2008). O estudo é intervencionista e tem o objetivo de investigar a introdução do Teorema Fundamental da Aritmética (FTA) e dos principais conceitos associados a ele com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Sua pesquisa foi realizada com alunos de uma escola particular da zona norte do Rio de Janeiro e visava responder à seguinte questão:

➢ De que argumentos os alunos se valem no processo de significação do Teorema Fundamental da Aritmética – FTA?

Para responder essa questão, a pesquisadora elaborou uma sequência de ensino baseada na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1983, 2001) e nas ideias de Campbell e Zazkis (2002) referentes à aprendizagem dos conceitos associados à Teoria Elementar dos Números, de que o FTA é parte integrante.

Essa sequência de ensino foi dividida em três partes:

- Avaliação inicial, composta por nove questões (três delas com subitens), aplicada com o intuito de obter informações sobre: a relação do aluno com o tema, o domínio deste com o assunto trabalhado, as estratégias por eles utilizadas, os erros cometidos e os pré-requisitos apresentados por eles no enfrentamento dessas questões;

- Intervenção de ensino, composta por sete atividades (divididas em três grupos), intercaladas por duas avaliações intermediárias;
- Avaliação final, com as mesmas questões da avaliação inicial, aplicada com o objetivo de identificar as possíveis contribuições da intervenção de ensino aplicada para a construção dos conceitos trabalhados com os alunos.

Com vistas a responder sua questão de pesquisa, Barbosa (2008) realizou duas análises com o material coletado: uma quantitativa, voltada para os percentuais de acertos e uma qualitativa, em que buscou identificar os erros cometidos pelos alunos e as estratégias utilizadas na resolução das situações-problema.

Os resultados mostraram que:

- os alunos desenvolvem esquemas próprios para lidar com os conceitos em construção;
- nesse processo, uma série de conceitos matemáticos está presente, ainda que implicitamente, em suas ações;
- é função do professor criar condições que favoreçam aos alunos a explicitação desses conceitos.

Destacamos que o trabalho de Barbosa (2008) se aproxima de nossa pesquisa no sentido de que utilizamos o mesmo referencial teórico (Teoria dos Campos Conceituais) e de que partimos para a construção de conceitos por meio de uma sequência de ensino. Entretanto, essa tese difere de nosso trabalho em alguns pontos:

1) Objeto matemático: Barbosa (2008) estuda os efeitos de sua intervenção na introdução do Teorema Fundamental da Aritmética (FTA) e dos principais conceitos associados, enquanto nós estudamos os efeitos de nossa intervenção na construção dos conceitos de Razão e Proporção Simples.

2) População-alvo: Barbosa (2008) realiza sua pesquisa com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, matriculados numa escola particular. Diferentemente, em nosso estudo, os sujeitos pesquisados são estudantes do Ensino Médio da EJA (3º termo/série), matriculados numa escola pública.

3) Metodologia: A sequência de ensino proposta por Barbosa (2008) acontece em três momentos: avaliação inicial, intervenção de ensino e avaliação final, realizada com uma turma de alunos, para posterior análise dos dados coletados. Em nosso estudo, além da sequência de ensino proposta em três momentos: pré-teste, intervenção de ensino e pós-teste, realizada com uma turma de estudantes da EJA, chamada de Grupo Experimental, também utilizamos uma segunda turma da EJA, chamada de Grupo de Controle, que serve de parâmetro para identificar as potencialidades, ou não, de nossa intervenção, numa posterior análise de nossos dados.

Realizada a revisão proposta nesta seção, com as devidas argumentações, acerca dos trabalhos fundamentados à luz dos Campos Conceituais da Estrutura Multiplicativa, é chegado o momento de descrevermos, com detalhes, nossa pesquisa, realizada com o intuito de atingir o nosso objetivo e fornecer subsídios empíricos para responder à nossa questão de pesquisa. Portanto, o nosso próximo capítulo é destinado à apresentação de nossa metodologia.

CAPÍTULO IV
METODOLOGIA

Neste capitulo, descreveremos a pesquisa realizada: objetivo, opção teórico-metodológica e o desenho do experimento.

Ao discorrer sobre o desenho do experimento, apresentaremos o universo de estudo, descrevendo os sujeitos envolvidos na pesquisa, os materiais utilizados, os instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes), a sequência de ensino e os procedimentos utilizados na coleta de dados.

4.1 Propostas e objetivos

Nossa pesquisa foi realizada com estudantes matriculados no Ensino Médio da EJA (3º Ano) e procura responder à seguinte questão de pesquisa: **Quais as contribuições de uma sequência de ensino, com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples?**

Partindo da realidade de nossos estudantes, jovens e adultos, já inseridos no mundo do trabalho e em pleno exercício de sua cidadania, acreditamos que nossa escolha em valorizar o seu conhecimento prévio na elaboração da sequência de ensino, junto com as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996), seja um facilitador no processo de ensino e de aprendizagem, pois parte de diferentes situações-problema já vivenciadas pela maioria desses estudantes para uma posterior formalização matemática.

Ao final deste trabalho, esperamos que os estudantes sejam capazes de utilizar o conceito de Proporção Simples não apenas em situações-problema vivenciadas no ambiente das instituições escolares, mas também no seu ambiente de convívio social.

4.2 Discussão Teórico-Metodológica

Nossa pesquisa é um estudo intervencionista, tratando-se de uma pesquisa quase-experimental, a qual se caracteriza “pela realização de experimentos que visam verificar a validade de determinadas hipóteses em relação a um fenômeno ou problema” (FIORENTINI, LORENZATO, 2006, p.71). O interesse nesse tipo de pesquisa está na possibilidade de atuar diretamente na realidade do problema encontrado na sala de aula, sendo possível ao pesquisador criar um experimento que trabalhe com as variáveis encontradas.

Segundo Rudio (1979), experimentos são situações criadas planejadamente pelo pesquisador, dentro ou fora de um laboratório, com o intuito de observar controladamente a relação entre determinados fenômenos, com a utilização de técnicas rigorosas no controle sobre as variáveis observáveis. Nesse sentido, planejamos uma intervenção de ensino acerca dos conceitos de Razão e Proporção Simples, utilizando as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996).

Sendo assim, a nossa pesquisa investigará a relação de causalidade entre os fenômenos nela envolvidos, para uma posterior confirmação, ou não, de nossa hipótese, a saber: Que uma intervenção de ensino, elaborada com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e elaborada à luz da Teoria dos Campos Conceituais, contribui para a apreensão do conceito de Proporção Simples.

4.3 Desenho do Experimento

Nosso estudo envolveu dois grupos de estudantes: um que chamamos de grupo de controle (GC) e o outro que chamamos de grupo experimental (GE).

Durante a realização de nosso experimento, o GC teve contato com o conteúdo de proporcionalidade por meio de aulas convencionais, ou seja, “método no qual é apresentado o enunciado, seguido da demonstração e exemplos e, posteriormente, a aplicação dos conceitos apresentados, apoiada na resolução de exercícios, mais amparado no uso de técnicas e algoritmos” (LEITE, 2010, p. 76).

Todavia, o GE também teve contato com o conceito de proporcionalidade, mas por meio da intervenção de ensino diferenciada, em que buscamos integrar o conhecimento já apropriado pelo estudante, no reconhecimento das relações entre as quantidades envolvidas numa proporção, priorizando a compreensão.

Dessa forma, o GC teve apenas a função de controle do nosso experimento, servindo de comparativo ao GE, visando evidenciar se a intervenção de ensino contribuiu, ou não, para a apreensão dos conceitos nesse grupo.

Mais detalhes sobre nosso experimento serão apresentados nas próximas seções deste capítulo.

4.3.1 Universo de Estudo

Escolhemos para o desenvolvimento das atividades e observações realizadas nesta pesquisa, uma escola da rede pública estadual, situada na região sul da cidade de São Paulo, no bairro Jardim Umuarama. Tal escolha deve-se ao fato de o pesquisador ser professor efetivo da escola, e também pela aceitação do corpo diretivo para a realização da intervenção.

A escola funciona em três períodos, contando aproximadamente com 1950 estudantes matriculados no ano de 2011. Nela, são ministradas aulas do ciclo II do Ensino Fundamental, aulas do Ensino Médio e aulas da EJA (Ensino Médio). Nessa escola, as aulas ministradas na modalidade EJA funcionam apenas no período noturno, com duração de 45 minutos cada aula.

Os sujeitos de nossa pesquisa são estudantes das duas turmas do curso de 3º Termo/Ano da EJA no Ensino Médio, matriculados no 1º semestre do ano de 2011. Com o objetivo de conhecer melhor o aluno participante da pesquisa e fornecer dados complementares para a análise da intervenção, aplicamos um questionário chamado **Perfil do aluno da EJA** (Apêndice I), composto por oito questões que tratam do percurso escolar do sujeito e da sua relação com a disciplina Matemática.

Por meio desse questionário, respondido por todos os estudantes participantes da pesquisa (65 sujeitos), podemos afirmar que:

- 68% deles têm entre 18 e 30 anos;
- 45% deles possuem mais de doze anos de estudo (frequentando a escola, independentemente de terem sido aprovados ou não);
- todos estudaram apenas em escola pública;
- 83% deles trabalham;
- 60% desses que trabalham, fazem uso de cálculos matemáticos na sua profissão;
- 90% deles consideram a matemática útil para as questões do seu dia-a-dia.

4.3.2 Procedimentos

Para a coleta de dados do nosso experimento, utilizamos dois instrumentos diagnósticos: o pré-teste, aplicado no início da intervenção e o pós-teste, aplicado no término da intervenção. Ambos foram aplicados em dois grupos de estudantes, o grupo de controle (GC) e o grupo experimental (GE), durante o período de aula.

Foram disponibilizados para cada grupo dois dias, com duas aulas duplas de 45 minutos cada, totalizando 4 horas/aulas, para a aplicação desses instrumentos.

Inicialmente, o GC foi formado por 30 sujeitos, enquanto o GE por 35 sujeitos. Devido à falta de alguns estudantes nas aulas convencionais no GC e na intervenção de ensino no GE, ou nas avaliações diagnósticas da mesma (GC e GE), diminuímos nosso grupo de trabalho para 20 sujeitos no GC e 20 sujeitos no GE. Os estudantes com falta neste período não fizeram parte da coleta de dados, mas participaram normalmente das atividades.

Além dos instrumentos de avaliação diagnóstica, o GE também foi submetido à intervenção de ensino, sendo disponibilizados 9 encontros, com duas aulas duplas de 45 minutos cada, totalizando 22 horas/aulas para a realização de todo o experimento. Devemos ressaltar que o pré-teste, nos dois grupos, foi realizado quinze dias antes do início da intervenção, e o pós-teste quinze dias após o término da mesma.

Para cada instrumento, foram utilizadas duas folhas sulfite (padrão A4), frente e verso, totalizando para cada instrumento, quatro páginas. No pré-teste, na primeira página constavam os campos Nome, Data e Idade, junto com as oito questões referentes ao questionário Perfil, enquanto que nas outras três páginas estavam as doze questões matemáticas.

No pós-teste, apenas os campos Nome, Data e Idade constavam na primeira página, enquanto que as doze questões estavam nas três páginas restantes.

Apresentaremos a seguir, detalhadamente, os dois instrumentos diagnósticos, pré e pós-testes, e a nossa intervenção de ensino.

4.3.2.1 Apresentação e descrição do Pré-teste e do Pós-teste

Nesta seção descrevemos com detalhes os instrumentos que nos propiciaram investigar as contribuições de nossa intervenção de ensino para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples.

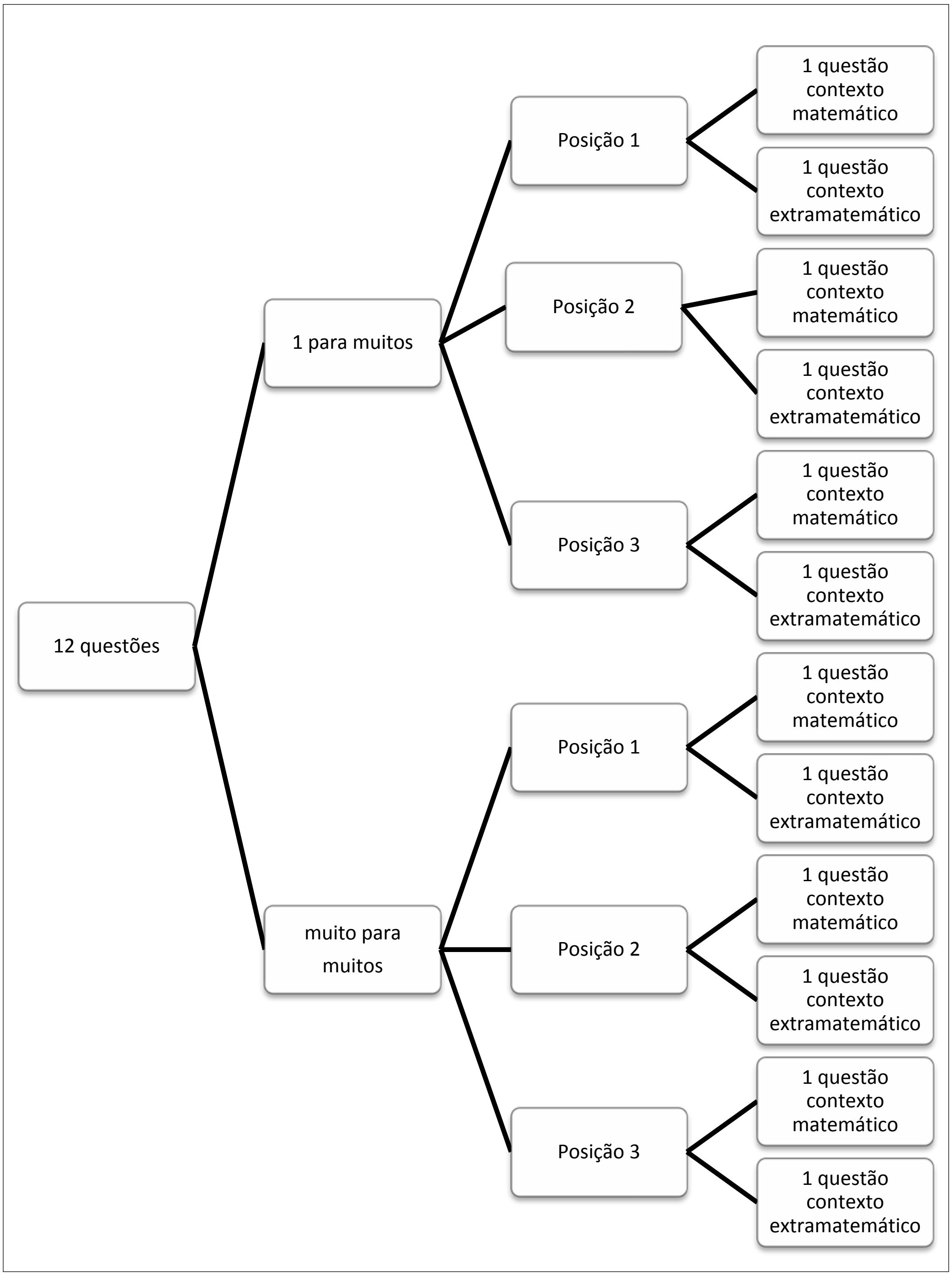
Na construção dos nossos instrumentos, elaboramos 12 questões abordando o conceito de Proporção Simples, divididas igualmente nas classes de **um para muitos** e de **muitos para muitos**, em situações-problema em que a **incógnita X** circula em três posições, a saber:

Quadro 4.1 Posição da incógnita X

<table>
<tr><th colspan="2">Posição (1)</th><th colspan="2">Posição (2)</th><th colspan="2">Posição (3)</th></tr>
<tr><td>Q(1)</td><td>Q(2)</td><td>Q(1)</td><td>Q(2)</td><td>Q(1)</td><td>Q(2)</td></tr>
<tr><td>a</td><td>b</td><td>a</td><td>X</td><td>a</td><td>b</td></tr>
<tr><td>c</td><td>X</td><td>b</td><td>c</td><td>X</td><td>c</td></tr>
<tr><td colspan="6">Sendo a, b e c três valores conhecidos, pertencentes ao conjunto dos números inteiros.
Q(1) e Q(2) são as quantidades trabalhadas nas questões.</td></tr>
</table>

Procuramos também, na elaboração das questões, propor situações-problema que partissem do enfrentamento de situações oriundas da realidade do aluno da EJA, reconhecido em nosso estudo como **contexto extramatemático**, e questões que abordassem a matemática formal das escolas, reconhecido em nosso estudo como **contexto matemático**. Os instrumentos diagnósticos foram elaborados conforme o Quadro 4.2:

Quadro 4.2 Desenho do instrumento diagnóstico referente ao conteúdo

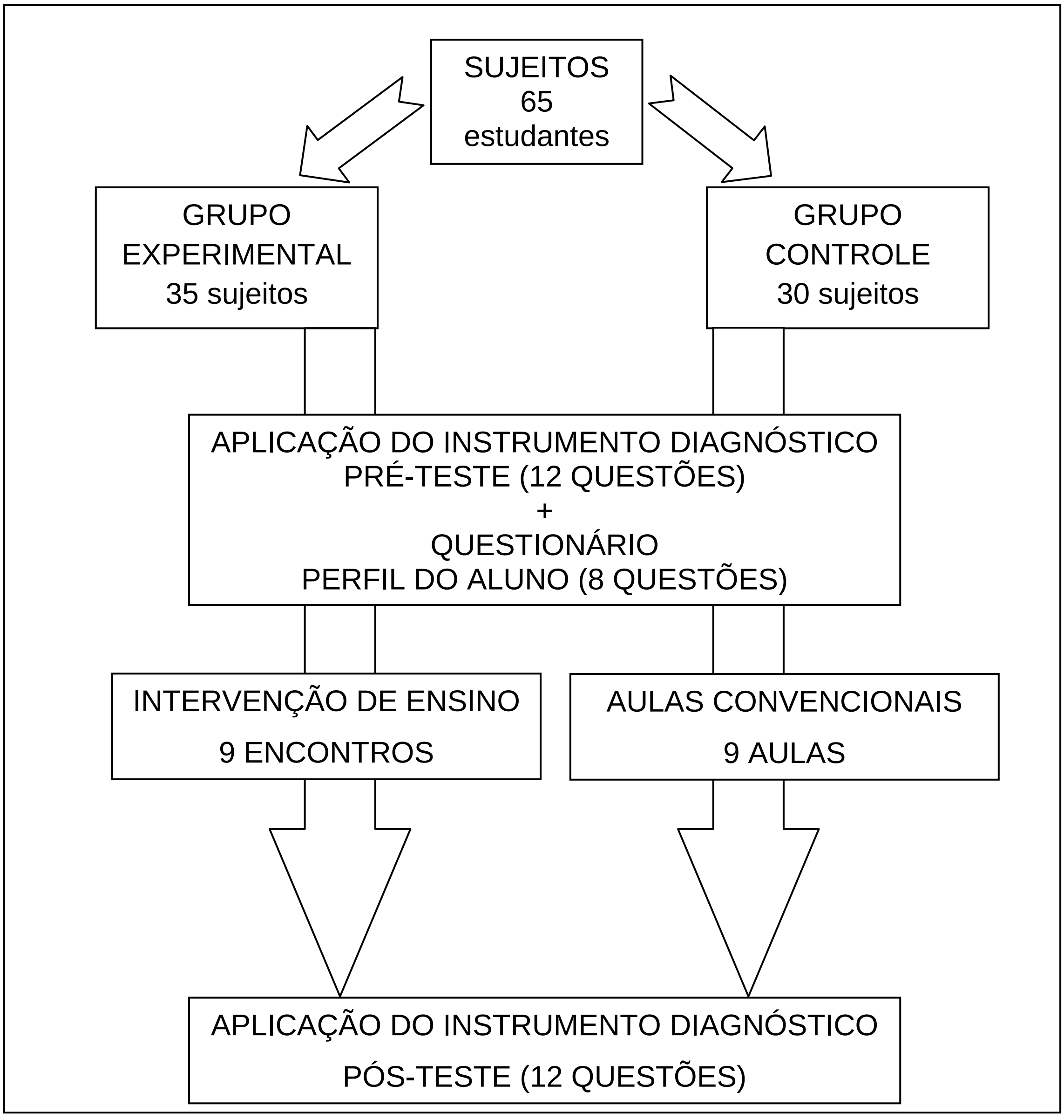


O nosso objetivo com a aplicação do pré-teste foi avaliar quais os conhecimentos prévios utilizados pelos estudantes da EJA em questões acerca do conceito de Proporção Simples.

A aplicação do pós-teste, que é um instrumento exatamente igual ao pré-teste, possibilitou com sua análise a posteriori, avaliar quais as contribuições, ou não, de nossa intervenção de ensino para a construção dos conceitos abordados.

Portanto, nossos instrumentos diagnósticos constituíram-se em doze questões cada, baseando-se no Campo Conceitual Multiplicativo e nos conhecimentos prévios utilizados pelos estudantes no seu dia a dia. De maneira sintetizada, apresentamos o desenho geral de nosso experimento no Quadro 4.3:

Quadro 4.3 Desenho geral do experimento



No Quadro 4.4, a seguir, apresentamos todas as doze questões propostas no pré e pós-testes:

Quadro 4.4 Questões dos pré e pós-testes

Questão 1: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{1}{12} = \frac{X}{33}$	**Questão 7**: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{3}{X} = \frac{7}{21}$
Questão 2: No açougue do bairro, 1 kg de picanha custa R$ 27,00. João quer fazer um churrasco e pretende comprar 29 kg de picanha nesse mesmo açougue. Quanto ele vai gastar?	**Questão 8**: Quanto custará 13 litros de leite numa mercearia em que 27 litros de leite custam R$ 54,00?
Questão 3: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{6}{16} = \frac{X}{48}$	**Questão 9:** Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{11}{3} = \frac{99}{X}$
Questão 4: Uma receita manda colocar 2 ovos, para cada 3 xícaras de farinha de trigo. Quantos ovos serão necessários, se nessa receita colocarmos 15 xícaras de farinha de trigo?	**Questão 10:** Para se fazer um determinado refresco, pede-se para acrescentar a cada copo do suco concentrado e já adoçado, 3 copos de água. Usando-se 9 copos de água, serão necessários quantos copos de suco concentrado?
Questão 5: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{1}{X} = \frac{4}{24}$	**Questão 11**: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$
Questão 6: Qual o valor de 1 litro de gasolina num posto de combustível, sendo que 8 litros de gasolina nesse mesmo posto custam R$ 20,00?	**Questão 12:** Na padaria do Bolinha, 7 kg de queijo mussarela custam R$ 63,00. Joelma quer preparar uma receita e precisa de 3 kg desse queijo. Quanto ela vai gastar comprando nessa padaria?

Todas as questões tratam do conceito de **Proporção Simples**, abordando a **correspondência um para muitos** ou de **muitos para muitos**, apresentadas tanto no **contexto matemático** quanto no **contexto extramatemático**, com a **incógnita X circulando nas três posições**. Em todas as questões visamos diagnosticar qual o entendimento do estudante sobre o conceito de proporção, qual estratégia ele utiliza e se é capaz de solucionar tal situação-problema. Ainda, nas situações elaboradas no contexto extramatemático, procuramos identificar se o aluno consegue relacionar uma situação do seu dia-a-dia com o aprendizado escolar, usando o seu conhecimento prévio como estratégia para chegar à resposta. A seguir, apresentamos as questões uma a uma, com as respectivas expectativas.

1ª Questão

Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{12} = \frac{X}{33}$$

Trata-se de uma típica questão do contexto matemático, encontrada em diversos livros didáticos, em que as informações aparecem sem nenhuma contextualização com as atividades extraclasse enfrentadas pelos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples, e pertence à classe de problemas na correspondência de um para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 2.

Acreditamos que os estudantes poderão ter dificuldade na solução, pois apesar dos valores fornecidos serem números inteiros e pequenos, será necessário efetuar uma divisão em que o resultado será um número decimal. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção operador-escalar**

x 12 $\quad \frac{1}{12} = \frac{X}{33} \quad$: 12

Operador escalar

(não tem dimensão)

$X = 33 : 12$

$X = \frac{33}{12}$

$X = 2{,}75$

- **Noção operador-funcional**

x $\frac{33}{12}$

$\frac{1}{12} = \frac{X}{33}$

x $\frac{33}{12}$

Operador funcional

$X = 1 \times \frac{33}{12}$

$X = \frac{33}{12}$

$X = 2{,}75$

- **Regra de três simples**

$$\frac{1}{12} = \frac{X}{33} \Rightarrow$$

$$12X = 1 \times 33$$

$$X = \frac{33}{12}$$

$$X = 2{,}75$$

Questão 2:

No açougue do bairro, 1 kg de picanha custa R$ 27,00. João quer fazer um churrasco e pretende comprar 29 kg de picanha nesse mesmo açougue. Quanto ele vai gastar?

Trata-se de uma questão do contexto extramatemático, relacionada aos enfrentamentos da vida cotidiana dos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de um para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 1.

Acreditamos que seja de fácil solução, pois além de ser uma questão cotidiana, pode ser resolvida com uma simples multiplicação entre os valores informados. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Multiplicação simples**

Carne (kg)	Preço (R$)
1	27
29	X

1kg = 27,00

X = 29 kg x 27,00

X = 783,00

- **Noção de operador-escalar**

Carne (kg)	Preço (R$)
1	27
29	X

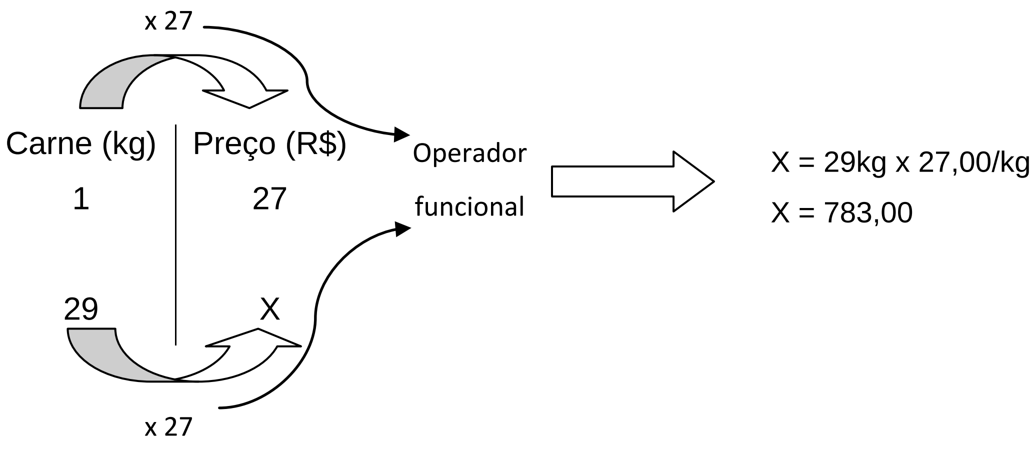
x 29 x 29

Operador escalar
(sem dimensão)

X = 27,00 x 29

X = 783,00

- **Noção de operador-funcional**



- **Regra de três simples**

$$\frac{1}{29} = \frac{27}{X}$$

1 X = 27 x 29

X = 783,00

Questão 3

Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{6}{16} = \frac{X}{48}$$

Trata-se de uma típica questão do contexto matemático, encontrada em diversos livros didáticos, em que as informações aparecem sem nenhuma contextualização com as atividades extraclasse enfrentadas pelos estudantes da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de muitos para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 2.

Acreditamos que os estudantes poderão ter dificuldade na solução, já que a relação entre as quantidades não é explícita e, dependendo da escolha do esquema, o aluno terá que operar com número decimal ou com números grandes. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção operador-funcional**

x 3

$$\frac{6}{16} = \frac{X}{48}$$

x 3

Operador funcional

$X = 6 \times 3$

$X = 18$

- **Regra de três simples**

$$\frac{6}{16} = \frac{X}{48}$$

$16X = 6 \times 48$

$16X = 288$

$X = \frac{288}{16}$

$X = 18$

Questão 4:

Uma receita manda colocar 2 ovos para cada 3 xícaras de farinha de trigo. Quantos ovos serão necessários, se nessa receita colocarmos 15 xícaras de farinha de trigo?

Trata-se de uma questão do contexto extramatemático, relacionada aos enfrentamentos da vida cotidiana dos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de muitos para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 3.

Acreditamos que seja de fácil solução, já que se trata de uma questão cotidiana. Porém, o fato da relação entre os valores estar implícita e a incógnita estar na posição 3 pode dificultar a resolução para alguns estudantes. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção de operador-escalar**

Ovos (un.)	Farinha (xc.)
2	3
X	15

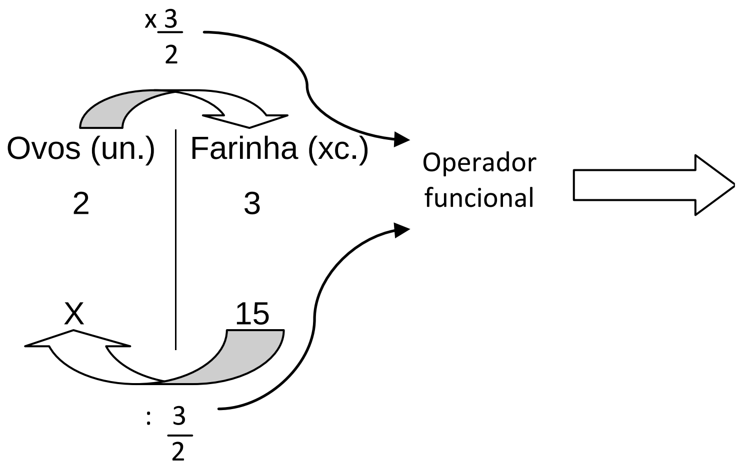
x 5   x 5

Operador escalar
(sem dimensão)

$X = 2 \text{ ovos} \times 5$

$X = 10 \text{ ovos}$

- **Noção de operador-funcional**



X = 15 : $\frac{3}{2}$ ovos/xícaras

X = 10 ovos

- **Regra de três simples**

$$\frac{2}{X} = \frac{3}{15}$$

3 X = 2 x 15

X = $\frac{30}{3}$

X = 10

Questão 5:

Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{X} = \frac{4}{24}$$

Trata-se de uma típica questão do contexto matemático, encontrada em diversos livros didáticos, em que as informações aparecem sem nenhuma contextualização com as atividades extraclasse enfrentadas pelos estudantes da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de um para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 3.

Apesar de essa questão pertencer ao contexto matemático, acreditamos que os estudantes terão facilidade em sua resolução, já que todos os valores são inteiros, além da relação entre eles estar explícita. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção operador-funcional**

x 4

$$\frac{1}{X} = \frac{4}{24}$$

: 4

Operador funcional

X = 24 : 4

X = 6

- **Noção operador-escalar**

$$\text{x } 6 \quad \frac{1}{X} = \frac{4}{24} \quad \text{x } 6$$

Operador escalar

(não tem dimensão)

X = 1 x 6

X = 6

- **Regra de três simples**

$$\frac{1}{X} = \frac{4}{24}$$

4 X = 1 x 24

4 X = 24

$$X = \frac{24}{4}$$

X = 6

Questão 6:

Qual o valor de 1 litro de gasolina num posto de combustível, sendo que 8 litros de gasolina nesse mesmo posto custam R$ 20,00?

Trata-se de uma questão do contexto extramatemático, relacionada aos enfrentamentos da vida cotidiana dos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de um para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 2.

Acreditamos que seja de fácil resolução, pois além de ser uma questão cotidiana, pode ser resolvida com uma simples divisão entre os valores informados.

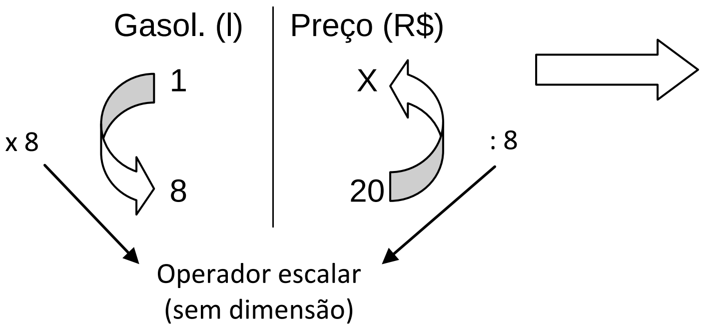
Porém, essa divisão tem como resultado um número decimal, o que pode ser um obstáculo. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Divisão simples**

  X = 20,00 : 8

  X = 2,50

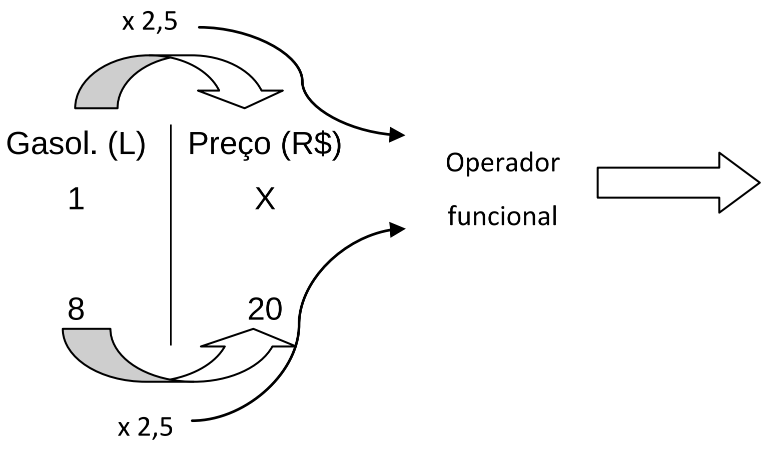
- **Noção de operador-escalar**



X = 20,00 : 8

X = 2,50

- **Noção de operador-funcional**



X = 1litro x 2,50 / litro

X = 2,50

- **Regra de três simples**

$$\frac{1}{8} = \frac{X}{20}$$

8 X = 1 x 20

$$X = \frac{20}{8}$$

X = 2,50

Questão 7:

Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{3}{X} = \frac{7}{21}$$

Trata-se de uma típica questão do contexto matemático, encontrada em diversos livros didáticos, em que as informações aparecem sem nenhuma contextualização com as atividades extraclasse enfrentadas pelos estudantes da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de muitos para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 3.

Acreditamos que os estudantes terão dificuldade na resolução dessa questão, já que a relação está implícita e, dependendo do esquema utilizado, terão que operar com uma dízima periódica. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção operador-escalar**

x 3 $\quad \frac{3}{X} = \frac{7}{21} \quad$ x 3

Operador escalar
(não tem dimensão)

$$X = 3 \times 3$$
$$X = 9$$

- **Regra de três simples**

$$\frac{3}{X} = \frac{7}{21}$$

$$7X = 3 \times 21$$
$$7X = 63$$
$$X = \frac{63}{7}$$
$$X = 9$$

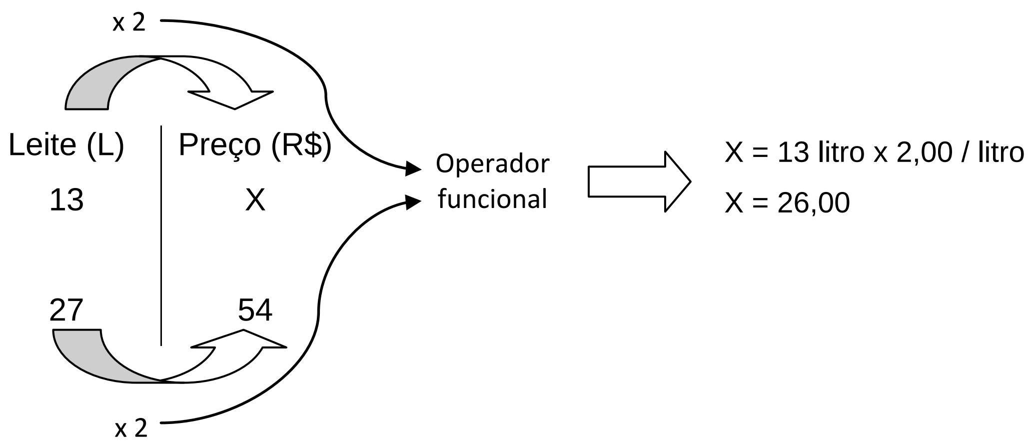
Questão 8:

Quanto custará 13 litros de leite numa mercearia em que 27 litros de leite custam R$ 54,00?

Trata-se de uma questão do contexto extramatemático, relacionada aos enfrentamentos da vida cotidiana dos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de muitos para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 2.

Acreditamos que seja de fácil resolução, mesmo com a relação entre as variáveis sendo implícita. Porém, dependendo do esquema utilizado pelo aluno, ele terá que trabalhar com uma dízima periódica, ou ter que efetuar uma divisão com números grandes. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção de operador-funcional**



- **Regra de três simples**

$$\frac{13}{27} = \frac{X}{54}$$

$$27X = 13 \times 54$$

$$X = \frac{702}{27}$$

$$X = 26{,}00$$

Questão 9:

Determine o valor de x na seguinte proporção:

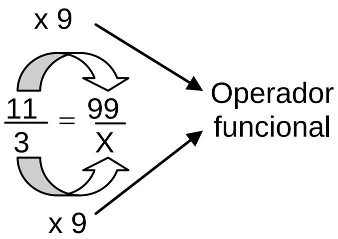
$$\frac{11}{3} = \frac{99}{X}$$

Trata-se de uma típica questão do contexto matemático, encontrada em diversos livros didáticos, em que as informações aparecem sem nenhuma contextualização com as atividades extraclasse enfrentadas pelos estudantes da

EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de muitos para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 1.

Acreditamos que os estudantes terão dificuldade na sua resolução, já que além de pertencer ao contexto matemático, a relação entre as suas variáveis está implícita, e dependendo do esquema utilizado, o aluno terá que operar com um número decimal ou efetuar uma divisão com números grandes. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção operador-funcional**



$$X = 3 \times 9$$
$$X = 27$$

- **Regra de três simples**

$$\frac{11}{3} = \frac{99}{X}$$

$$11\,X = 3 \times 99$$
$$11\,X = 297$$
$$X = \frac{297}{11}$$
$$X = 27$$

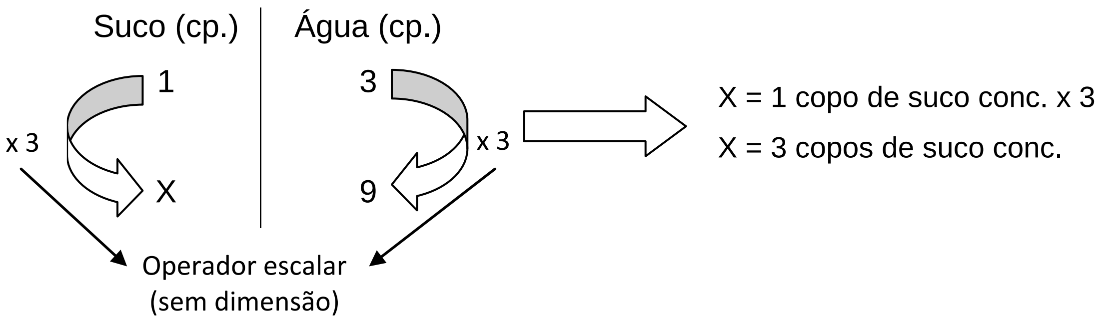
Questão 10:

Para se fazer um determinado refresco, pede-se para acrescentar a cada copo do suco concentrado e já adoçado, 3 copos de água. Usando-se 9 copos de água, serão necessários quantos copos de suco concentrado?

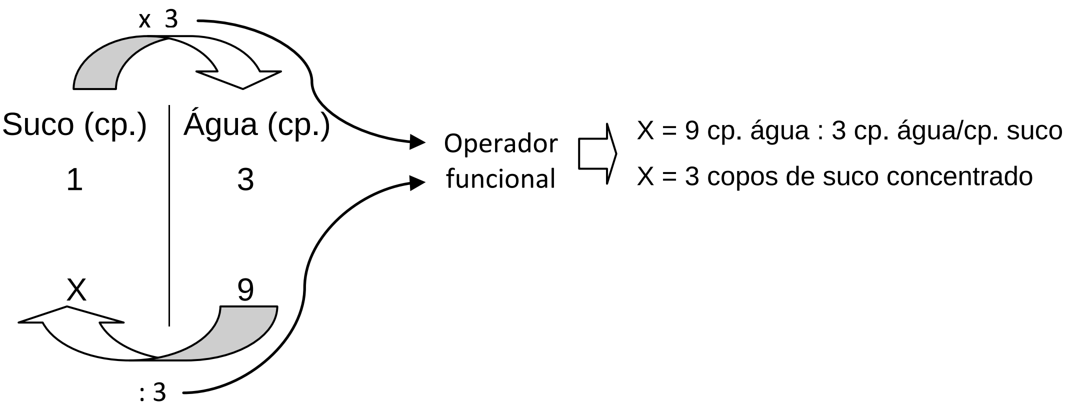
Trata-se de uma questão do contexto extramatemático, relacionada aos enfrentamentos da vida cotidiana dos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de um para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 3.

Acreditamos que seja de fácil resolução, já que se trata de uma questão cotidiana e a relação entre as variáveis está explícita. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção de operador-escalar**



- **Noção de operador-funcional**



- **Regra de três simples**

$$\frac{1}{X} = \frac{3}{9}$$

$$3X = 1 \times 9$$

$$X = \frac{9}{3}$$

$$X = 3$$

Questão 11:

Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$$

Trata-se de uma típica questão do contexto matemático, encontrada em diversos livros didáticos, em que as informações aparecem sem nenhuma contextualização com as atividades extraclasse enfrentadas pelos estudantes da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de um para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 1.

Apesar de pertencer ao contexto matemático, acreditamos que os estudantes terão facilidade na resolução dessa questão, já que todos os valores são inteiros, além da relação entre eles estar explícita. Seguem alguns dos esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção operador-funcional**

x 7

$$\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$$

X 7

Operador funcional

$$X = 31 \times 7$$
$$X = 217$$

- **Noção operador-escalar**

x 31 $\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$ x 31

Operador escalar
(não tem dimensão)

$$X = 7 \times 31$$
$$X = 217$$

- **Regra de três simples**

$$\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$$

$$1\,X = 31 \times 7$$
$$X = 217$$

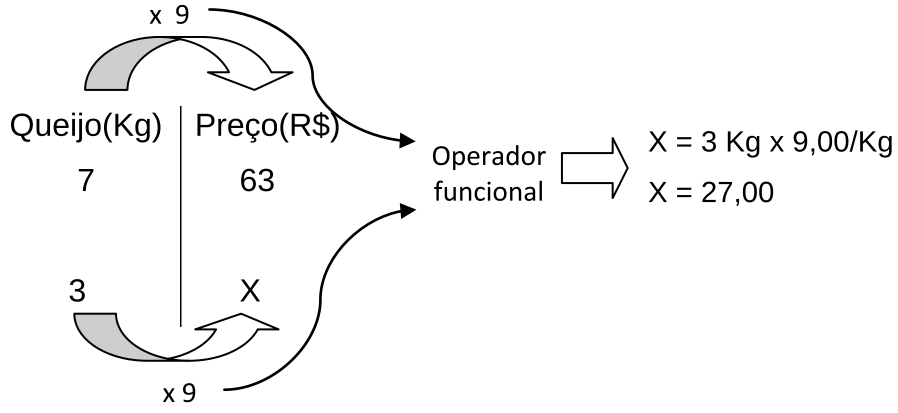
Questão 12:

Na padaria do Bolinha, 7 kg de queijo mussarela custam R$ 63,00. Joelma quer preparar uma receita e precisa de 3 kg dessse queijo. Quanto ela vai gastar comprando nessa padaria?

Trata-se de uma questão do contexto extramatemático, relacionada aos enfrentamentos da vida cotidiana dos jovens e adultos da EJA. Aborda o conceito de Proporção Simples e pertence à classe de problemas na correspondência de muitos para muitos, com a incógnita aparecendo na posição 1.

Acreditamos que seja de fácil resolução, já que se trata de uma questão cotidiana. Porém, a escolha do esquema pode levar o aluno a ter que trabalhar com uma dízima periódica, ou então efetuar uma divisão com números grandes. Seguem alguns esquemas de ação passíveis de serem utilizados pelos estudantes:

- **Noção de operador-funcional**



- **Regra de três simples**

$$\frac{7}{3} = \frac{63}{X}$$

$$7X = 3 \times 63$$

$$X = \frac{189}{7}$$

$$X = 27{,}00$$

Seguiremos, na próxima seção deste capítulo, apresentando e descrevendo nossa intervenção de ensino.

4.3.3 Apresentação e Descrição da Intervenção de Ensino

Nossa intervenção de ensino, realizada com o grupo experimental, foi elaborada por meio de atividades em etapas, buscando contribuir com a apreensão, por parte dos estudantes, do conceito de Proporção Simples.

Acreditamos que a resolução de diferentes situações-problema, com o uso de diferentes estratégias, ligadas ao Campo Conceitual Multiplicativo, fará com que os estudantes sejam capazes de utilizar o conceito de Proporção Simples não apenas em situações-problema vivenciadas no ambiente das instituições escolares, mas também no seu ambiente de convívio social.

Durante todos os encontros, a turma escolhida como GE foi dividida em grupos de no máximo quatro estudantes. Sendo que as fichas entregues para os grupos, durante os encontros, eram impressas em duas folhas sulfite (padrão A4), contendo as atividades e os espaços para registro da resolução, envolvendo o conceito de Proporção Simples. Seguindo o que foi proposto em nossa avaliação diagnóstica, as situações-problema colocadas nas atividades, abordaram a proporção nas correspondências de **um para muitos** ou de **muitos para muitos**, apresentadas tanto no **contexto matemático** quanto no **contexto extramatemático**, com a **incógnita X** circulando nas três posições.

Acreditamos que o fato de termos dividido a turma em grupos tenha auxiliado no desenvolvimento das atividades por parte dos estudantes, com a troca de informações ocorrendo, num primeiro momento, entre os seus membros e, depois, já com a resolução registrada no papel-cartão e afixada no fundo da sala, com o momento de diálogo entre os grupos. Trabalhar com duplas seria inviável em razão da enorme quantidade de registros em papel-cartão para afixar na sala.

Figura 4.1 Grupo resolvendo as atividades da ficha e papéis-cartão afixados no fundo da sala de aula

Foram necessários 9 encontros para a realização de nossa intervenção, compreendendo a resolução de 15 fichas, num total de 40 atividades matemáticas acerca do conceito de Proporção Simples.

Em cada ficha era solicitado o preenchimento dos nomes dos estudantes e uma identificação referente ao grupo.

Em todos os encontros, ao recolher as fichas com os registros dos grupos, fornecemos a cada um dos estudantes uma ficha contendo as mesmas questões para que estes se documentassem e fizessem suas anotações.

As fichas foram distribuídas ao longo dos encontros, respeitando o tempo utilizado por cada grupo nas suas resoluções, ou seja, só entregávamos uma nova ficha após a devolutiva da ficha anterior. Acreditamos que o tempo gasto com cada atividade não tenha ultrapassado 20 minutos. Ainda, disponibilizamos um tempo médio de 20 minutos para o diálogo entre os grupos e de 20 minutos para a formalização e a institucionalização do conceito e das estratégias utilizadas.

Esse momento de diálogo entre os grupos, com a mediação do professor, permitiu aos estudantes a verbalização das suas observações e a verificação de outros esquemas de ação possíveis. Acreditamos que tornar explícito o esquema de resolução utilizado pelo estudante seja primordial para uma intervenção de ensino elaborada à luz da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996).

Dessa forma, os 9 encontros foram realizados sempre em aulas duplas, totalizando 18 horas/aula. Essa distribuição foi feita seguindo o calendário e o horário da escola, onde a intervenção foi aplicada. Esses encontros estão apresentados, de maneira sucinta, no Quadro 4.5:

Quadro 4.5 Síntese dos encontros realizados na intervenção de ensino

ENCONTROS (tipos de aula)	**Objeto de Estudo**	**Objetivo**	**Nº de fichas**	**Nº de atividades**	**Descrição da atividade**
1º Encontro (aula dupla)	Proporção Simples, partindo de um para muitos	Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X na posição 1	1	Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X numa questão envolvendo o contexto extramatemático
2º Encontro (aula dupla)	Proporção Simples, partindo de um para muitos	Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X nas posições 1 e 2	2	Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
				Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X, posição 2, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
3º Encontro (aula dupla)	Proporção Simples, partindo de um para muitos	Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X nas posições 2 e 3	2	Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
				Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X, posição 3, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto extramatemático

<table>
<tr><td rowspan="8">4º Encontro (aula dupla)</td><td rowspan="8">Proporção Simples, partindo de um para muitos</td><td rowspan="8">Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X nas três posições</td><td rowspan="8">2</td><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 3</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 4</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 5</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 6</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5º Encontro (aula dupla)</td><td rowspan="2">Proporção Simples, partindo de muitos para muitos</td><td rowspan="2">Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X na posição 1</td><td rowspan="2">1</td><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td rowspan="4">6º Encontro (aula dupla)</td><td rowspan="4">Proporção Simples, partindo de muitos para muitos</td><td rowspan="4">Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X nas posições 1 e 2</td><td rowspan="4">2</td><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X, posição 2, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td rowspan="4">7º Encontro (aula dupla)</td><td rowspan="4">Proporção Simples, partindo de muitos para muitos</td><td rowspan="4">Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X nas posições 2 e 3</td><td rowspan="4">2</td><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 1</td><td>Determinar o valor da incógnita X, posição 3, numa questão envolvendo o contexto matemático</td></tr>
<tr><td>Atividade 2</td><td>Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto extramatemático</td></tr>
</table>

8º Encontro (aula dupla)	Proporção Simples, partindo de muitos para muitos	Construir o conceito de proporção com o enfrentamento de situações-problema em diferentes contextos, com a incógnita X nas três posições	2	Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
				Atividade 1	Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 2	Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 3	Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto matemático
				Atividade 4	Determinar o valor da incógnita X, na posição 1, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
				Atividade 5	Determinar o valor da incógnita X, na posição 2, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
				Atividade 6	Determinar o valor da incógnita X, na posição 3, numa questão envolvendo o contexto extramatemático
9º Encontro (aula dupla)	Proporção Simples	Elaborar situações-problema a partir do conhecimento apreendido	1	Atividade 1	Elaborar uma situação-problema a partir dos dados informados
				Atividade 2	Resolver a situação-problema
				Atividade 3	Elaborar uma situação-problema a partir dos dados informados
				Atividade 4	Resolver a situação-problema

Nesse momento, passaremos a explicar como foram desenvolvidos esses nove encontros realizados durante a intervenção.

No **1º Encontro**, destinamos os 20 minutos iniciais para a entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), Apêndice II, que continha todos os dados referentes à realização de nosso estudo. Após a leitura e assinatura de tal documento, foi garantida a liberdade, ao participante, para deixar a pesquisa a qualquer momento, assim como o direito ao sigilo de suas informações pessoais.

Dando continuidade ao encontro, o pesquisador dividiu a sala em grupos, que foram nomeados com um número: 1, 2, 3, 4. Como já explicamos nesta seção, esses grupos foram formados por quatro integrantes, sendo que no decorrer da intervenção sempre priorizamos a formação desses mesmos grupos. Depois disso, o pesquisador distribuiu para cada grupo a ficha contendo as atividades.

Com a ficha entregue, o pesquisador dirigiu-se à turma pedindo que discutissem em seus respectivos grupos as possíveis resoluções para as atividades propostas, registrando toda a resolução na ficha.

O pesquisador disponibilizou um tempo estimado para a realização das atividades, observando o término das resoluções pela maioria dos grupos. Ao fim desse tempo, foi entregue o papel-cartão para cada grupo, para que os estudantes o preenchessem com a resolução das atividades. Ao final do preenchimento, foi pedido aos grupos para devolverem suas fichas com os registros da resolução e para que afixassem seus papéis-cartão no fundo da sala de aula.

Nessa parte do encontro foi disponibilizado um tempo para o diálogo entre os grupos, com a mediação do pesquisador, sobre os diferentes esquemas de ação apresentados nos registros encontrados nos papéis-cartão.

Na última parte do encontro, o pesquisador, partindo dos esquemas utilizados e das soluções apresentadas pelos grupos, apresentou uma resolução para as atividades, com base nas noções de escalar e de funcional para os estudantes.

Nos **encontros 2, 3, 6 e 7**, desenvolvemos quatro atividades em cada encontro, elaboradas em forma de duas fichas e entregues pelo pesquisador a cada grupo.

Os encontros iniciaram-se com o pesquisador distribuindo a primeira ficha aos grupos, e em seguida foi solicitado aos estudantes para discutirem, em seus respectivos grupos, as possíveis soluções para as atividades propostas, registrando toda a resolução na ficha.

O pesquisador disponibilizou um tempo estimado para a realização das atividades. Ao fim desse tempo, foi pedido aos grupos para devolverem a ficha com os registros da resolução, e o pesquisador expôs no quadro negro as resoluções esperadas.

Após a correção, o pesquisador entregou a segunda ficha. Assim como para a primeira ficha, também foi disponibilizado um tempo para a discussão nos grupos, e para a resolução das atividades na ficha e, agora, também no papel-cartão.

Foi iniciado um novo diálogo entre os grupos e professor, a partir dos esquemas de ação usados nas resoluções das atividades apresentadas pelos grupos nos papéis-cartão afixados no fundo da sala de aula.

Na última parte do encontro, foi feita a integração desses esquemas utilizados pelos estudantes na apropriação das noções de escalar e funcional.

Nos **encontros 4 e 8**, desenvolvemos oito atividades em cada encontro, elaboradas em duas fichas e entregues pelo pesquisador a cada grupo. A primeira ficha retomou o assunto tratado no encontro anterior (encontros 3 e 7, respectivamente), trazendo duas atividades de contextos diferentes, em cada encontro, para a resolução nos grupos. Após o registro nas fichas e devolução do material ao pesquisador, foi feita a correção na lousa, com as respectivas resoluções esperadas.

Diferentemente dos outros encontros, a segunda ficha dos encontros 4 e 8 fez a retomada dos assuntos tratados nos encontros anteriores. Em outras palavras, os encontros 1, 2 e 3 foram retomados no **4º Encontro** e os encontros 5, 6 e 7 foram retomados no **8º Encontro.** Dessa forma, a segunda ficha foi composta por duas atividades correspondentes a cada encontro anterior, totalizando seis atividades tanto no encontro 4, quanto no 8.

A resolução dos grupos para essas atividades foram registradas nas fichas e devolvidas para o pesquisador, que apresentou suas correções nos encontros seguintes (encontros 5 e 9, respectivamente).

No **5º Encontro**, foram expostas no quadro negro, pelo pesquisador, as expectativas de resolução das atividades propostas na segunda ficha do encontro anterior (4º Encontro), com a correção das resoluções incorretas. Após essa correção, o pesquisador distribuiu a ficha contendo as duas atividades correspondentes a esse encontro.

Com a ficha entregue, o pesquisador dirigiu-se à turma solicitando que discutissem em seus respectivos grupos as possíveis resoluções para as atividades propostas, registrando toda a resolução na ficha. Foi disponibilizado um tempo para a resolução dessas atividades, para então ser entregue o papel-cartão que deveria ser preenchido com o mesmo registro realizado na ficha.

Feita a devolutiva das fichas, os papéis-cartão foram afixados pelos grupos no fundo da sala e, então, foi disponibilizado um tempo para o diálogo entre os grupos, com a mediação do pesquisador, sobre os diferentes esquemas de ação apresentados nos registros encontrados nos papéis cartões.

Na última parte do encontro, o pesquisador, partindo dos esquemas utilizados e das soluções apresentadas pelos grupos, apresentou uma resolução para as atividades, com base na noção de escalar e na noção de funcional para os estudantes.

No **9º Encontro**, também foram realizadas as correções das quatro atividades propostas na segunda ficha do encontro anterior (8º Encontro). Em seguida, o pesquisador expôs no quadro negro as expectativas de resolução dessas atividades.

Após essa correção, o pesquisador distribuiu a ficha correspondente a esse encontro, contendo quatro atividades. Diferentemente dos outros encontros, as atividades 1 e 3 exigiram dos grupos elaborar possíveis situações-problema a partir de valores fornecidos no enunciado. Apenas uma situação criada, pelo grupo, para cada atividade deveria ser registrada na ficha. De posse dessas situações-problema, cada grupo deveria resolvê-las, registrando seus esquemas de ação nas atividades 3 e 4.

Essas situações-problema (atividades 1 e 3), juntamente com as suas resoluções (atividades 2 e 4), deveriam ser registradas também no papel-cartão, para posterior afixação no fundo da sala. Foi realizado um diálogo entre os estudantes e o professor sobre as diferentes situações-problema elaboradas e dos esquemas de ação utilizados, nos registros encontrados nos papéis-cartão, avaliando a consistência de cada situação.

Todo o restante do encontro foi disponibilizado para que os estudantes apresentassem suas dúvidas e para explicação das mesmas, por parte do pesquisador, como fechamento da intervenção.

A seguir, apresentaremos os objetivos e as atividades usadas em cada encontro.

1º Encontro: Proporção Simples, partindo de um para muitos (aula dupla)

Esse primeiro encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X na posição 1. Ainda pretendeu-se, através dos momentos de diálogo entre os grupos, avaliar qual a concepção dos estudantes acerca desse conceito.

Primeira ficha (incógnita X na posição 1)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{1}{7} = \frac{11}{X}$$

Atividade 2 – Maria quer fazer um bolo de chocolate e resolveu seguir uma receita de revista que, dentre os vários ingredientes, pede-se que para cada xícara de açúcar ela deve acrescentar 9 colheres de chocolate em pó. Para aumentar o rendimento, Maria decidiu colocar 5 xícaras de açúcar na receita. Quantas colheres de chocolate em pó ela deverá acrescentar nessa nova receita?

2º Encontro: Proporção Simples, partindo de um para muitos (aula dupla)

Esse segundo encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X nas posições 1 e 2.

<u>Primeira ficha</u> (incógnita X na posição 1)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{1}{5} = \frac{6}{X}$$

Atividade 2 – O sacolão do bairro está fazendo promoção, vendendo 1 Kg de pera portuguesa ao preço de R$ 3,00. Quanto custará 9 Kg dessa pera nesse sacolão?

<u>Segunda ficha</u> (incógnita X na posição 2)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{1}{13} = \frac{X}{65}$$

Atividade 2 – Quanto custará 1 litro de gasolina num posto de combustível, sendo que 34 litros de gasolina, nesse mesmo posto, custam R$ 85,00?

3º Encontro: Proporção Simples, partindo de um para muitos (aula dupla)

Esse terceiro encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X nas posições 2 e 3.

<u>Primeira ficha</u> (incógnita X na posição 2)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{1}{4} = \frac{X}{52}$$

Atividade 2 – O supermercado do bairro está fazendo aniversário. Todos os produtos estão em promoção, mas são vendidos somente em grandes quantidades. Qual será o valor de 1 Kg de acém nesse supermercado, sendo que uma peça com 13 Kg dessa mesma carne está anunciada ao preço de R$ 104,00?

Segunda ficha (incógnita X na posição 3)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{1}{X} = \frac{17}{68}$$

Atividade 2 – A igreja da região pretende doar cestas básicas para as famílias carentes do bairro. De acordo com o valor da cesta básica, pesquisada no supermercado, cada família receberá 1 vale-compra no valor de R$ 39,00. A igreja disponibilizou para essa doação o montante de R$ 663,00. Quantos vales-compra serão disponibilizados para essas famílias carentes?

4º Encontro: Proporção Simples, partindo de um para muitos. (aula dupla)

Esse quarto encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X na posição 3. Pretendeu-se ainda, através da segunda ficha, avaliar a apreensão, por parte dos estudantes, do conceito abordado.

Primeira ficha (incógnita X na posição 3)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{1}{X} = \frac{23}{69}$$

Atividade 2 – Com 1 litro de gasolina, o carro do João roda 9 km. Durante a semana, ele rodou 396 Km com seu carro. Quantos litros consumiu o carro de João nessa semana?

<u>Segunda ficha</u> (incógnita nas três posições)

Atividade 1 – Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{13} = \frac{X}{91}$$

Atividade 2 – Aproveitando uma promoção na granja do bairro, comprei 7 bandejas de ovos caipira. Se em cada bandeja há 12 ovos, quantos ovos eu tenho em casa?

Atividade 3 – Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{X} = \frac{4}{52}$$

Atividade 4 – Quanto custa cada garrafa de cerveja num boteco em que uma caixa, com 24 unidades, sai ao preço de R$ 60,00?

Atividade 5 – Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{28} = \frac{7}{X}$$

Atividade 6 – Joaquim recebeu R$ 738,00 do trabalho como pintor e deseja comprar carne. No açougue, o kg da carne de primeira custa R$ 18,00. Quantos kg Joaquim pode comprar?

5º Encontro: Proporção Simples, partindo de muitos para muitos. (aula dupla)

Esse quinto encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X na posição 1.

<u>Primeira ficha</u> (incógnita na posição 1)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{6}{72} = \frac{3}{X}$$

Atividade 2 – A escola fará uma excursão ao Zoológico de São Paulo. Ficou combinado que a cada 8 alunos pagantes, a escola fornecerá a entrada gratuita a 4 alunos carentes. Se 60 alunos pagaram para ir à excursão, quantos alunos carentes receberão a entrada gratuita?

6º Encontro: Proporção Simples, partindo de muitos para muitos. (aula dupla)

Esse sexto encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X nas posições 1 e 2.

<u>Primeira ficha</u> (incógnita X na posição 1)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{55}{22} = \frac{5}{X}$$

Atividade 2 – Devido à Páscoa, a loja de doces do Sr. João está em promoção. Ao comprar 11 ovos de Páscoa, o cliente ganha 5 trufas de chocolate. A professora Maria resolveu presentear todos os seus alunos, e comprou 132 ovos de Páscoa na loja do Sr. João. Quantas trufas Maria ganhou?

<u>Segunda ficha</u> (incógnita X na posição 2)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{13}{156} = \frac{X}{60}$$

Atividade 2 – Emprestei o carro ao meu irmão e combinamos que ele pagaria a gasolina gasta. Foram gastos 16 litros de gasolina e ele quer me pagar em dinheiro. Sei que o preço da gasolina continua o mesmo da última vez em que enchi o tanque no posto do bairro, ou seja, abasteci 44 litros e paguei R$ 110,00. Quanto eu devo cobrar do meu irmão?

7º Encontro: Proporção Simples, partindo de muitos para muitos. (aula dupla)

Esse sétimo encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X nas posições 2 e 3.

Primeira ficha (incógnita X na posição 2)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{16}{36} = \frac{X}{9}$$

Atividade 2 – Quanto irá custar, no supermercado do bairro, 6 litros de leite, sabendo que uma caixa com 24 litros de leite, nesse mesmo supermercado, custa R$ 60,00?

Segunda ficha (incógnita X na posição 3)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{75}{X} = \frac{5}{6}$$

Atividade 2 – Na festa junina da escola, ficou combinado que a cada R$ 63,00 gastos, o cliente ganha 6 fichas para a barraca da pescaria. João e seus filhos ganharam, ao todo, 18 fichas para a barraca da pescaria. Quantos reais eles gastaram na festa junina?

8º Encontro: Proporção Simples, partindo de muitos para muitos. (aula dupla)

Esse oitavo encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção a partir de situações-problema apresentadas nos contextos matemático e extramatemático, com a incógnita X na posição 3. Pretendeu-se ainda, através da segunda ficha, avaliar a apreensão, por parte dos estudantes, do conceito abordado.

Primeira ficha (incógnita X na posição 3)

Atividade 1 – Determine o valor de X na seguinte proporção:

$$\frac{24}{X} = \frac{96}{320}$$

Atividade 2 – Maria vai ser mãe e decidiu realizar um chá de bebê com as amigas. Ela decidiu encomendar com uma cozinheira do bairro os salgadinhos, sabendo que pagaria R$14,00 por cada 35 unidades encomendadas. Maria encomendou 245 salgadinhos, quanto ela teve que pagar?

Segunda ficha (incógnita nas três posições)

Atividade 1 – Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{12}{15} = \frac{X}{105}$$

Atividade 2 – Aproveitando uma promoção no supermercado do bairro, Joana comprou 15 sabonetes ao preço de R$12,00. Se Joana tivesse comprado 75 sabonetes, quanto ela teria gasto?

Atividade 3 – Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{18}{X} = \frac{135}{45}$$

Atividade 4 – O barzinho da esquina está em promoção: pagando a bebida, o cliente ganha o espetinho! Joel percebeu que já havia gasto R$ 84,00 com bebida e ganhado 12 espetinhos. Quanto gastou Joel se no final da noite ele percebeu que já havia ganhado 66 espetinhos?

Atividade 5 – Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{98}{28} = \frac{14}{X}$$

Atividade 6 – Maíra quer fazer um churrasco. Quanto ela vai gastar, no açougue do bairro, comprando 8 Kg de coxão mole, sendo que 48 Kg dessa mesma carne estão anunciados ao preço de R$ 696,00?

9º Encontro: Proporção Simples (aula dupla)

Esse último encontro teve por objetivo a construção do conceito de proporção, com o aluno elaborando situações-problema a partir dos conhecimentos apreendidos nos encontros anteriores. Ainda, num primeiro momento, será feita a correção das atividades propostas na segunda ficha do 8º encontro.

Primeira ficha (elaborar situações-problema)

Atividade 1 – Elabore uma situação-problema sobre proporção simples, envolvendo os seguintes valores:

X, 12, 84 e 42

Atividade 2 – Agora, resolva essa situação-problema.

Atividade 3 – Elabore uma situação-problema sobre proporção simples, envolvendo os seguintes valores:

X, 1, 54 e 3

Atividade 4 – Agora, resolva essa situação-problema.

Seguiremos, no próximo capítulo, com a análise dos dados coletados em nossa pesquisa.

CAPÍTULO V
ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentaremos a análise dos dados de nosso estudo obtidos por meio de dois materiais de coleta de dados, a saber: (a) os instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes), aplicados no grupo experimental (GE), que passou pela intervenção de ensino, e no grupo de controle (GC), que serviu de parâmetro; e (b) as fichas de atividades utilizadas no GE. O material de coleta (a) subsidiará as análises quantitativa e qualitativa, ao passo que as respostas dos participantes do GE às fichas de atividades (b) servirão de dados para a análise qualitativa da pesquisa.

Na análise quantitativa, a primeira da qual tratará este capítulo, nosso olhar estará voltado aos acertos obtidos pelos participantes de nosso estudo nas diferentes atividades. Nós avaliaremos *se* e *quanto* a intervenção de ensino contribuiu para a apropriação do conceito de Proporção Simples. Para tanto, fez-se necessário aplicar um teste antes e outro depois de tal intervenção e, ainda, comparar esses resultados com aqueles obtidos por outro grupo (o GC), que teve o mesmo número de horas/aulas sobre o assunto, mas de modo diferente da intervenção planejada, qual seja, por meio de aula convencional.

Nessa perspectiva, a análise quantitativa será realizada em duas etapas: na primeira serão comparados os resultados dos dois grupos, experimental e controle, no pré-teste e no pós-teste, numa tentativa de evidenciar se existe diferença, ou não, no desempenho desses dois grupos no que diz respeito ao conhecimento do conceito de Proporção Simples. O esperado é que o GE apresente desempenho superior ao GC, tendo em vista a intervenção pela qual os estudantes desse grupo passaram. Na segunda etapa dessa análise, focaremos o desempenho dos estudantes do grupo experimental (GE), comparando seus resultados no pré-teste e no pós-teste. Nesse momento, nossas análises contemplarão as diferentes variáveis de pesquisa, a saber: tipo de contexto, classes de situações e posição da incógnita X.

No que tange à análise qualitativa, buscaremos a interpretação das respostas dadas pelos sujeitos. Para tanto, focaremos unicamente nos participantes do GE, ou seja, no grupo que foi submetido à sequência de ensino diferenciada proposta em nossa pesquisa. Assim, pretendemos identificar e interpretar as estratégias utilizadas por esses estudantes na resolução das questões propostas nos pré e pós-testes e, quando necessário, nas fichas de atividades resolvidas ao longo da intervenção. Nelas, procuraremos observar se houve, por parte desse grupo, apropriação do conceito de Proporção Simples.

Nesse momento, antes de iniciarmos a análise propriamente dita, é conveniente relembrar alguns pontos importantes de nossa amostra. Nossa pesquisa foi realizada com duas turmas de 3ª série do Ensino Médio, modalidade EJA, matriculados numa escola pública estadual, situada na região sul da cidade de São Paulo, no bairro Jardim Umuarama.

A primeira dessas turmas constituiu-se no grupo de controle (GC), formado inicialmente por 30 estudantes. A segunda turma constituiu-se no grupo experimental (GE), formado inicialmente por 35 estudantes.

Devido às faltas de alguns estudantes dos dois grupos, seja nas aplicações dos instrumentos diagnósticos, seja em algum dos encontros (tanto na intervenção, no caso do GE, quanto nas aulas, para o caso do GC), os grupos foram reduzidos a 20 estudantes no GE e outros 20 no GC, perfazendo um total de 40 sujeitos participantes da pesquisa.

O pré-teste foi aplicado nos dois grupos, quinze dias antes do início da intervenção de ensino (GE) e das aulas convencionais (GC). A intervenção aconteceu em nove encontros, realizados sempre em aulas duplas, totalizando 18 horas/aula. Nesse período, o GC também teve contato com o conteúdo de Proporção Simples, porém com aulas convencionais.

Ao final da intervenção, após quinze dias da realização do último encontro, aplicamos o pós-teste, composto pelas mesmas questões do pré-teste, porém com algumas questões apresentadas em ordem diferente, com o intuito de evitar eventual memorização destas questões por parte dos estudantes. O Quadro 5.1 apresenta a correspondência entre as questões.

Quadro 5.1 Correspondência entre a ordem de apresentação das questões nos instrumentos diagnósticos

TESTES	QUESTÕES											
Pré-teste	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pós-teste	9	10	11	12	5	6	7	8	1	2	3	4

Para efeito de nossa análise, passaremos a utilizar a numeração correspondente ao pré-teste, ou seja, quando mencionarmos a questão quatro, estaremos nos referindo à questão quatro do pré-teste e, respeitando a correspondência, também à questão doze do pós-teste.

Por fim, tendo em vista todos os pontos aqui destacados, queremos deixar claro que não temos a pretensão de extrapolar nossos resultados para além do nosso universo de estudo, que é demasiadamente pequeno. Entretanto, ao término de nosso trabalho, esperamos que os resultados possam contribuir para com o entendimento de como se dá a apreensão do conceito de Proporção Simples na rotina escolar, oferecendo pistas significativas para o processo de ensino e de aprendizagem desses conceitos.

5.1 Análise Quantitativa

Como já relatamos anteriormente, nesta seção apresentaremos os resultados encontrados na análise quantitativa de nossa amostra, a qual será tratada em duas etapas.

Na primeira etapa, comparamos os resultados dos dois grupos, experimental e controle, no pré-teste e no pós-teste, numa tentativa de evidenciar se existe diferença, ou não, no desempenho desses dois grupos.

Na segunda etapa, nosso foco foi o GE, grupo que passou pela intervenção de ensino diferenciada. Passamos a analisar o desempenho dos estudantes desse grupo, comparando seus resultados no pré-teste e no pós-teste, com o objetivo de contemplar as nossas diferentes variáveis de pesquisa. Nessa direção, analisamos o desempenho do GE nas questões conforme: o tipo de contexto (matemático ou extramatemático), as classes de situações (um para muitos ou muitos para muitos), a comparação entre os tipos de contextos e as classes de situações e, por fim, a posição atribuída à incógnita X.

Com o intuito de aumentar a confiabilidade de nossa análise quantitativa, decidimos utilizar como ferramenta, o software estatístico SPSS (Statistical Package for Social Science), escolhendo o teste adequado para cada situação. Serão utilizados três testes diferentes: o teste *t de Student para amostras independentes*, indicado para a comparação entre duas amostras obtidas com grupos diferentes, o teste *t de Student para amostras emparelhadas*, indicado para a comparação entre duas amostras relacionadas, obtidas num mesmo grupo e o teste *Friedman*, indicado para a comparação de três ou mais amostras relacionadas (amostras retiradas da mesma população), cujo resultado é fornecido por meio do teste qui-quadrado.

Para todos os testes utilizados nas análises quantitativas de nossa pesquisa, admitimos as seguintes hipóteses estatísticas:

- Hipótese nula (H_0): Indica a igualdade entre as médias de acertos das questões. Em nossa pesquisa, quando não encontrarmos argumentos que nos levem a rejeitá-la, poderemos inferir que não existe diferença estatisticamente significativa na comparação dos desempenhos entre os grupos, ou no desempenho do GE.

- Hipótese alternativa (H_1): Representa a diferença entre as médias de acertos das questões. Em nossa pesquisa, quando rejeitarmos Ho, passaremos a aceitar H1, assim podemos inferir que existe diferença estatisticamente significativa na comparação dos desempenhos entre os grupos, ou no desempenho do GE.

Devemos salientar que, para o teste estatístico de Friedman, comparamos as medianas ao invés das médias de acertos das questões.

Todavia, para que pudéssemos decidir qual das hipóteses deveríamos aceitar, de acordo com o teste usado, adotamos um nível de significância $\alpha = 0,05$. A comparação desse nível de significância (α) com o resultado do teste estatístico (p-valor) é que definiu qual das hipóteses acima deveria ser aceita. Se o p-valor encontrado no teste for maior que α ($p > \alpha$), não teremos argumentos para rejeitar

H_0. Entretanto, se o p-valor encontrado for menor que α ($p < \alpha$), devemos rejeitar H_0 e aceitar a hipótese alternativa H_1.

Nesse sentido, o teste estatístico pode: não rejeitar H_0(a),ou rejeitar H_0 e aceitar H_1(b). Portanto, em nossa pesquisa, quando for comprovado o evento (a), admitiremos em nossas análises que a diferença entre as amostras não é estatisticamente significativa, ao passo que uma vez comprovado o evento (b), assumiremos que a diferença entre as amostras é estatisticamente significativa.

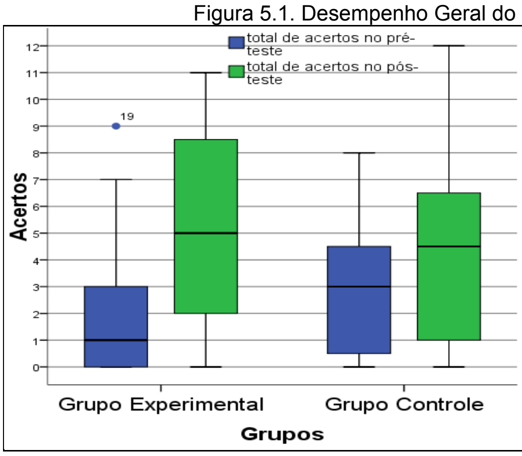
5.1.1 Análise geral do desempenho dos grupos nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes)

A primeira etapa de nossa análise focará a comparação no desempenho geral dos dois grupos participantes, GE e GC, nas questões propostas no pré-teste e no pós-teste.

Nessa perspectiva, ao comparar o desempenho geral dos dois grupos no pré-teste, utilizando o teste *t de Student para amostras independentes,* esperamos comprovar H_0, indicando não existir diferença estatisticamente significativa entre as médias de acertos das questões. Todavia, ao comparar o desempenho geral dos dois grupos no pós-teste, esperamos comprovar H_1, indicando existir diferença estatisticamente significativa entre as médias de acertos das questões, mediante as duas diferentes abordagens sobre os conceitos trabalhados.

A Figura 5.1 apresenta os resultados obtidos pelo teste estatístico na comparação do desempenho dos dois grupos, nos pré e pós-testes.

Figura 5.1. Desempenho Geral do GE e do GC nos instrumentos diagnósticos



Teste / Grupos		N	Média	DP	t(38)	p-valor
Pré-teste	GE	20	1,85	2,560	-1,181	0,245
	GC	20	2,80	2,526		
Pós-teste	GE	20	5,15	3,731	0,911	0,368
	GC	20	4,10	3,553		

Observando a Figura 5.1, podemos notar que o desempenho geral entre os grupos no pré-teste foi muito próximo. Porém, há diferenças no comportamento desses grupos. Por exemplo, enquanto a metade dos estudantes do GE acertou, no máximo, uma questão, no GC o número de questões acertadas pela metade dos estudantes sobe para três. Isso significa que, embora as médias de acertos dos grupos tenham sido muito próximas (com pequena vantagem na média do GC), os estudantes do GC apresentaram maior sucesso na resolução das questões já no pré-teste.

Aplicando o teste estatístico *t de Student*, obtivemos o seguinte resultado (t (38) = -1,181; p = 0,245), comprovando que a diferença entre as médias de acertos obtidas pelos grupos não é significativa, ou seja, os grupos partiram de patamares de conhecimento similares no pré-teste.

Com relação aos desempenhos dos grupos no pós-teste, notamos na Figura 5.1 que ambos apresentaram crescimento nos seus desempenhos, com os dois grupos aumentando o número médio de acertos nas questões. Contudo, cabe salientar que, enquanto no pré-teste a média de acerto do GC foi maior que a do GE, agora a situação se inverte, com o GE ultrapassando a média geral de acerto obtida pelo GC.

Uma diferença importante de salientar nos comportamentos dos grupos no pós-teste foi que enquanto 75% dos estudantes do GE acertaram, até oito questões e meia, no GC o número máximo de acertos fica em seis questões e meia. De fato, o resultado do GC no pós-teste está bastante espalhado, indo desde estudantes que nada acertaram no teste, até estudante acertando todo o teste. Tal discrepância não é encontrada entre os estudantes do GE. Essa pode ser uma das explicações para que, embora o GE tenha obtido melhor resultado no pós-teste do que o GC, essa diferença entre as médias de acertos comparando os estudantes dos dois grupos não tenha sido estatisticamente significativa, conforme indica o resultado do teste *t de Student* (t(38) = 0,911; p = 0,368).

Nesse momento, achamos oportuno realizar a comparação do desempenho de cada grupo nos pré e pós-testes. A Tabela 5.1 apresenta os resultados obtidos com a utilização do teste estatístico na comparação do desempenho de cada grupo nos pré e pós-testes.

Tabela 5.1 Desempenho geral de cada grupo entre os instrumentos

GRUPOS	Teste / Instrumento	N	Média	DP	t(19)	p-valor
Experimental	Pré	20	1,85	2,560	-4,846	0,000
	Pós	20	5,15	3,731		
Controle	Pré	20	2,80	2,526	-2,041	0,055
	Pós	20	4,10	3,553		

Quando comparamos o desempenho de cada um dos grupos nos pré e pós-testes, notamos que apenas os estudantes do GE mostraram uma diferença estatisticamente significativa na média de acertos das questões entre os testes, apontado com o uso do teste *t de Student* (t(19) = -4,846; p = 0,000). O mesmo não é verdade para o GC, uma vez que a diferença na média de acertos dos estudantes desse grupo entre os testes não foi significativa.

5.1.1.1 Síntese dos resultados encontrados na análise do desempenho geral dos grupos nos instrumentos diagnósticos

Considerando que os grupos partiram de uma mesma média de acertos no pré-teste e que ambos tiveram contato com o conteúdo de Proporção Simples durante a pesquisa – o GE por meio da sequência de ensino diferenciada e o GC por meio de aulas convencionais – o crescimento no desempenho dos grupos no pós-teste já era esperado, afinal esse conteúdo foi trabalhado com os dois grupos durante a realização da pesquisa. Porém, apenas o crescimento no desempenho dos estudantes do grupo experimental foi estatisticamente significativo.

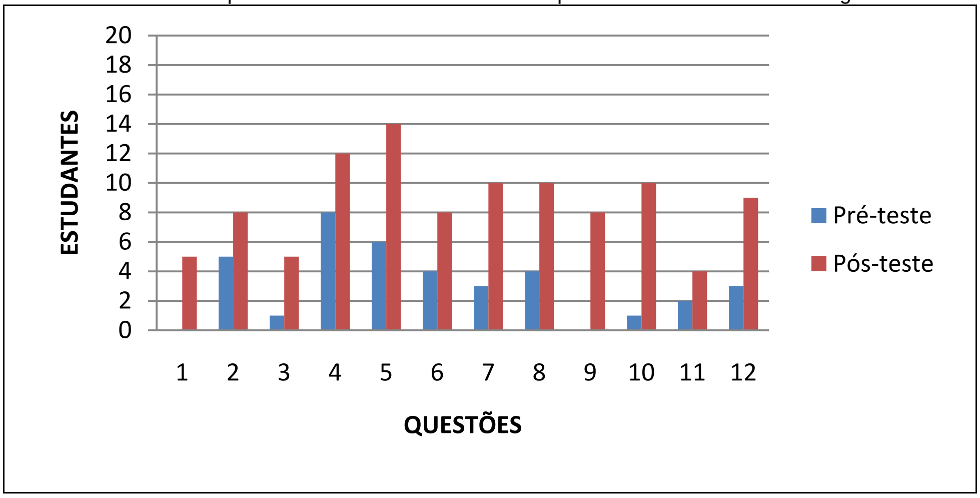
Isso nos leva a inferir que esse avanço foi possível mediante nossa intervenção de ensino acerca dos conceitos, o que implica na constatação de que uma sequência de ensino elaborada por meio da utilização de várias situações para a apreensão de conceitos, tal qual proposto por Vergnaud (1998), traz um efeito positivo para o processo de aprendizagem nas escolas.

Por ser o nosso foco estudar a intervenção de ensino diferenciada pela qual passou esse grupo, a partir de agora vamos procurar entender o que aconteceu dentro do GE. Portanto, as próximas seções da nossa análise quantitativa serão destinadas apenas ao GE, que é o grupo de nosso interesse.

5.1.2 Análise do desempenho do GE a partir dos instrumentos diagnósticos

Nesta seção, analisaremos o desempenho do GE, comparando seus resultados obtidos nos pré e pós-testes, nas diferentes variáveis utilizadas em nosso estudo. Mostramos no Gráfico 5.1, a seguir, um panorama do desempenho obtido pelos estudantes do GE, entre os instrumentos diagnósticos, em todas as questões.

Gráfico 5.1 Desempenho dos estudantes do GE nas questões dos instrumentos diagnósticos



De acordo com o Gráfico 5.1, em todas as questões aumentou o número de estudantes que atingiu o sucesso na sua resolução, ou seja, o desempenho do GE cresceu entre os pré e pós-testes.

Entretanto, realizando uma observação mais detalhada desse gráfico, podemos distinguir a qualidade desses avanços com base em três grupos no pós-teste: (a) formado pelas questões em que, pelo menos, 50% dos estudantes obtiveram sucesso na sua resolução (questões 4, 5, 7, 8 e 10); (b) formado pelas questões em que o número de estudantes que as acertaram mais do que dobrou (questões 1, 3, 5, 7, 8, 9, 10 e 12); e (c) formado pelas questões cujo número de estudantes que tiveram sucesso na sua resolução não chegou a 50% e, ainda, comparando com o pré-teste, o avanço na quantidade de estudantes foi pequeno (questões 2, 6 e 11).

Nessa direção, podemos visualizar um desempenho preocupante nas questões do grupo (c). Essas questões foram elaboradas contemplando nossas diferentes variáveis de pesquisa e, nesse grupo, verificamos que as três pertencem a mesma classe de situações – um para muitos. Ainda, as questões 2 e 6 também têm em comum o fato de representar o mesmo tipo de contexto – extramatemático –, o que não acontece na questão 11, visto que o número de estudantes que chegou ao sucesso foi o menor de todos no pós-teste. Com relação a posição atribuída à incógnita X – outra variável de nossa pesquisa –, nas questões 2, 6 e 11, ela aparece nas posições (1), (2) e (3), respectivamente.

Portanto, é preciso investigar qual o motivo que levou a maioria dos estudantes ao insucesso nas questões pertencentes ao grupo (c), e isso nós discutiremos mais a frente, na análise qualitativa, quando as estratégias usadas pelos estudantes na resolução dessas questões serão observadas detalhadamente. Na presente etapa quantitativa, nosso objetivo é comparar os desempenhos dos estudantes, considerando a variável de pesquisa presente nas questões dos instrumentos diagnósticos.

Começaremos analisando o desempenho dos estudantes no que se refere ao tipo de contexto em que a questão está inserida. Tivemos seis questões utilizando o que chamamos de contexto matemático e outras seis questões de contexto extramatemático.

A segunda análise desta seção irá comparar o desempenho do GE nas questões conforme a classe de situações da qual fazem parte. São seis questões na correspondência de um para muitos e, outras seis, na correspondência de muitos para muitos.

Após a realização dessas duas análises separadamente, nossa terceira análise irá proceder com a comparação dos resultados entre estas duas variáveis (tipos de contextos e classes de situações) no pós-teste.

Após essa comparação, passaremos à nossa quarta análise, comparando o desempenho dos estudantes nas questões conforme a posição atribuída à incógnita X. Tivemos três questões diferentes para cada posição de X. Finalizando esta seção, faremos uma síntese dos resultados encontrados.

Nosso objetivo, na análise realizada nesta seção, foi determinar se o tipo de variável atribuída influenciou nas respostas dos estudantes e, consequentemente, no desempenho do grupo, assim como diagnosticar uma eventual dificuldade de resolução das questões no pré-teste e, por conseguinte, uma possível melhora no desempenho dos mesmos no pós-teste.

Inicialmente, faremos essa comparação com base nos dois tipos de contextos utilizados na elaboração das questões de nossos instrumentos: **contexto matemático e contexto extramatemático.**

5.1.2.1 Análise do desempenho do GE conforme o tipo de contexto

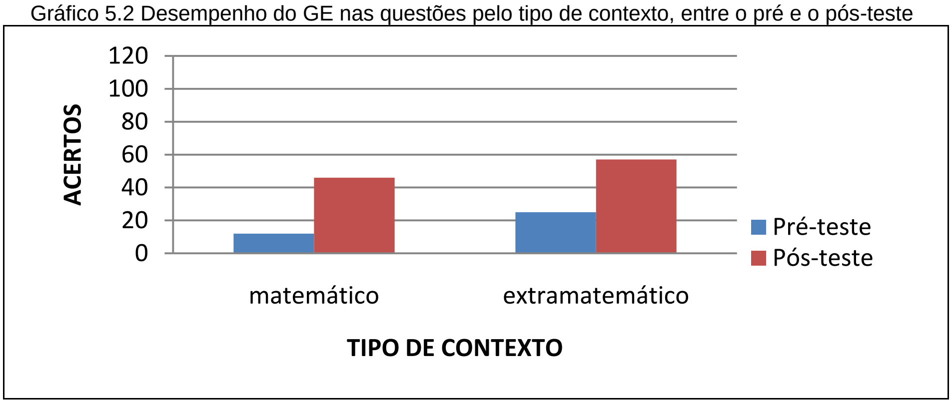
Neste momento, analisaremos o desempenho do GE nas questões que compuseram os instrumentos diagnósticos conforme o contexto presente em cada uma delas. Em nossa pesquisa, o contexto matemático representou as questões que abordavam a matemática formal das escolas, e o contexto extramatemático contemplou as questões que partiam do enfrentamento de situações oriundas da realidade do aluno da EJA. Essas questões, separadas pelo tipo de contexto utilizado, estão apresentadas no Quadro 5.2 a seguir.

Quadro 5.2 Questões separadas pelo tipo de contexto

CONTEXTO	QUESTÕES					
Matemático	1	3	5	7	9	11
Extramatemático	2	4	6	8	10	12

O desempenho do GE nas questões separadas pelo tipo de contexto ao qual fazem parte, nos pré e pós-testes, é apresentado no Gráfico 5.2, a seguir.

Gráfico 5.2 Desempenho do GE nas questões pelo tipo de contexto, entre o pré e o pós-teste



Aplicamos o teste estatístico *t de Student* para comparar os resultados, entre o pré e o pós-teste, em cada contexto e obtivemos os seguintes resultados: para o contexto matemático, o teste t indicou haver diferença estatisticamente significativa entre a média de acertos nas questões entre os instrumentos diagnósticos (t(16) = -

3,926; p = 0,001). O mesmo ocorreu com o contexto extramatemático, em que o teste t indicou haver diferença estatisticamente significativa entre a média de acertos nas questões entre os instrumentos diagnósticos (t(18) = -3,577; p = 0,002). Esses resultados já eram esperados, após intervenção de ensino diferenciada, realizada com os estudantes, considerando nossa proposta em trabalhar com os dois contextos.

Segundo Vergnaud (1998), é papel fundamental do professor, criar classes de situações em diferentes contextos, para que os estudantes, no enfrentamento destas, possam desenvolver ainda mais os seus esquemas de ação. Ainda, ao solucionar uma situação, vários conceitos são evocados pelo sujeito, assim como, para a apreensão de um conceito matemático, várias situações são necessárias.

Nesse processo, devemos nos atentar para a elaboração de situações criativas, ou seja, situações que promovam o desenvolvimento e adequação dos esquemas já interiorizados pelos educandos e, corroborando com Freire (2005), os conteúdos a serem trabalhados com os estudantes da EJA devem partir das suas reais necessidades, numa busca pela autonomia desses sujeitos.

Nesse sentido, ao analisarmos o desempenho dos estudantes no pré-teste, encontramos uma diferença nos seus desempenhos, com uma média de acertos maior no contexto extramatemático, o qual representa as situações cotidianas da vida dos estudantes da EJA. Portanto, ao usarmos esse contexto na sequência de ensino tivemos a intenção de, por meio da resolução de situações mais familiares aos estudantes da EJA, adaptar o conhecimento já apreendido para o enfrentamento de novas situações do contexto matemático. Numa relação entre professor, estudantes e objeto matemático, o conceito é apreendido, não se desprezando os conhecimentos prévios de cada sujeito, mas integrando estes nos processos de ensino e de aprendizagem.

Nessa perspectiva, propiciou-se ao estudante dar significado ao conceito de Proporção Simples por meio de questões que representavam problemas matemáticos encontrados no dia-a-dia do educando da EJA, para então realizar a institucionalização do conceito, mostrando que diferentes contextos representam o mesmo objeto matemático.

A utilização do teste *t de Student*, para comparar o desempenho do GE nas questões nos dois tipos de contexto, num mesmo instrumento diagnóstico, comprovou não existir diferença estatisticamente significativa na média de acertos no pós-teste (t (19) = -1,330; p = 0,199), ou seja, os estudantes apresentaram desempenho similar nas questões desse instrumento. Portanto, é razoável supor que os estudantes desenvolveram esquemas de ação próprios, utilizados com sucesso, seja em contexto matemático ou extramatemático.

Na próxima seção, analisaremos o desempenho do GE segundo as classes de situações nas correspondências de **um para muitos** e de **muitos para muitos**.

5.1.2.2 Análise do desempenho do GE conforme a classe de situações

Procederemos, a partir de agora, com a análise do desempenho do GE nas questões considerando a classe de situações da qual fazem parte.

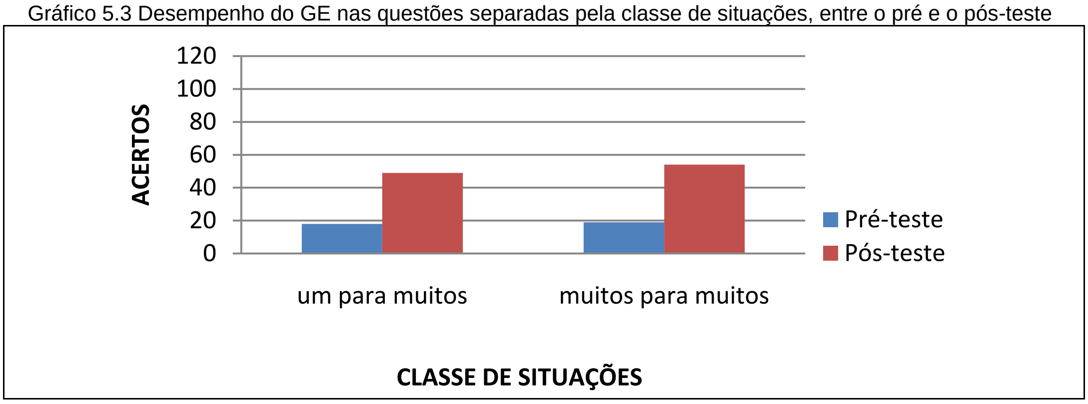
Seis dessas questões pertencem à classe de situações na correspondência de um para muitos, representada em nosso trabalho por situações em que a relação entre as variáveis aparece explícita, enquanto que as outras seis questões constituem a classe de situações na correspondência de muitos para muitos, situações em que a relação entre as variáveis é implícita. O Quadro 5.3 apresenta as questões separadas conforme a classe de situações a qual pertencem.

Quadro 5.3 Questões separadas pela classe de situações

CLASSE	**QUESTÕES**					
um para muitos	1	2	5	6	10	11
muitos para muitos	3	4	7	8	9	12

O desempenho do GE nas questões separadas pela classe de situações ao qual fazem parte, nos pré e pós-testes, é apresentado no Gráfico 5.3, a seguir.

Gráfico 5.3 Desempenho do GE nas questões separadas pela classe de situações, entre o pré e o pós-teste



Os resultados obtidos com o uso do teste *t de Student* comprovam que a diferença entre as médias de acertos entre os instrumentos (pré e pós-teste) é estatisticamente significativa comparando: as questões na correspondência de um para muitos (t(19) = -4,610; p = 0,000), assim como as questões na correspondência de muitos para muitos (t(18) = -3,904; p = 0,001). Novamente, a justificativa encontrada para esse avanço, no desempenho dos estudantes, é a sequência de ensino diferenciada realizada com esse grupo, com situações apresentadas nos dois tipos de correspondências.

Nas questões de correspondência de um para muitos, o reconhecimento das relações escalar e funcional é facilitado pelo fato de que uma das quantidades da proporção é igual a um, não sendo necessário ao estudante efetuar nenhuma operação do campo conceitual multiplicativo, ou aditivo, para o reconhecimento da relação.

Entretanto, nas questões de correspondência de muitos para muitos, nenhuma das quantidades da proporção é igual a um, sendo necessário ao aluno efetuar alguma operação do campo conceitual multiplicativo, ou aditivo, para o reconhecimento das relações entre as quantidades da proporção.

Nessa perspectiva, podemos dizer que os dois tipos de correspondência utilizados na elaboração das nossas situações, representam níveis de dificuldades distintos e, para Vergnaud (1988), as características numéricas dos dados, assim como a apresentação destes, devem estar de acordo com o nível cognitivo do estudante. Nossa pesquisa foi realizada com estudantes do 3º ano do Ensino Médio na modalidade EJA, ou seja, estudantes que não deveriam ter dificuldade, em nível cognitivo, ao operar em nenhuma das correspondências, já que estão num ano terminal da Educação Básica.

Todavia, após a aplicação do pré-teste, a constatação do baixo desempenho dos estudantes nos fez decidir trabalhar com atividades em grupos de estudantes. A resolução das situações propostas pelos grupos, para posterior confronto com as resoluções dos outros grupos, permitiu aos nossos estudantes a explicitação do desenvolvimento de seus esquemas de ação, assim como a autonomia necessária para se tornarem sujeitos de sua própria aprendizagem, acarretando num crescimento de seu desempenho no pós-teste, em ambas as classes de situações.

Ao analisar o desempenho no pós-teste, o teste *t de Student* apontou não haver diferença significativa entre as médias de acertos nas questões nesse instrumento diagnóstico, comparando os dois tipos de correspondências (t (19) = -0,754; p = 0,460), ou seja, o desempenho do GE é similar nas questões das duas classes de situações no pós-teste. Podemos inferir, portanto, que nossa intervenção de ensino diferenciada contribuiu com o desenvolvimento dos esquemas de ação próprios de cada estudante. Ainda, com esquemas de ação mais completos, estes foram utilizados com sucesso na resolução das questões do pós-teste, independentemente da correspondência utilizada na questão, isto é, os estudantes passaram a ter um percentual maior de sucesso nas questões do pós-testes, independentemente dessas questões envolverem correspondência de um para muitos ou de muitos para muitos.

Passaremos, na próxima seção, a analisar o desempenho do GE comparando duas variáveis já estudadas neste capítulo: **tipo de contexto X classes de situações**.

5.1.2.3 Análise do desempenho do GE, no pós-teste, comparando as variáveis pelo tipo de contexto e pelas classes de situações

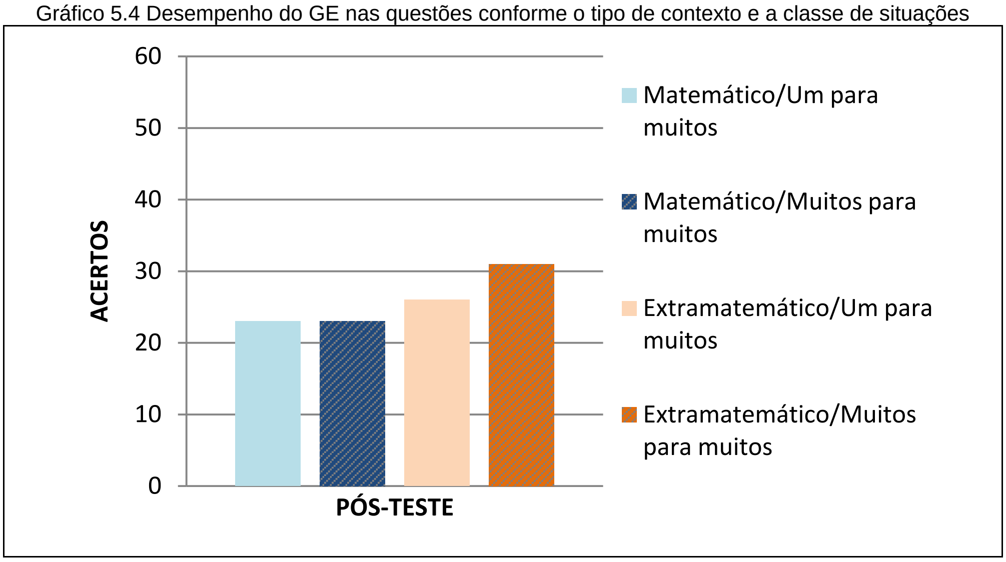
Nesta seção, pretendemos analisar se existe relação destas duas variáveis, **tipo de contexto e classes de situações**, no desempenho do GE no pós-teste. As questões separadas, conforme as duas variáveis supracitadas, são apresentadas no Quadro 5.4 a seguir.

Quadro 5.4 Questões separadas conforme o tipo de contexto e a classe de situações

CLASSE / CONTEXTO	Um para muitos	Muitos para muitos
Matemático	Questões 1, 5 e 11	Questões 3,7 e 9
Extramatemático	Questões 2, 6 e 10	Questões 4, 8 e 12

O desempenho do GE, nessas questões, no pós-teste, é apresentado no Gráfico 5.4, a seguir.

Gráfico 5.4 Desempenho do GE nas questões conforme o tipo de contexto e a classe de situações



Observando os dados do Gráfico 5.4, é evidente o melhor desempenho dos estudantes do GE nas questões elaboradas no contexto *extramatemático* e pertencentes à classe de situações de *muitos para muitos*, porém essa diferença no desempenho do grupo não é significativa, conforme apontou o teste *Friedman* ($\chi^2_{(3)}$ = 1,804; p= 0,614), cujo resultado indica não haver diferença estatisticamente significativa entre as medianas de acertos das questões. Isso nos levou a proceder com uma interpretação mais amiúde da interferência dessas variáveis no desenvolvimento dos estudantes.

Quando atentamos nosso olhar para as questões do *contexto matemático*, verificamos que o desempenho do GE é similar nas duas classes de situações (*um para muitos e muitos para muitos*), isto é, a classe de situações não influenciou o desempenho dos estudantes nesse contexto.

Entretanto, o GE apresentou melhor rendimento nas questões do *contexto extramatemático*, principalmente na correspondência de *muitos para muitos*. Nesse caso, temos como provável justificativa para o sucesso dos estudantes, a variável **tipo de contexto**. Nossa proposta em trabalhar com o contexto *extramatemático* priorizou, corroborando com a ideia de Freire (2005), um trabalho com situações que refletissem, na escola, inquietações oriundas da vida social dos estudantes. Essas situações representaram compras em supermercados, abastecimento de veículos, preparo de receitas domésticas, etc, que dificilmente são encontradas na realidade de vida desses estudantes na correspondência de *um para muitos*. É possível que esse conhecimento informal tenha tido grande relevância para a apropriação dos conceitos abordados, refletindo no melhor desempenho do GE.

Portanto, é razoável supor que a apreensão de um conceito matemático, por parte do estudante, esteja relacionada ao enfrentamento de variadas situações, com contextos e correspondências diferentes, mas representando o mesmo objeto. Ainda, quando uma das situações representa questões cotidianas, o conhecimento já apropriado é resgatado, servindo de âncora para novas aprendizagens.

Continuaremos nossa análise, na próxima seção, quando compararemos o desempenho dos estudantes nas questões conforme a posição atribuída à incógnita X.

5.1.2.4 Análise do desempenho do GE conforme a posição da incógnita X

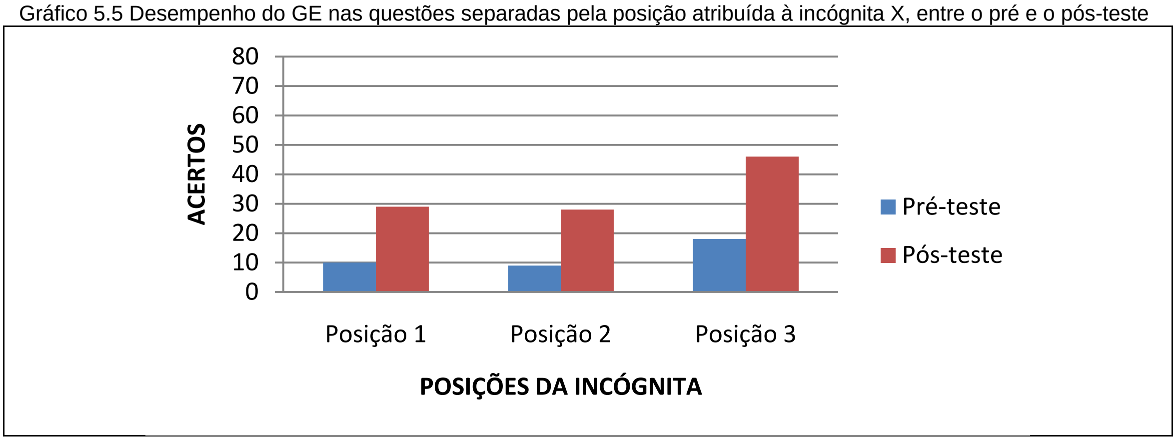
Nesta seção, analisaremos o desempenho do GE nos pré e pós-testes, conforme a posição atribuída à incógnita X. As posições utilizadas para a incógnita, assim como as questões separadas conforme esta classificação, estão apresentadas conjuntamente no Quadro 5.5, a seguir:

Quadro 5.5 Posições da incógnita X e questões separadas conforme a classificação

Posição (1)	Posição (2)	Posição (3)
Q(1) Q(2) a b c X	Q(1) Q(2) a X b c	Q(1) Q(2) a b X c
Questões 2, 9, 11 e 12	Questões 1, 3, 6 e 8	Questões 4, 5, 7 e 10

O desempenho do GE nas questões separadas pela posição atribuída à incógnita X, nos pré e pós-testes, é apresentado no Gráfico 5.5, a seguir.

Gráfico 5.5 Desempenho do GE nas questões separadas pela posição atribuída à incógnita X, entre o pré e o pós-teste



De acordo com os dados do Gráfico 5.5, observamos que os estudantes do GE obtiveram um crescimento significativo no desempenho entre os testes, independentemente da posição atribuída à incógnita X. Ainda, quando analisamos o desempenho do GE no pré-teste, o melhor desempenho dos estudantes nas questões com a incógnita na posição 3 não é significativo, conforme apontou o teste *Friedman* ($\chi^2_{(2)}$ = 3,714; p = 0,156), indicando não haver diferença estatisticamente significativa ao compararmos as medianas de acertos das questões nas três posições atribuídas à incógnita X.

Entretanto, ao compararmos o desempenho do grupo no pós-teste, essa diferença aumenta, com o percentual de acertos na posição 3 chegando a 57,5%, enquanto que nas posições 1 e 2 o percentual foi de, respectivamente, 36,25% e 35%. O uso do teste *Friedman* ($\chi^2_{(2)}$ = 15,429; p = 0,000) apontou haver diferença estatisticamente significativa entre as medianas de acertos nessas questões, ou seja, a diferença que já existia no pré-teste aumentou no pós-teste, mesmo com a intervenção de ensino realizada.

Nessa perspectiva, podemos supor que a sequência de ensino não tenha obtido o sucesso esperado, porém, quando analisamos o crescimento do desempenho dos estudantes entre os instrumentos aplicados, alguns pontos devem ser destacados. Podemos verificar que o menor avanço ocorreu nas questões em que os estudantes apresentaram melhor rendimento já no pré-teste (posição 3), com a quantidade de acertos aumentando, aproximadamente, duas vezes e meia.

Entretanto, o maior avanço ocorreu nas questões que tiveram a menor quantidade de acertos no pré-teste (posição 2), com a quantidade de acertos aumentando mais de três vezes.

De fato, não conseguimos com nossa intervenção diminuir a diferença entre os desempenhos no pós-teste, mas aumentamos o rendimento dos estudantes nas questões em que apresentaram maior dificuldade. Diante do exposto, nossa justificativa para esse desempenho diferente no pós-teste é o pouco tempo destinado à realização de nossa intervenção de ensino.

Assim como Vergnaud (1988), partimos do princípio de que a apropriação de um campo conceitual se desenvolve ao longo do tempo, com o enfrentamento de diferentes conjuntos de situações que possam representar o mesmo objeto em estudo. No caso de nossa pesquisa, os estudantes já apresentaram avanços como os apontados até aqui, porém a experiência necessária para um domínio maior do Campo Conceitual Multiplicativo ainda não ocorreu.

Nas atividades propostas, evidenciamos as três posições da incógnita. Os esquemas de ação explicitados pelos estudantes, na resolução de uma situação com a incógnita em determinada posição, tinham de ser adaptados para determinação da solução de uma nova situação, com a incógnita também numa nova posição. Nem sempre se tinha um esquema disponível, porém aqueles já apreendidos serviam de parâmetro para a construção de uma nova estratégia.

Para Vergnaud (1988, 1998), os estudantes, ao desenvolverem seus esquemas de ação e, consequentemente, se apropriarem de novos invariantes operatórios, passam a ser capazes de enfrentar situações mais complexas. Nesse sentido, propor situações contemplando a incógnita nas três posições contribuiu com o desenvolvimento dos esquemas de ação de nossos estudantes, assim como na aquisição de novos invariantes operatórios para sua estrutura cognitiva, acarretando no crescimento do desempenho do GE na resolução do pós-teste.

Apresentaremos, na próxima seção, uma síntese dos resultados encontrados na análise quantitativa do desempenho do GE, em nosso trabalho.

5.1.2.5 Síntese da análise do desempenho do GE conforme as variáveis utilizadas nos instrumentos diagnósticos

Na primeira variável abordada – tipo de contexto – o melhor desempenho no contexto extramatemático já era esperado, pois eram situações que representavam problemas cotidianos do estudante da EJA. Ainda, quando olhamos apenas o pós-teste, verificamos que o GE apresenta um patamar próximo no desempenho, nos dois tipos de contextos, comprovando o desenvolvimento dos esquemas de ação já apropriados pelos estudantes, explicitados na realização do pré-teste.

Na segunda variável abordada – classes de situações – o desempenho é superior nas questões cuja correspondência foi de muitos para muitos, fazendo-nos levar em conta, mais uma vez, o conhecimento cotidiano do estudante da EJA. As questões elaboradas nessa correspondência, mesmo necessitando de cálculos mais complexos para a sua resolução, representavam situações normalmente encontradas na realidade das vidas sociais desses cidadãos. O desempenho similar, no pós-teste, demonstra, também, um avanço nas questões na correspondência de um para muitos.

Na comparação entre as variáveis – tipo de contexto e classes de variáveis – realizada no pós-teste, fica ainda mais evidente a interferência do contexto extramatemático e da correspondência de muitos para muitos no desempenho do GE. De fato, ao tentar aproximar o conteúdo escolar da realidade de nossos estudantes, propiciou-se a estes criar significados para o conceito de Proporção Simples por meio de situações já enfrentadas no seu dia-a-dia.

A nossa quarta e última análise realizada, contemplou as posições atribuídas à incógnita X. Das três posições, o melhor desempenho foi apresentado nas questões com a incógnita na posição 3. Porém, o maior avanço entre os instrumentos ocorreu nas questões com a incógnita na posição 2, justamente nas questões cujo desempenho no pré-teste foi menor. Isso demonstra uma fragilidade de nossa pesquisa: o tempo destinado à intervenção. Conseguimos avançar no conhecimento acerca dos conteúdos propostos, mas ainda falta a experiência necessária para uma apropriação mais completa.

Portanto, nossas análises mostraram que os estudantes tiveram crescimento significativo em todas as variáveis utilizadas, justificando nossa proposta em abordar o conceito de Proporção Simples em diferentes conjuntos de situações.

Entretanto, o desenvolvimento desses conceitos, por parte dos estudantes, é provido da necessidade de um convívio maior com os diferentes conjuntos de situações que os representam, assim como da reflexão no enfrentamento destas. Quanto mais diversificadas as experiências acerca do objeto matemático, melhores as possibilidades de sua compreensão.

Tendo analisado as respostas dos estudantes do GE aos instrumentos diagnósticos, do ponto de vista de seus desempenhos quantitativos, na próxima seção deter-nos-emos aos processos utilizados por eles ao lidar com as questões propostas nos instrumentos diagnósticos. Em outras palavras, passaremos para a análise qualitativa dos resultados.

5.2 Análise Qualitativa

Nesta seção, procederemos com a análise qualitativa de nossa pesquisa em duas etapas.

Na primeira etapa, ateremos nosso olhar às estratégias utilizadas pelo GE na resolução das questões dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes). Essas estratégias foram classificadas em diferentes tipos, sendo que todas elas foram analisadas, ou seja, tanto as que levaram os estudantes ao sucesso quanto aquelas que os levaram ao fracasso.

Na segunda etapa de nossa análise qualitativa, com as estratégias utilizadas já discutidas, nosso foco será a interpretação dos erros cometidos pelos estudantes. Esses erros foram divididos em diferentes categorias.

Contudo, quando houver a necessidade de um maior aprofundamento de análise nas duas etapas, buscaremos também interpretar a resolução das atividades propostas nas fichas utilizadas durante a intervenção. Por fim, apresentaremos uma síntese da seção.

5.2.1 Análise das estratégias (tipos de estratégias)

Retomando o que já foi explicado no capítulo de Metodologia, cada instrumento diagnóstico (pré e pós-testes) foi composto por 12 questões, respondidas por todos os estudantes participantes da pesquisa. Entretanto, ao analisar apenas o GE, o número de participantes é de 20 estudantes e, multiplicando esse número pelas 12 questões, chegamos a um total de 240 respostas para cada instrumento.

Dentre essas respostas, elencamos três tipos: respostas em branco (RB), cujo estudante não anotou nenhuma estratégia no campo destinado à resolução da questão; respostas corretas (RC), aquelas em que os estudantes utilizaram uma estratégia que os levaram ao sucesso na questão e respostas incorretas (RI), determinadas pelas questões em que os estudantes utilizaram uma estratégia que os levaram ao insucesso. A Tabela 5.2, a seguir, apresenta um panorama geral das respostas dadas pelos estudantes do GE nas questões dos instrumentos diagnósticos.

Tabela 5.2 Tipos de respostas dadas pelos estudantes do GE na resolução dos instrumentos diagnósticos

Tipos de resposta / Instrumentos	RB (respostas em branco)	RC (respostas corretas)	RI (respostas incorretas)
Pré-teste	88 (36,6% de 240)	37 (15,4% de 240)	115 (47,9% de 240)
Pós-teste	17 (7% de 240)	103 (42,9% de 240)	120 (50% de 240)

De acordo com os dados da Tabela 5.2, notamos que a quantidade de RI superou, em muito, a quantidade de RC, quando olhamos para o pré-teste. Entretanto, ao analisarmos essas mesmas quantidades no pós-teste, a diferença a favor de RI persistiu, mas agora num patamar bem inferior. Realmente, a quantidade de RC teve um aumento próximo de três vezes no pós-teste, enquanto que a quantidade de RI teve um aumento de apenas cinco questões.

Observamos também que a quantidade de RB foi alta no pré-teste, chegando a apresentar mais que o dobro de RC. Já no pós-teste, a diferença entre essas respostas se inverte, com RC ultrapassando cerca de seis vezes a quantidade de RB. Tal diminuição na quantidade de RB entre os instrumentos diagnósticos chama-nos a atenção, pois esse tipo de resposta pode gerar várias hipóteses, tais como: que o estudante não soube resolver a questão, que ele não quis ou teve medo de resolvê-la, etc. Todavia, de posse dos resultados apresentados na Tabela 5.2, é razoável supor que essa diminuição de RB esteja ligada, principalmente, ao aumento de RC. Assim, defendemos que a hipótese mais provável é que, em que pese o não comprometimento inicial dos estudantes para com nosso estudo, o alto índice de respostas em branco (RB) no pré-teste parece estar relacionado à incapacidade desses estudantes em resolver as questões propostas.

Nessa direção, passamos a investigar quais as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução das questões, tanto as que os levaram ao sucesso – RC – quanto aquelas que os levaram ao insucesso – RI. Um estudo minucioso nos levou a elencar essas estratégias em seis tipos diferentes, a saber:

Quadro 5.6 Tipos de estratégias utilizadas, pelos estudantes, na resolução das questões

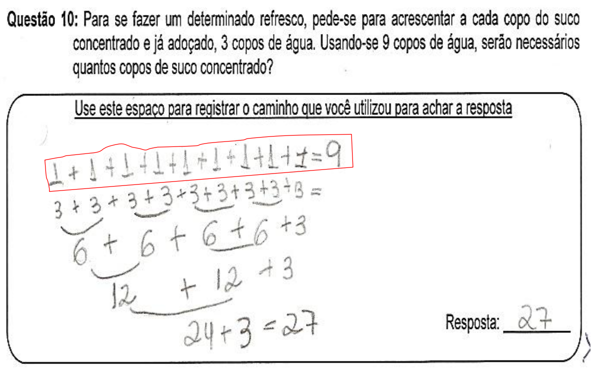
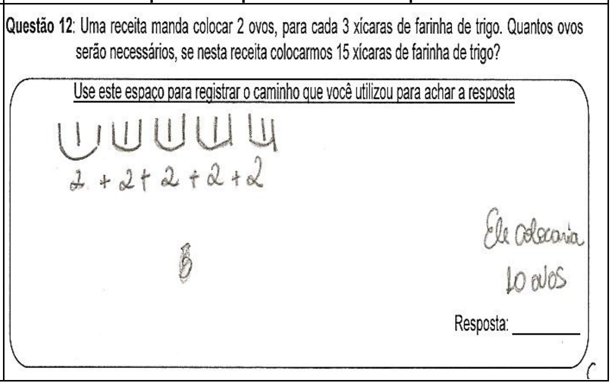
Tipos de estratégias	Estratégias
Te-1	Relação aditiva
Te-2	Relação ternária
Te-3	Regra de três
Te-4	Relação escalar
Te-5	Relação funcional
Te-6	Desconhecida

Nesse momento, passaremos a definir esses diferentes tipos de estratégias utilizadas pelos estudantes. Para cada tipo apresentaremos dois exemplos (RC e RI) retirados dos registros realizados pelos estudantes na resolução das questões dos instrumentos diagnósticos. Nos protocolos relativos às respostas incorretas (RI), circundamos com a caneta vermelha a ação do estudante que levou ao erro na questão.

- <u>Te-1. Relação aditiva</u>

Entendemos como relação aditiva a estratégia do estudante em utilizar operações de adição e subtração com as quantidades informadas, na tentativa de resolver uma determinada questão. Um exemplo para esse tipo de estratégia seria:

Figura 5.2 Exemplos do tipo de estratégia Te-1 (Relação Aditiva)

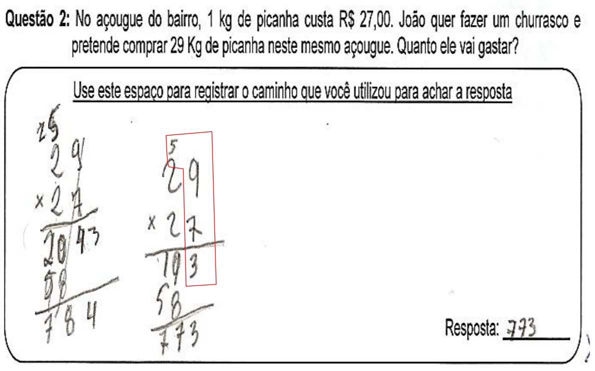
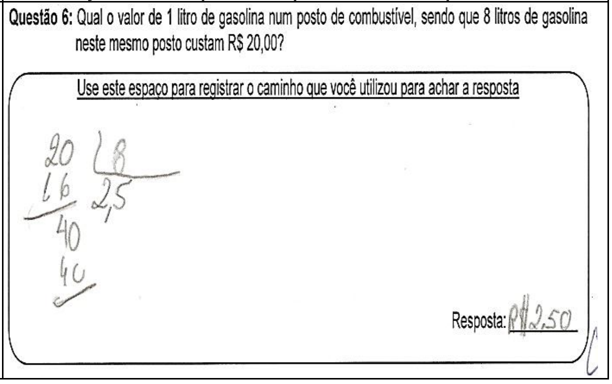
Protocolo1, extraído da resposta incorreta do sujeito E18 para a questão 10 do pré-teste	Protocolo 2,extraído da resposta correta do sujeito E18 para a questão 12 do pós-teste
	

No protocolo 1, o estudante utiliza a estratégia de somar parcelas iguais para resolver a questão 10 do pré-teste, porém seu insucesso ocorre porque ele soma a quantidade de copos de suco, e não de copos de água. Entretanto, no protocolo 2, o mesmo estudante utiliza essa mesma estratégia, mas agora ele soma as quantidades corretas, chegando ao sucesso na questão 12 do pós-teste.

- <u>T-2. Relação ternária</u>

O tipo de estratégia denominada por nós como relação ternária (a x b = c) compreende a ação do estudante em apenas multiplicar ou dividir diferentes tipos de quantidades, na busca por uma solução de determinada questão. Aqui, o estudante não torna explícito o reconhecimento das relações encontradas entre as quantidades. Temos como exemplo os protocolos apresentados na Figura 5.3, a seguir.

Figura 5.3 Exemplos do tipo de estratégia Te-2 (Relação ternária)

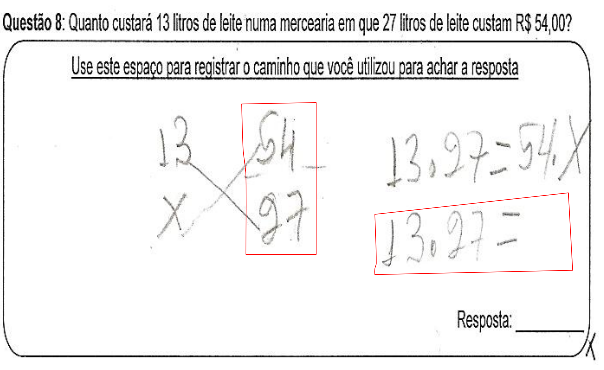
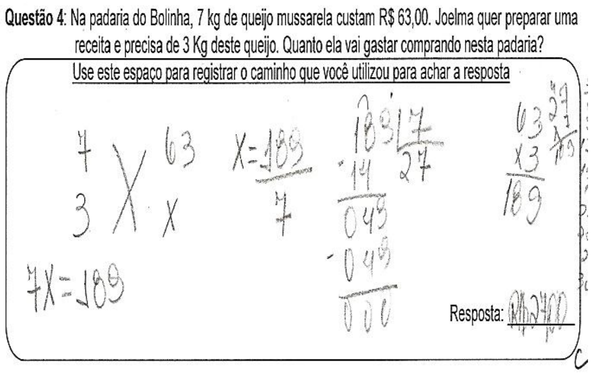
Protocolo 1, extraído da resposta incorreta do sujeito E05 para a questão 2 do pré-teste	Protocolo 2, extraído da resposta correta do sujeito E19 para a questão 6 do pré-teste
	

Notamos que, nos dois protocolos apresentados, os estudantes utilizam apenas os algoritmos da multiplicação ou da divisão. No caso do protocolo 1, o estudante armou a multiplicação entre duas quantidades de maneira correta (27 x 29 = Resposta), mas errou quando multiplicou as unidades dessas duas quantidades (7 x 9 = 53), acarretando no seu insucesso na questão 2 do pré-teste. Já o estudante do protocolo 2, escolhe o algoritmo da divisão para tentar resolver a questão 6 do pré-teste, realizando com maestria a divisão entre as quantidades corretas (20 / 8 = 2,5), chegando ao sucesso na resolução da questão.

- <u>T-3. Regra de três</u>

O tipo de estratégia T-3 está diretamente ligado às questões em que os estudantes utilizam como esquema de ação a conhecida *regra de três simples*. Nesse esquema, os estudantes reconhecem a igualdade entre duas razões e passam a igualar o resultado da multiplicação dos meios com o resultado da multiplicação dos extremos, buscando chegar ao valor da quarta proporcional, que pode ser o resultado da questão. Um exemplo, para esse tipo de estratégia, podemos encontrar na Figura 5.4:

Figura 5.4 Exemplos do tipo de estratégia Te-3 (Regra de três)

Protocolo 1, extraído da resposta incorreta do sujeito E09 para a questão 8 do pós-teste	Protocolo 2, extraído da resposta correta do sujeito E10 para a questão 4 no pós-teste
 **Questão 8**: Quanto custará 13 litros de leite numa mercearia em que 27 litros de leite custam R$ 54,00? Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta. Resposta: ______	 **Questão 4**: Na padaria do Bolinha, 7 kg de queijo mussarela custam R$ 63,00. Joelma quer preparar uma receita e precisa de 3 Kg deste queijo. Quanto ela vai gastar comprando nesta padaria? Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta. Resposta:

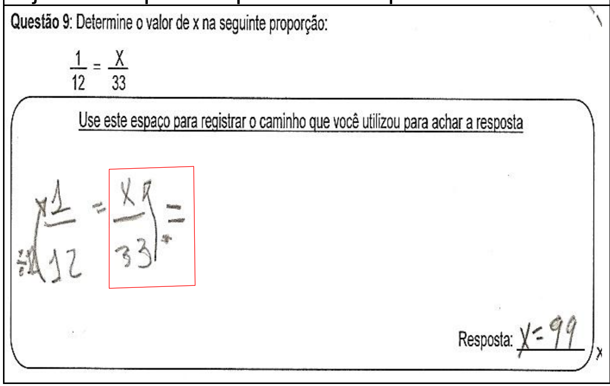
No protocolo 1, o estudante desenvolve o algoritmo da regra de três na tentativa de acerto da questão 8 do pós-teste, mas erra já no reconhecimento da proporcionalidade entre as quantidades, pois se 13 está para X, então 27 teria que estar para 54. Ainda, mesmo continuando com essa interpretação errônea, ele não consegue chegar a um resultado, demonstrando dificuldade na continuidade do algoritmo. No entanto, no protocolo 2, o estudante utiliza o mesmo algoritmo, a regra de três, operando com as quantidades corretas e respeitando a proporcionalidade existente entre elas, atingindo o sucesso na questão 4 do pós-teste.

- <u>T-4. Relação escalar</u>

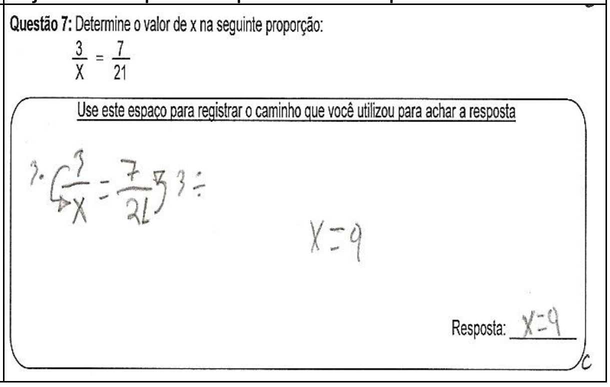
O tipo de estratégia determinado como T-4 compreende o reconhecimento, por parte dos estudantes, da relação existente entre duas quantidades, do mesmo tipo, chegando à determinação da razão entre elas. Essa mesma razão, o operador escalar, é utilizada numa terceira quantidade, de outro tipo, buscando solucionar a questão. Temos como exemplo os protocolos apresentados, a seguir, na Figura 5.5:

Figura 5.5 Exemplos do tipo de estratégia Te-4 (Relação escalar)

Protocolo 1, extraído da resposta incorreta do sujeito E16 para a questão 9 do pós-teste



Protocolo 2, extraído da resposta correta do sujeito E06 para a questão 7 do pós-teste



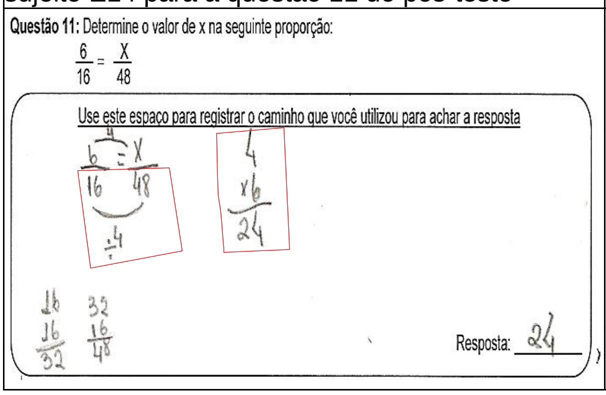
No protocolo 1, o estudante descobre o valor do operador escalar numa das razões (escalar = 12), mas não o usa na determinação do valor de X na outra razão, cujo resultado o leva ao insucesso. No protocolo 2, após descobrir o valor do operador escalar numa das razões (escalar = 3), o estudante o utiliza para resolver a questão, multiplicando-o por uma das quantidades na outra razão, o que o leva ao sucesso na questão.

- <u>Te-5. Relação funcional</u>

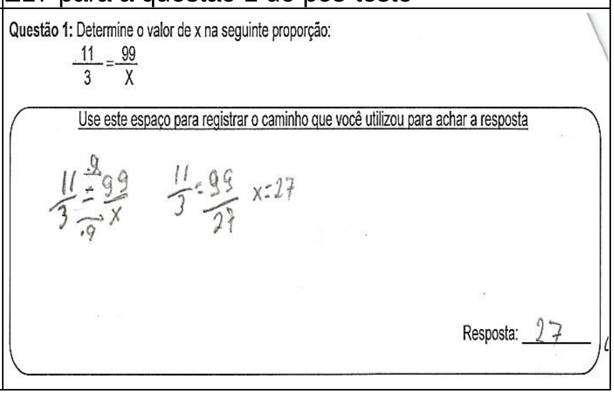
O tipo de estratégia determinado como T-5 refere-se àquelas questões em que, na tentativa de resolução, os estudantes descobrem a função que permite passar de uma quantidade a outra, sendo essas de tipos diferentes. Aqui, a relação funcional que existe entre essas duas quantidades é também usada nas outras duas quantidades, na tentativa de resolver a questão. Os protocolos dos estudantes, mostrados na Figura 5.6, servem como exemplos da utilização dessa estratégia.

Figura 5.6 Exemplos do tipo de estratégia Te-5 (Relação funcional)

Protocolo 1, extraído da resposta incorreta do sujeito E14 para a questão 11 do pós-teste



Protocolo 2, extraído da resposta correta do sujeito E17 para a questão 1 do pós-teste

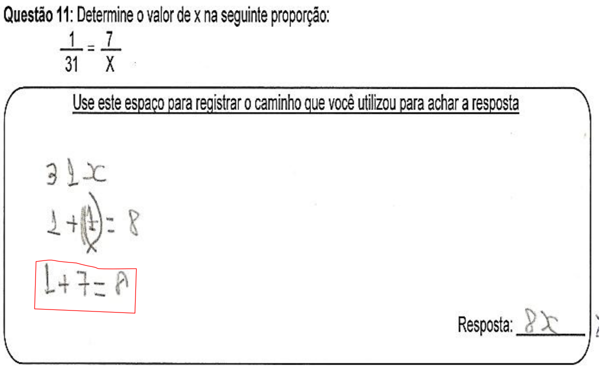
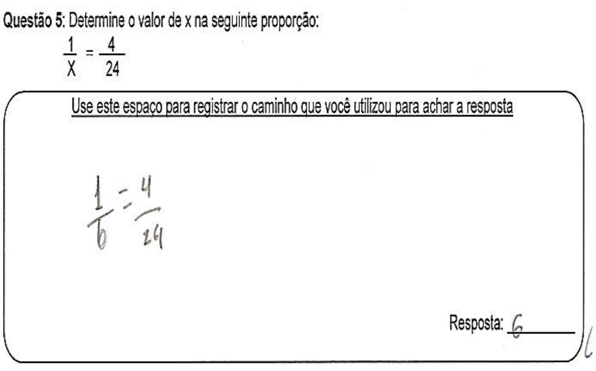


No protocolo 1, o estudante erra ao tentar descobrir o valor do operador funcional que permite operar entre duas quantidades diferentes (funcional = 4). Esse valor errado, aplicado numa terceira quantidade leva o estudante ao insucesso na questão. No protocolo 2, o estudante determina o valor correto do operador funcional (funcional = 9), e sua utilização numa terceira quantidade o faz acertar a questão.

- <u>T-6. Desconhecida</u>

Entendemos como estratégia desconhecida aquela que não conseguimos classificar em nenhum dos outros cinco tipos. Para exemplificar o uso dessa estratégia, mostramos a seguir, na Figura 5.7, os protocolos de dois estudantes.

Figura 5.7 Exemplos do tipo de estratégia Te-6 (Desconhecida)

Protocolo-1 extraído da resposta incorreta do sujeito E12 para a questão 11 do pré-teste	Protocolo-2 extraído da resposta correta do sujeito E05 para a questão 5 do pré-teste
 Questão 11: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$ Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta. 31x; 1+(1) = 8; 1+7=8. Resposta: 8x	 Questão 5: Determine o valor de x na seguinte proporção: $\frac{1}{X} = \frac{4}{24}$ Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta. $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$ Resposta: 6

Como podemos notar, nos dois protocolos apresentados na Figura 5.7, a estratégia utilizada não se encaixa nas demais. No protocolo 1, o estudante soma duas quantidades informadas no enunciado da questão, levando-o ao insucesso na sua resolução. Já no protocolo 2, o estudante apenas apresenta o valor correto da questão, sem apresentar nenhuma estratégia.

Finalizada a apresentação dos tipos de estratégias elencadas em nosso trabalho, achamos oportuno apresentar na Tabela 5.3, a seguir, um panorama geral da utilização, por parte dos estudantes, desses tipos de estratégias nos dois instrumentos diagnósticos, pré e pós-testes. Os dados mostrados em porcentagem referem-se a valores aproximados, comparados com a soma das quantidades de questões RC e RI (Tabela 5.2), para cada instrumento diagnóstico, ou seja, o total de 152 questões no pré-teste (37 de RC + 115 de RI) e 223 questões no pós-teste (103 de RC + 120 de RI), totalizando 375 questões respondidas pelo GE.

Tabela 5.3 Utilização dos tipos de estratégias nos instrumentos diagnósticos, pré e pós-testes

Instrumentos	Tipos	Te-1 Relação Aditiva	Te-2 Relação Ternária	Te-3 Regra de Três	Te-4 Relação Escalar	Te-5 Relação Funcional	Te-6 Desconhecida
Pré-teste	Acertos	2 (1,3% de 152)	15 (9,9% de 152)	15 (9,9% de 152)	0	0	5 (3,3% de 152)
	Erros	1 (0,6% de 152)	31 (20,4% de 152)	25 (16,4%de 152)	0	0	58 (38,1% de 152)
Pós-teste	Acertos	1 (0,4% de 223)	16 (7,2% de 223)	40 (17,9% de 223)	19 (8,5% de 223)	20 (9% de 223)	7 (3,1% de 223)
	Erros	0	14 (6.3% de 223)	39 (17,5% de 223)	28 (12,5% de 223)	17 (7,6% de 223)	22 (9,9% de 223)

Os dados mostrados na Tabela 5.3 estão em consonância com os resultados discutidos na parte quantitativa de nossa análise, comprovando um avanço dos estudantes entre os instrumentos diagnósticos e sugerindo que esse crescimento está ligado à intervenção de ensino realizada. De fato, no pré-teste foram utilizados quatro tipos diferentes de estratégias, sendo que em três deles a quantidade de erros foi maior que a quantidade de acertos. Já no pós-teste, das seis estratégias utilizadas pelos estudantes, em quatro delas a quantidade de acertos sobressaiu à quantidade de erros, demonstrando um aprimoramento das estratégias já conhecidas, assim como a apreensão de novas estratégias.

Podemos notar que a estratégia Te-3 (regra de três) foi a mais utilizada pelos estudantes, seguida pelo uso das estratégias Te-6 (desconhecida) e Te-2 (relação ternária), respectivamente. Com relação à estratégia Te-3, nosso resultado vem de encontro ao que propõe Vergnaud (1998, p.171)[8], quando afirma que: “Este procedimento [regra de três] é raramente usado pela maioria dos estudantes, eles consideram que não há significado qualquer em multiplicar 40 km por 36 minutos. Eles não estão certos?”. Da mesma forma, nossos dados estão em dissonância com os resultados obtidos por Eolália Silva (2008), que mostram que os alunos de seu estudo privilegiaram estratégias próprias, em detrimento ao uso do algoritmo da regra de três. Entretanto, a utilização dessa estratégia por grande parte dos estudantes do nosso estudo já era esperada, pois, como já citamos na Introdução de

[8] Tradução livre realizada por membros do grupo de pesquisa REPARE em EdMat, PUC-SP, sob coordenação e revisão de Sandra Magina, 2008. Outros trechos desta obra serão citados por nós, sendo que todos são frutos de tradução livre do Grupo REPARE. Desta forma, embora estejamos apresentando a citação em português, a página referida diz respeito àquela em que tal citação aparece no texto original.

nossa pesquisa, a regra de três simples é comumente associada, na Educação Básica, à resolução de questões que envolvem o conceito de Proporção Simples, mesmo tendo seu ensino desprovido de significado para o estudante. Diante do exposto, decidimos não abrir mão de uma estratégia já enraizada na estrutura cognitiva do estudante, e o seu aperfeiçoamento durante a intervenção de ensino levou os estudantes a um número maior de acertos com sua utilização no pós-teste, revertendo a situação encontrada no pré-teste, em que a quantidade de erros foi maior que a quantidade de acertos com sua utilização.

O tipo de estratégia Te-6 (Desconhecida) é a segunda estratégia mais utilizada, além de ser a que mais levou os estudantes ao insucesso na resolução das questões. Desse número alto de respostas incorretas (RI), a maior parte acontece no pré-teste, com a quantidade de RI superando em torno de dez vezes a quantidade de respostas corretas (RC). Todavia, quando olhamos para o pós-teste, essa diferença cai significativamente, com a quantidade de RI superando em torno de três vezes a quantidade de RC, demonstrando um crescimento dos estudantes. Esses indícios demonstram que a Te-6 teve seu uso ligado, em sua maioria, ao insucesso dos estudantes e que, após a realização da intervenção de ensino diferenciada, houve melhorias na qualidade dos seus erros, com os estudantes passando a utilizar estratégias eficazes na tentativa de sucesso na resolução das questões. Realmente, no pré-teste os estudantes erravam, na maioria das vezes, por não associar o que era pedido nas questões com os seus conhecimentos já apreendidos, acarretando na tentativa de sucesso por meio da utilização de estratégias desconhecidas ou na desistência por meio das respostas em branco. Já no pós-teste, os estudantes, em sua maioria, escolheram uma estratégia correta para a resolução da questão, porém erraram por diferentes motivos na sua utilização. A interpretação desses erros será o nosso foco na próxima seção deste capítulo.

Com relação à estratégia Te-2 (relação ternária), chama-nos a atenção o fato de que ela é mais usada no pré-teste, com uma quantidade de erros maior que a quantidade de acertos. No pós-teste, a utilização e a quantidade de erros associados ao seu uso diminuíram, com a quantidade de acertos ficando no mesmo patamar do pré-teste. Se levarmos em conta que todos esses acertos foram obtidos em questões pertencentes ao contexto extramatemático (questões 2, 4, 6, 8, 10 e

12), podemos supor que esse tipo de estratégia tenha ligação com a realidade de vida dos estudantes da EJA. De fato, para Vergnaud (2009), a relação ternária representa um esquema de ação, dentro do campo conceitual multiplicativo, indicado para a resolução de situações envolvendo três quantidades distintas entre si, ou seja, questões que podem ser solucionadas com uma operação de multiplicação, ou de divisão, entre os elementos.

Esses dois algoritmos, assim como os algoritmos de adição e subtração, são ferramentas diárias desses estudantes no exercício de sua cidadania, além de serem trabalhados na escola desde as séries iniciais da Educação Básica. Isso justifica a utilização da estratégia Te-2 pelos estudantes, assim como da estratégia Te-1 (relação aditiva), na tentativa de sucesso nos instrumentos diagnósticos. Ambas representam esquemas de ação mais simples, eficazes apenas para a resolução de algumas situações, devendo ser incorporados por novos esquemas, mais completos, que serão importantes para a apreensão de novos conceitos matemáticos. No caso da estratégia Te-1 (relação aditiva), essa foi a menos utilizada, indicando que a maioria dos estudantes já reconhece a ruptura entre as estruturas aditivas e multiplicativas, conforme discussão realizada na página 48 de nosso trabalho.

Esses dois tipos de estratégias, Te-1 e Te-2, passam a ser utilizadas em menor quantidade no pós-teste, após os estudantes terem passado pela intervenção de ensino, normalmente levando-os ao sucesso na resolução das questões. Esses indícios nos levam a supor que o conhecimento cotidiano do estudante da EJA passou a ser integrado em novos esquemas, na tentativa de sucesso na resolução das questões. Esses novos esquemas de ação são encontrados nos tipos de estratégias Te-4 (relação escalar) e Te-5 (relação funcional), que fazem parte da relação quaternária. Juntas, as duas estratégias foram as mais utilizadas pelos estudantes no pós-teste. Segundo Vergnaud (2009, p. 252), esses dois tipos de relação representam, para os estudantes, “um nível nocional muito elaborado”, sendo que a compreensão da relação funcional “está na raiz das dificuldades encontradas” para a aprendizagem do conceito de função.

Concluímos, então, que esses dois tipos de estratégias – relação escalar e relação funcional – é que deveriam ter seus ensinos atrelados as primeiras experiências dos estudantes com as noções de proporcionalidade. Em outras palavras, ao longo dos anos escolares, o desenvolvimento dessas estratégias serviria como formação da base de conteúdos necessários para o estudante ingressante do Ensino Médio, tendo em vista sua ligação com o conceito de função.

Chamou-nos a atenção o fato de nenhum estudante usar a estratégia Te-4 ou a Te-5 no pré-teste. Será possível que esses estudantes tenham aprendido Proporção Simples sem terem visto tais estratégias?. Ou será que, embora elas tenham sido apresentadas aos estudantes, não foram privilegiadas como estratégias eficazes?. Embora o professor não seja foco de nosso estudo, esses resultados nos faz refletir sobre até que ponto, ainda, é trabalhada a ideia de que a proporcionalidade envolve sempre problemas de regra de três.

Tal reflexão ganha força quando notamos que Te-4 e Te-5 aparecem bastante no pós-teste. Entretanto, a utilização dessas duas estratégias levou os estudantes a uma quantidade maior de insucessos, deixando clara a necessidade de um tempo maior para a compreensão da utilização das mesmas. Diante do exposto, acreditamos que nossos estudantes assimilaram nossa proposta de valorizar a compreensão do conceito de Proporção Simples ao invés da mecanização de um algoritmo, passando a tentar utilizar a melhor estratégia para a resolução de cada tipo de questão, mesmo que essa não o tenha levado ao sucesso.

Passaremos, na próxima seção, a realizar a segunda etapa de nossa análise qualitativa, em que focamos a interpretação dos erros cometidos pelos estudantes na resolução das questões dos instrumentos diagnósticos.

5.2.2. Análise dos erros (categoria dos erros)

Na seção anterior, realizamos a primeira etapa de nossa análise qualitativa, na qual analisamos as estratégias utilizadas pelos estudantes do GE na resolução das questões dos instrumentos diagnósticos. A presente seção tem como objetivo investigar os erros que levaram esses estudantes ao insucesso nessas questões.

Uma análise criteriosa nos levou a identificar seis diferentes categorias de erros, a saber:

Quadro 5.7 Relação das categorias de erros e os tipos de erros

Categorias de erros	Tipos de erros
E-1	Erro no algoritmo da multiplicação ou da divisão
E-2	Erro na mistura entre estrutura aditiva e multiplicativa
E-3	Erro na organização, ou não separação, das quantidades
E-4	Erro na noção de escalar
E-5	Erro na noção de funcional
E-6	Erro incompreensível

Para melhor entendimento da análise proposta nesta seção, cabe ressaltar que o número total de respostas incorretas (RI) foi de 235 questões, divididas em 115 no pré-teste e 120 no pós-teste, conforme apresentado na Tabela 5.2. Ainda, nessas respostas, os estudantes utilizaram seis diferentes tipos de estratégias. Dessa forma, apresentamos a seguir as seis categorias de erro mostradas no Quadro 5.7, a partir das quais os comportamentos dos estudantes serão analisados.

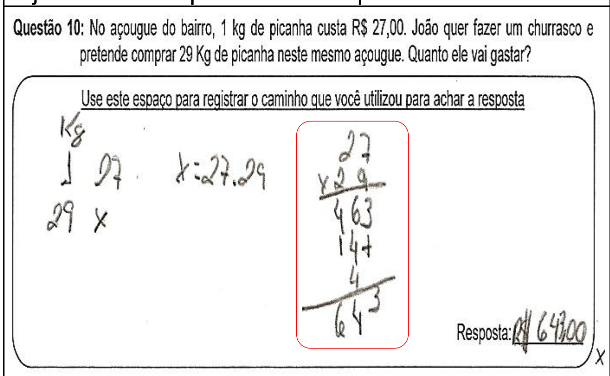
- **E-1:** Erro no algoritmo da multiplicação ou da divisão

Entendemos que o estudante cometeu o erro da categoria E-1 quando utilizou uma estratégia correta, mas errou no processo de multiplicar ou dividir as quantidades, sendo levado ao insucesso na resolução da questão. Consideramos que o conhecimento acerca dos algoritmos de multiplicação e de divisão é uma das bases necessárias para o sucesso do estudante na resolução de situações pertencentes ao campo conceitual multiplicativo.

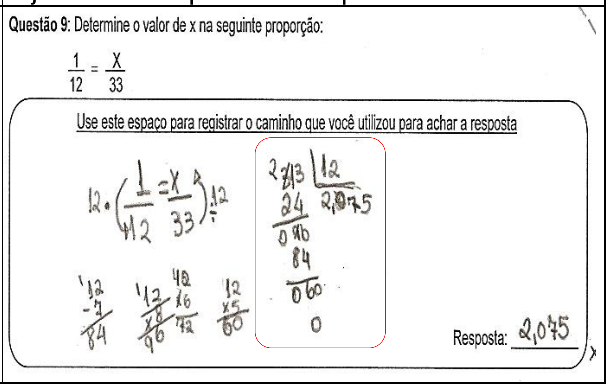
A Figura 5.8 apresenta dois exemplos desse tipo de erro, tanto no que concerne à multiplicação, quanto à divisão.

Figura 5.8 Exemplos da categoria de erros E-1 (Erro no algoritmo da multiplicação ou da divisão)

Protocolo 1 (multiplicação) extraído da resposta do sujeito E19 na questão 10 do pós-teste



Protocolo 2 (divisão) extraído da resposta do sujeito E14 na questão 9 do pós-teste



De acordo com a Figura 5.8, no protocolo 1, o estudante utiliza a estratégia Te-3 (regra de três), mas o erro no algoritmo da multiplicação o leva ao insucesso na questão. No protocolo 2, a estratégia utilizada é a Te-4 (relação escalar), porém o estudante, ao utilizar o algoritmo da divisão, erra ao acrescentar o algarismo zero na primeira casa decimal do resultado da operação, o mesmo da questão.

A Tabela 5.4, a seguir, apresenta a ocorrência dessa categoria de erros nos instrumentos diagnósticos, relacionando-os aos tipos de estratégias utilizados pelos estudantes.

Tabela 5.4 Distribuição da categoria dos erros E-1 nos instrumentos e nos tipos de estratégias

Categoria E-1 \ Tipos estratégias		Te-1 (aditiva)	Te-2 (ternária)	Te-3 (regra de três)	Te-4 (escalar)	Te-5 (funcional)	Te-6 (desconhecida)
Multiplicação	Pré	0	14	3	0	0	0
	Pós	0	3	9	3	3	0
Divisão	Pré	0	7	6	0	0	0
	Pós	0	2	6	8	4	0

De acordo com os dados da Tabela 5.4, a categoria E-1 teve maior ocorrência quando o estudante usou o tipo de estratégia Te-2 (relação ternária) e Te-3 (regra de três).

É importante notar que enquanto no pré-teste os erros nas operações de multiplicação e de divisão se restringiram às estratégias Te-2 e Te-3; no pós-teste elas se encontram distribuídas entre quatro tipos de estratégias (T-2, T-3, T-4 e T-5). Assim, torna-se evidente que o fato de os estudantes terem aumentado o uso de diferentes estratégias no pós-teste não implicou na diminuição da quantidade de erros nessa categoria. Em outras palavras, esses estudantes desenvolveram novas estratégias para lidar com situações de proporcionalidade, mas a dificuldade em operar com os algoritmos de multiplicação e de divisão persistiu. Esse resultado reafirma a importância conferida por Vergnaud (1996) para se pensar o ensino dentro de campos conceituais e não com foco em conceitos isolados.

Relacionando os erros da categoria E-1 com o insucesso dos estudantes nas questões do *grupo (c)*, discutidas nas páginas 113 e 114 (questões 2, 6 e 11, consideradas as de maior insucesso), notamos que esse erro prevaleceu em 60%

dos insucessos ocorridos nessas questões no pré-teste (18 questões de 30) e, aproximadamente, 44,7% dos ocorridos no pós-teste (17 questões de 38). Portanto, podemos explicar o baixo desempenho dos estudantes nessas questões pela dificuldade deles em trabalhar com os algoritmos da multiplicação e da divisão.

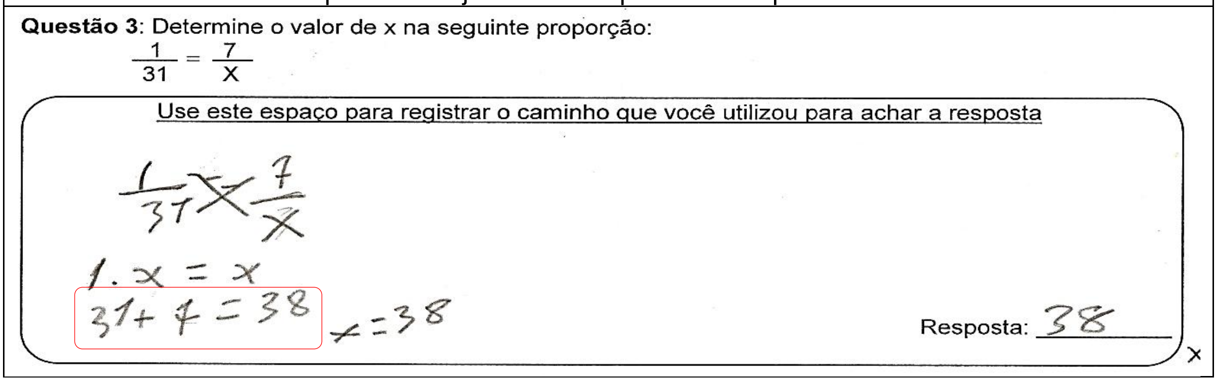
Tal resultado demonstra uma fragilidade de nossa intervenção de ensino, que focou na compreensão do conteúdo de Proporção Simples, não imaginando que os estudantes, que se encontravam no último ano do Ensino Médio, pudessem apresentar tamanha dificuldade para lidar com os algoritmos das operações de multiplicação e divisão. Novamente, essa reflexão nos leva ao encontro de Vergnaud (1994) quando este enfatiza a necessidade de o professor realizar diagnósticos com seus alunos antes de iniciar um novo conteúdo.

- **E-2:** Erro na mistura entre estrutura aditiva e multiplicativa

A categoria de erro E-2 está relacionada a não ruptura entre o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo. Dessa forma, o estudante que cometeu o erro de misturar esses dois campos conceituais acabou utilizando estratégias compatíveis a esse erro na tentativa de resolução da questão, acarretando no seu insucesso. Como exemplo dessa categoria, apresentamos a seguir, na Figura 5.9, um protocolo extraído da resposta do estudante.

Figura 5.9 Exemplos da categoria de erros E-2 (Erro na mistura entre estrutura aditiva e multiplicativa)

Protocolo 1 extraído da resposta do sujeito E02 na questão 3 do pós-teste


Questão 3: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{31} = \frac{7}{x}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

$$\frac{1}{31} \times \frac{7}{x}$$

$1 . x = x$

$31 + 7 = 38$ $x = 38$

Resposta: 38

Nesse protocolo, o estudante utiliza a estratégia Te-3 (regra de três) na tentativa de resolver a questão. Entretanto, ele multiplica os meios de maneira correta (1 vezes X = X), mas mistura as estruturas aditiva e multiplicativa quando opera com os extremos, realizando uma adição (31 + 7= 38) ao invés da multiplicação (31 vezes 7 = 217), acarretando no insucesso da questão. Esse erro é um exemplo clássico da não ruptura entre os campos conceituais aditivos e multiplicativos, discutidos na página 48 de nosso estudo. Como podemos ver, o estudante tenta resolver uma questão multiplicativa dentro do campo conceitual aditivo.

A seguir, mostramos na Tabela 5.5, a distribuição da categoria de erros E-3 nos instrumentos diagnósticos, assim como sua ligação com os tipos de estratégia elencados em nosso trabalho.

Tabela 5.5 Distribuição da categoria E-2 nos instrumentos diagnósticos e nos tipos de estratégias

Categoria de erros \ Tipos de estratégias		Te-1 (aditiva)	Te-2 (ternária)	Te-3 (regra de três)	Te-4 (escalar)	Te-5 (funcional)	Te-6 (desconhecida)
E-2 (Mistura entre estrutura aditiva e multiplicativa)	Pré	0	0	14	0	0	0
	Pós	0	0	17	1	0	0

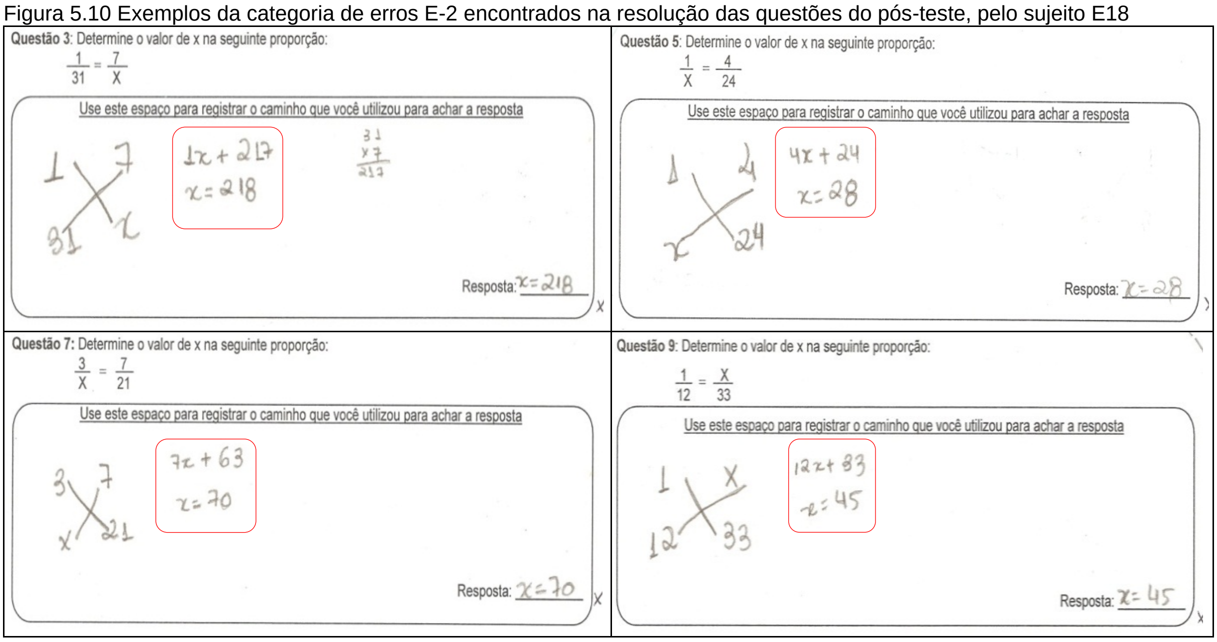
De acordo com os dados apresentados na Tabela 5.5, a ocorrência dos erros relacionados à mistura entre estruturas está, em sua maioria, ligada à utilização do tipo de estratégia Te-3 (regra de três). Ainda, da quantidade de questões com erro da categoria E-2 (mistura: estrutura aditiva com estrutura multiplicativa), 93,7% aconteceram nas questões em que o contexto abordado foi o matemático. De fato, esse contexto foi o que apontamos como o representante da matemática formal praticada na escola, sendo a estratégia Te-3, o exemplo mais clássico desse formalismo, no que tange ao ensino de Proporção Simples. É por meio da utilização de tal algoritmo que a maioria dos professores costuma iniciar o processo de aprendizagem desses conceitos na Educação Básica. Assim, não se prioriza noções de proporcionalidade, mas sim a mecanização de um processo e como tal, não se reflete sobre o significado do resultado obtido.

Diante do exposto, podemos supor que os estudantes terminam por decorar todo o processo de resolução, por meio da regra de três, sem que haja uma preocupação sobre o que está por trás de tal processo e, muito menos, sem entender o que o resultado extraído desse mecanismo significa. Novamente, como já discutimos na página 41, o uso desse algoritmo vem desprovido de significado, justificando a atitude do estudante de tentar resolver a questão, proposta na Figura

5.9, usando a regra de três por meio da adição, numa clara demonstração do não entendimento de tal regra.

Em nosso estudo, verificamos que alguns dos estudantes que cometeram o erro E-2 numa questão do contexto matemático, acabaram cometendo o mesmo erro nas questões seguintes, sem ao menos tentar interpretar a proporcionalidade existente entre as quantidades. Podemos evidenciar isso no protocolo do sujeito E18, em que ele comete o erro E-2 em quatro questões, como mostra a Figura 5.10 a seguir:

Figura 5.10 Exemplos da categoria de erros E-2 encontrados na resolução das questões do pós-teste, pelo sujeito E18



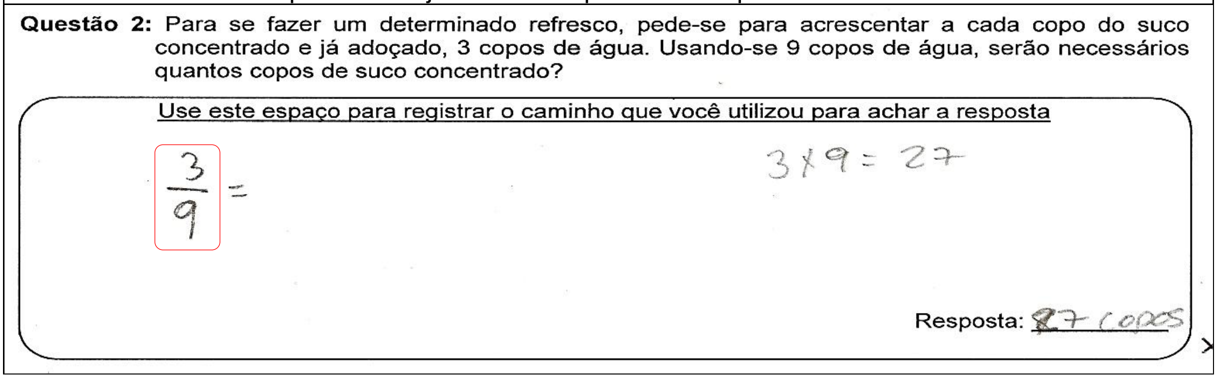
Nessas questões, partindo da igualdade entre duas razões, o estudante utiliza a estratégia T-3 (regra de três), demonstrando claramente a intenção de multiplicar os meios e os extremos. Entretanto, quando o correto seria proceder com a igualdade entre os resultados dessas multiplicações, o estudante passa a somá-las, acarretando no insucesso da questão. Como podemos ver, esse insucesso se torna comum, pois se trata de um processo mecânico, cujo erro E-2 irá acontecer em todas as questões do contexto matemático que se seguem, ou seja, esse estudante não tenta compreender a questão, ele apenas usa a regra de três.

- **E-3:** Erro na organização, ou não separação, das quantidades.

O erro da categoria E-3 consiste no embaralhamento das quantidades, por parte do estudante. Nesse caso, mesmo que ele seja capaz de realizar corretamente as operações de multiplicação e divisão, ele o fará tomando as quantidades erradas. Em outras palavras, o estudante que comete esse tipo de erro não reconhece as proporcionalidades que o problema estabelece entre as quantidades. O exemplo, mostrado na Figura 5.11, a seguir, ilustra esse tipo de erro:

Figura 5.11 Exemplo da categoria de erros E-3 (Erro na organização, ou não separação, das quantidades)

Protocolo extraído da reposta do sujeito E16 na questão 2 do pós-teste



Questão 2: Para se fazer um determinado refresco, pede-se para acrescentar a cada copo do suco concentrado e já adoçado, 3 copos de água. Usando-se 9 copos de água, serão necessários quantos copos de suco concentrado?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

$\frac{3}{9} =$

$3 \times 9 = 27$

Resposta: 27 copos

Nessa questão, é informado no enunciado que a razão é de um copo de suco concentrado para cada três copos de água. O estudante utiliza a estratégia Te-2 (relação funcional) na tentativa de acerto, porém ele multiplica duas quantidades de mesmo tipo (3 copos de água X 9 copos de água = 27 ?), sendo que o correto seria dividir essas quantidades.

A seguir, apresentamos na Tabela 5.6, a distribuição da categoria de erros E-3 nos instrumentos diagnósticos, com atenção a sua ocorrência nos diferentes tipos de estratégias.

Tabela 5.6 Distribuição da categoria E-3 nos instrumentos diagnósticos e nos tipos de estratégias

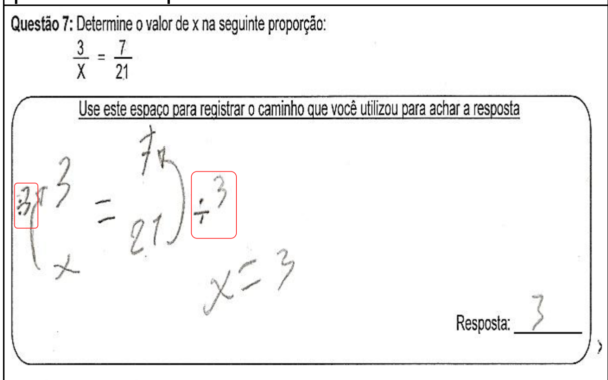
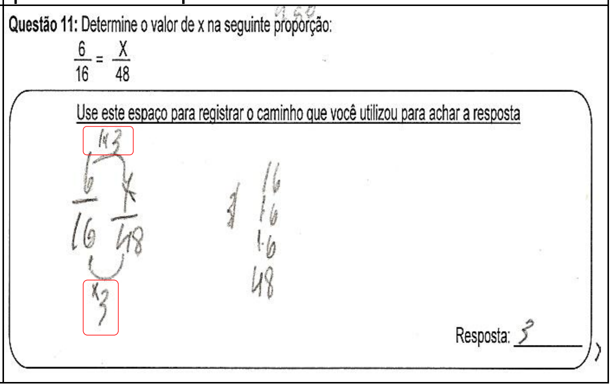
Tipos de estratégias / Categoria de erros		Te-1 (aditiva)	Te-2 (ternária)	Te-3 (regra de três)	Te-4 (escalar)	Te-5 (funcional)	Te-6 (desconhecida)
E-3 (Erro na organização, ou não separação, das quantidades)	Pré	1	8	2	0	0	0
	Pós	0	7	7	3	1	0

De acordo com os dados apresentados na Tabela 5.6, a categoria de erro E-3 (erro na organização, ou não separação, das quantidades) tem maior incidência na utilização da estratégia Te-2 (relação ternária), com 15 questões, seguida pela incidência no uso da estratégia Te-3 (regra de três), com 9 questões. Ainda, 96,5% do total de erros cometidos nessa categoria, aconteceram nas questões formuladas no contexto extramatemático. De fato, nas questões com o contexto matemático as quantidades já eram apresentadas na forma de igualdade entre duas razões, enquanto que nas questões com contexto extramatemático, os estudantes tinham que retirar essas mesmas informações dos enunciados das questões. Portanto, entendemos que nesse segundo tipo de contexto, a exigência cognitiva seja maior, tendo por base a necessidade da noção de proporcionalidade para separar as quantidades duas a duas, na tentativa de sucesso na resolução das questões.

- **E-4:** Erro na noção de escalar e **E-5:** Erro na noção de funcional

Resolvemos tratar os erros E-4 e E-5 juntos, porque cada um só pode acontecer quando as estratégias Te-4 e Te-5 (relação escalar e relação funcional, respectivamente) forem adotadas. Assim, o E-4 acontece quando o estudante escolhe utilizar a estratégia escalar, mas o faz de maneira errada. Analogamente, o E-5 ocorreu quando o estudante, ao optar pela estratégia funcional, a faz erroneamente. Para melhor esclarecer esses dois tipos de erros, apresentamos dois exemplos retirados das respostas dos estudantes na Figura 5.12, a seguir.

Figura 5.12 Exemplos das categorias de erros E-4 (Noção de escalar) e E-5 (Noção de funcional)

<table>
<tr><td>Protocolo 1 extraído da resposta do sujeito E02 na questão 7 do pós-teste</td><td>Protocolo 2 extraído da resposta do sujeito E07 na questão 11 do pós-teste</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

No protocolo 1, o estudante escolhe como estratégia a Te-4 (relação escalar), chegando a descobrir o operador escalar entre duas quantidades do mesmo tipo (21 / 7 = 3), mas ele não soube utilizar esse mesmo operador nas outras duas quantidades. No protocolo 2, a estratégia escolhida foi a Te-5 (relação funcional), mas o estudante, mesmo descobrindo o valor do operador funcional entre duas quantidades diferentes (48 / 16 = 3), também não consegue utilizar esse valor para descobrir o resultado da questão. Nas duas questões, o que nos parece é que os estudantes usaram como resultado das questões os valores dos operadores (escalar e funcional).

A Tabela 5.7, a seguir, mostra a distribuição desses erros na resolução das questões do pós-teste e suas ocorrências nas estratégias Te-4 e Te-5.

Tabela 5.7 Distribuição das categorias E-4 e E-5 no pós-teste e nas estratégias Te-4 e Te-5

Categorias de erros \ Tipos de estratégias		Te-1 (aditiva)	Te-2 (funcional)	Te-3 (regra de três)	Te-4 (escalar)	Te-5 (funcional)	Te-6 (desconhecida)
E-4 (noção de escalar)	Pós	0	0	0	10	0	0
E-5 (noção de funcional)		0	0	0	0	9	0

Como podemos ver, apenas os dados do pós-teste são apresentados na Tabela 5.7, pois como as estratégias Te-4 (relação escalar) e Te-5 (relação funcional) estiveram ausentes no pré-teste, impossível seria o aparecimento de tais tipos de erros. Notamos também que, quase não há diferença entre a incidência dos erros E-5 e E-6.

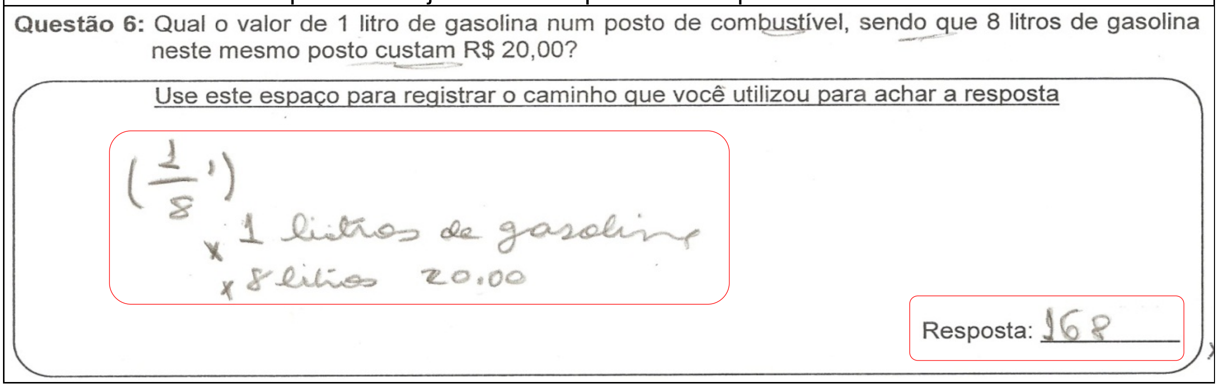
Na seção anterior, informamos que o tipo de estratégia Te-4 foi usada 47 vezes pelos estudantes, sendo que em 28 delas, essa estratégia foi usada erroneamente. Desses 28 erros, apenas 10 foram relativos aos erros E-4 (noção de escalar), sendo que as outras 18 respostas erradas se relacionavam aos outros tipos de erros. Já com relação à estratégia Te-5, notamos que essa foi usada 37 vezes pelos estudantes, sendo que em 17 delas, também erroneamente. Desses 17 erros, nove foram relativos ao erro E-5. Assim é que, comparativamente, a noção funcional teve uma compreensão menor do que a noção de escalar. De fato, o uso da estratégia Te-4 representa um nível de dificuldade maior para o estudante, já que depende da descoberta da função que permite passar de um tipo de quantidade a outro tipo, numa mesma proporção.

- **E-6:** Erro incompreensível

A categoria de erro E-6 representa, em nosso trabalho, erros cometidos pelos estudantes que não se classificam nas outras cinco categorias. Como exemplo, apresentamos na Figura 5.13, a seguir, o protocolo de um estudante.

Figura 5.13 Exemplo da categoria de erros E-6 (Erro incompreensível)

Protocolo extraído da reposta do sujeito E12 na questão 6 do pós-teste


Questão 6: Qual o valor de 1 litro de gasolina num posto de combustível, sendo que 8 litros de gasolina neste mesmo posto custam R$ 20,00?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

$(\frac{1}{8})$

x 1 litros de gasolina

x 8 litros 20,00

Resposta: 168

Como podemos notar na Figura 5.13, a estratégia utilizada pelo estudante é desconhecida (Te-6), e o resultado encontrado é incorreto para essa questão. Tal erro não se encaixa em nenhuma das categorias anteriores, o que o torna um erro incompreensível (E-6). A distribuição dessa categoria de erros nos instrumentos diagnósticos e sua ligação com os tipos de estratégias são mostrados, a seguir, na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 Distribuição da categoria E-6 nos instrumentos diagnósticos e nos tipos de estratégias

Categoria de erros \ Tipos de estratégias		Te-1 (aditiva)	Te-2 (ternária)	Te-3 (regra de três)	Te-4 (escalar)	Te-5 (funcional)	Te-6 (desconhecida)
E-6 (erro incompreensível)	Pré	0	2	0	0	0	58
	Pós	0	2	0	3	0	22

De acordo com os dados da Tabela 5.8, os estudantes cometeram, na sua maioria, o erro E-6 associado à utilização da estratégia Te-6 (desconhecida), ou seja, as estratégias desconhecidas levaram os estudantes também a erros incompreensíveis. De fato, como já discutimos na seção anterior deste capítulo, a estratégia Te-6 levou os estudantes, em sua maioria, ao insucesso na resolução das questões, justificando o alto número dos erros da categoria E-6 no pré-teste. Todavia, existe no pós-teste uma diminuição na quantidade desses erros, o que torna razoável supor que os estudantes se apropriaram de novas estratégias, assim como desenvolveram aquelas já conhecidas, passando a utilizá-las com mais segurança. Tais estratégias levaram os estudantes tanto ao sucesso, quanto ao insucesso, na resolução das questões do pós-teste.

Por fim, após procedermos com a análise qualitativa de nossa pesquisa, passaremos, na próxima seção, a realizar a síntese dessa análise.

5.2.3 Síntese da análise qualitativa

Na análise qualitativa de nossa pesquisa focamos a interpretação das respostas dos estudantes pertencentes ao GE no que se refere às questões dos pré e pós-testes. Dessa forma, encontramos três tipos de respostas na ação desses estudantes: as respostas em branco (RB), as respostas corretas (RC) e as respostas incorretas (RI).

Verificamos que a quantidade de RI foi bastante superior à quantidade de RC no pré-teste. Tal superioridade persistiu também no pós-teste, mas tivemos um grande aumento na quantidade de RC, fazendo com que a diferença diminuísse substancialmente. Concomitantemente, o número de RB, que foi bastante alto no pré-teste, chegando a ser mais que o dobro da quantidade de RC, diminuiu consideravelmente no pós-teste. Portanto, considerando, comparativamente, as quantidades de RC, de RB e de RI nos pré e pós-testes, podemos inferir que essa diminuição de RB esteve ligada, principalmente, ao aumento de RC. Isso nos leva a defender a posição de que o alto índice de RB, somado ao baixo índice de RC, no pré-teste, esteve relacionado tanto ao pouco comprometimento dos estudantes para com nosso estudo, bem como com a incapacidade deles em resolver as questões propostas. No entanto, após passarem pela intervenção de ensino, esse comprometimento se estabeleceu, juntamente com o aumento na capacidade dos estudantes para resolver as questões propostas.

Nessa perspectiva, os estudantes utilizaram diferentes estratégias de resolução que nem sempre os levaram ao sucesso. Conseguimos elencar seis tipos de estratégias: estrutura aditiva (Te-1), relação ternária (Te-2), regra de três (Te-3), relação escalar (Te-4), relação funcional (Te-5) e estratégia desconhecida (Te-6).

Nossos resultados apontaram que duas novas estratégias foram apropriadas pelos estudantes, a Te-4 e a Te-5. Elas apresentaram um número maior de utilizações, assim como uma quantidade maior de sucesso nas resoluções, na comparação com as estratégias Te-1, Te-2 e Te-6. Ainda, no uso de Te-4, a quantidade de erros foi maior que a quantidade de acertos, enquanto que a Te-5 levou os estudantes a um número maior de acertos. Tal situação sugere que a relação funcional pode ser uma estratégia com maior significado para os estudantes no ensino de proporcionalidade.

Três estratégias tiveram seu uso diminuído no pós-teste, as Te-1, Te-2 e Te-6. No caso das duas primeiras, Te-1 e Te-2, tal situação representou um avanço, pois essas duas estratégias representam algoritmos simples e não indicados para a resolução de questões envolvendo proporcionalidade (Te-1 faz parte do campo conceitual aditivo e a Te-2 constitui o campo conceitual multiplicativo, mas sua utilização é desprovida de significados). No caso de Te-6, que representou a tentativa de resolução por meio de estratégias não convencionais, era esperado o alto índice de insucessos associados à sua utilização. Entretanto, no pós-teste houve uma grande diminuição na quantidade de respostas incorretas (de 58 para 22 questões), seguido do aumento da quantidade de acertos (de 5 para 7 questões), demonstrando crescimento dos estudantes durante a intervenção de ensino.

Chamou nossa atenção a inversão que ocorre no uso das estratégias Te-2 e Te-3. Podemos ver que no pré-teste, os resultados mostraram que o número de erros, associados ao uso de cada estratégia, foi superior à quantidade de acertos. Diferentemente, no pós-teste, Te-2 e Te-3 levaram os estudantes a uma maior quantidade de acertos do que de erros. Ainda, no caso da Te-2, chama-nos a atenção uma diminuição considerável na quantidade de erros no pós-teste (de 31 questões para 14 questões), justificando que, além de ter sua quantidade diminuída após a realização da intervenção de ensino, passou a ser utilizada também com maior competência pelos estudantes.

Com relação à estratégia Te-3, o fato de ela ter sido a mais utilizada não nos causou surpresa, haja vista sua forte ligação com a abordagem do conceito de Proporção Simples em toda a Educação Básica. Entretanto, após a realização da intervenção de ensino, o uso da Te-3 teve uma aumento considerável na quantidade de acertos (de 15 questões para 40 questões), sugerindo que os estudantes aprimoraram seus conhecimentos acerca do uso da regra de três, passando a operar com maestria tal algoritmo.

Dessa forma, nosso próximo passo foi investigar os erros cometidos pelos estudantes no uso dessas estratégias e encontramos seis categorias de erros: erro no algoritmo da multiplicação ou da divisão (E-1); erro na mistura entre estrutura aditiva e multiplicativa (E-2); erro na organização, ou não separação, das quantidades (E-3); erro na noção de escalar (E-4); erro na noção de funcional (E-5) e erro incompreensível (E-6).

Os resultados apontaram uma quantidade considerável de erros E-1 nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes). Diante do exposto, inferimos que a apreensão e o aprimoramento de estratégias não diminuiu a dificuldade dos estudantes em operar com a multiplicação e a divisão. Realmente, tal situação demonstra que nossos estudantes não tiveram competência para operar com tais algoritmos, influenciando o aumento das respostas incorretas, indiferentemente ao tipo de estratégia utilizada.

Com relação aos erros das categorias E-4 e E-5, eles só acontecem no pós-teste, por estarem ligados ao uso das estratégias Te-4 (relação escalar) e Te-5 (relação funcional), respectivamente. Mesmo assim, eles foram os erros com menor índice de ocorrência após a intervenção de ensino realizada, demonstrando que os estudantes se apropriaram dessas duas novas estratégias.

Já os erros E-2 e E-3 estiveram relacionados aos contextos matemático e extramatemático, respectivamente. De fato, o erro E-2 aconteceu, em grande maioria, na utilização da estratégia Te-3 (regra de três) em questões com a igualdade entre duas razões explícita, sugerindo que o algoritmo da regra de três, que é desprovido de significado, continuou enraizado na estrutura cognitiva do estudante. Ainda, com a não ruptura com o campo aditivo, os estudantes veem a multiplicação como adição repetida de parcelas, acarretando na soma das quantidades da regra de três ao invés da multiplicação e/ou divisão. Uma vantagem que ressaltamos é que esse erro foi cometido sempre pelo mesmo estudante em várias respostas, justificado pela mecanização do algoritmo da regra de três.

Todavia, o E-3 aconteceu nas questões em que a igualdade entre duas razões não estava explícita, levando-nos a inferir que a exigência cognitiva nesse tipo de questão é maior em razão da necessidade de reconhecimento da proporção entre as quantidades.

Por fim, os erros da categoria E-6 foram cometidos, na maioria das vezes, quando os estudantes utilizaram a estratégia Te-6 (desconhecida). Os resultados revelaram uma diminuição considerável nesse erro no pós-teste, demonstrando um maior conhecimento dos estudantes acerca das estratégias de resolução e do conceito de Proporção Simples.

De posse dos resultados das análises realizadas com os dados coletados em nossa pesquisa, procederemos no próximo capítulo com a conclusão de nosso trabalho.

CAPÍTULO VI
CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo investigar as potencialidades de uma sequência de ensino, elaborada com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples. Tal estudo foi realizado com duas turmas de estudantes da EJA, matriculados numa escola da rede pública estadual de São Paulo.

Essas duas turmas constituíram os dois grupos de sujeitos pesquisados. Uma delas formou o grupo de controle (GC), com a função de servir de comparativo, frente ao desempenho da segunda turma, que é a do grupo experimental (GE). Este grupo passou por uma intervenção de ensino diferenciada, a qual utilizou como principal base teórica os Campos Conceituais (VERGNAUD, 1988, 1994, 1996, 1998, 2009). Cabe salientar que os dois grupos tiveram contato com o conteúdo de Proporção Simples, o GC por meio de aulas convencionais e o GE por meio da intervenção de ensino.

Nosso trabalho foi construído pautado no objetivo proposto e, tendo em mente a necessidade de obter informações suficientes para responder à seguinte questão de pesquisa:

> **QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO, ELABORADA COM BASE NOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES DA EJA E À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, PARA A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO SIMPLES?**

Nessa direção, iniciamos nossa trajetória pela Introdução do estudo, a qual serviu para apresentar nossa motivação, a problemática e a justificativa de se realizar tal intervenção para, em seguida, colocarmos explicitamente nosso objetivo e questão de pesquisa.

No capítulo 1 (Educação de Jovens e Adultos – EJA), tentamos aproximar o leitor da modalidade de ensino investigada em nosso trabalho, a EJA. Decidimos, então, realizar uma breve descrição da trajetória histórica da EJA no Brasil, assim como o desenvolvimento da proposta do Estado de São Paulo para o ensino nessa modalidade, com atenção aos documentos oficiais. Por fim, nesse capítulo também apresentamos as contribuições do educador Paulo Freire para o processo de aprendizagem nas classes da EJA.

Nosso capítulo 2 (O conceito de Proporção Simples) realiza uma síntese histórica do surgimento e evolução desse conceito, objeto matemático de nossa pesquisa. Ainda, nesse mesmo capítulo, fizemos uma breve apresentação de como esse conceito é tratado nos documentos oficiais e, em seguida, mostramos qual a visão de alguns teóricos acerca da abordagem da proporcionalidade na Educação Básica. Finalizamos esse capítulo com a nossa proposta para o ensino de Proporção Simples.

O capítulo 3 (Contribuições da Psicologia Cognitiva) trata do suporte teórico que, após várias leituras, utilizamos em nossa pesquisa, a Teoria dos Campos Conceituais. Apresentamos e discutimos, sucintamente, a teoria elaborada por Vergnaud, com atenção especial ao Campo Conceitual Multiplicativo, uma vez que, dentre os conceitos matemáticos que o constituem, está o conceito de Proporção Simples. Com o intuito de aprofundar os conhecimentos acerca de tal teoria, trazemos para esse capítulo uma revisão bibliográfica de estudos correlatos ao nosso, no que tange ao suporte teórico utilizado.

A nossa opção teórico-metodológica, assim como o desenho de nosso experimento, é o que passamos a tratar no capítulo 4 (Metodologia). Nossa pesquisa se enquadra num estudo intervencionista, de caráter quase-experimental. Sendo assim, decidimos elaborar nosso experimento em três partes: a primeira consistiu num teste diagnóstico inicial (pré-teste, realizado pelos GC e GE), a segunda contemplou a realização da intervenção de ensino diferenciada (apenas GE), e a terceira foi a aplicação de um teste final (pós-teste, realizado pelos GC e GE). Ainda, nesse capítulo apresentamos e descrevemos a intervenção de ensino proposta, assim como os instrumentos diagnósticos que possibilitaram coletar os dados de nossa pesquisa.

De posse dos dados coletados, na realização de nosso experimento com os estudantes, procedemos com a análise desses resultados no capítulo 5 (Análise dos resultados). Essa análise foi realizada em duas etapas: na primeira etapa, focamos os aspectos quantitativos, realizando, num primeiro momento, a comparação entre os grupos experimental e controle, no pré-teste e no pós-teste. Num segundo momento, tratamos apenas do desempenho dos estudantes do grupo experimental (GE), comparando seus resultados no pré-teste e no pós-teste, de acordo com as nossas diferentes variáveis de pesquisa. Na segunda etapa de nossa análise, focamos os aspectos qualitativos de nossos resultados, interpretando as respostas dadas pelos sujeitos participantes do GE. Tal qual aconteceu na etapa quantitativa, também dividimos esta etapa qualitativa em dois momentos: no primeiro, discutimos as estratégias utilizadas pelos estudantes do GE para, num segundo momento, investigarmos os erros cometidos por eles. Estas análises, a quantitativa e a qualitativa, é que determinaram os resultados de nosso estudo, os quais serão apresentados, sucintamente abaixo, em forma de tópicos:

<u>Considerando os grupos GC e GE</u>

- os grupos GC e GE, que partiram de patamares similares no pré-teste, se distanciaram no pós-teste, com o GE atingindo um percentual de acertos significativamente maior que o GC;

<u>Considerando apenas o grupo GE</u>

- houve crescimento estatisticamente significativo no desempenho dos estudantes, quando comparados os seus percentuais de acertos nos instrumentos diagnósticos, a favor do pós-teste;

- o conhecimento prévio dos estudantes passou a ser integrado com o conhecimento formal oferecido nas escolas para o enfrentamento de situações-problema acerca da proporção simples;

- considerando todas as nossas variáveis da pesquisa (contexto, classes de situações e posições da incógnita X), notou-se que o desempenho dos estudantes passou a ser mais homogêneo no pós-teste;

- houve aumento no comprometimento e na capacidade de resolução em todas as situações propostas, por parte dos estudantes, após a realização da intervenção de ensino;

- a passagem pela intervenção de ensino propiciou, aos estudantes, a apropriação de novas estratégias de resolução, assim como o aprimoramento daquelas já conhecidas;

- os estudantes passaram a reconhecer as relações escalar e funcional como fortes aliadas na resolução de problemas envolvendo a proporcionalidade;

- houve, no pós-teste, uma diminuição na utilização de estratégias de resolução menos efetivas e aumento na utilização daquelas mais eficazes;

- os estudantes apresentaram maior reflexão na escolha da estratégia mais adequada para a resolução de cada situação;

- apesar de nosso esforço, os estudantes continuaram a apresentar dificuldades em operar com os algoritmos de multiplicação e divisão.

A partir desses resultados, sentimo-nos aptos a responder nossa questão de pesquisa, o que acontecerá na próxima seção.

6.1 Resposta à Questão de Pesquisa

O presente estudo propôs responder a seguinte questão de pesquisa:

> **QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO, ELABORADA COM BASE NOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES DA EJA E À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, PARA A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO SIMPLES?**

Essa questão principal foi desmembrada em outras duas questões específicas. As respostas a essas duas questões fornecerão subsídios que possibilitarão obter uma resposta consistente à questão principal. Assim sendo, apresentaremos, a seguir, as duas questões específicas, seguidas de suas respectivas respostas, para só então retornarmos à questão mais ampla de nosso estudo.

QUAIS ESTRATÉGIAS FORAM IDENTIFICADAS, NA AÇÃO DOS ESTUDANTES, NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROPORCIONALIDADE?

Nossos resultados apontaram a utilização de seis estratégias diferentes, a saber: relação aditiva, relação funcional, regra de três, relação escalar, relação funcional e estratégia desconhecida.

As relações aditivas e ternárias, assim como as estratégias desconhecidas, passaram a ser bem menos utilizadas no pós-teste. As três são consideradas estratégias menos convencionais para a resolução de questões envolvendo proporcionalidade. Ainda, no caso dessas relações, suas utilizações indicam a visão limitada de que a multiplicação será sempre a adição repetida de parcelas iguais, mostrando a necessidade da ruptura entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo.

As relações escalar e funcional só foram utilizadas no pós-teste, o que demonstrou a falta de conhecimento dos estudantes acerca dessas estratégias antes da realização da intervenção de ensino. Mesmo com o pouco tempo de contato com tais estratégias, as duas foram bastante usadas na resolução das questões, o que nos faz supor que os estudantes compreenderam-nas e reconheceram-nas como eficazes.

Juntando os instrumentos pré e pós-testes, a regra de três foi a estratégia mais usada. Entretanto, no pós-teste os estudantes foram mais competentes na sua utilização, atingindo uma quantidade maior de acertos do que de erros. Tal situação demonstra um aprimoramento na utilização de tal estratégia.

A segunda questão, que nos ajudará a responder a questão principal é:

QUAIS ERROS FORAM ENCONTRADOS NA RESOLUÇÃO DESSAS QUESTÕES?

Na resolução das questões foram encontrados seis erros diferentes: erro no algoritmo da multiplicação ou da divisão; erro na mistura entre estruturas aditiva e multiplicativa; erro na organização, ou não separação, das quantidades; erro na noção de escalar; erro na noção de funcional; e erro incompreensível.

O erro no algoritmo da multiplicação ou da divisão foi o mais cometido pelos estudantes. Chama-nos a atenção o fato de que as turmas pesquisadas eram de séries terminais do Ensino Médio, ou seja, estudantes que deveriam ter domínio sobre o uso desses algoritmos desde o final do Ensino Fundamental I.

Com relação ao erro na mistura entre estruturas, este aconteceu, em maior quantidade, na utilização da regra de três nas questões de contexto matemático. Nessas questões, os estudantes somavam as quantidades ao invés de multiplicar e/ou dividir. Em outras palavras, alguns estudantes ainda operavam situações multiplicativas como se fossem do campo conceitual aditivo.

Já no erro referente à organização das quantidades, os estudantes o cometiam quando não reconheciam as razões fornecidas no enunciado das questões de contexto extramatemático. Tal situação reflete uma exigência cognitiva maior, acerca da proporcionalidade, na resolução dessas questões.

O erro incompreensível, que esteve atrelado ao uso da estratégia desconhecida, teve uma diminuição bastante significativa no pós-teste, sugerindo que os estudantes desenvolveram seus conhecimentos acerca das estratégias de resolução e do conceito de Proporção Simples.

Por fim, os erros acerca das noções de escalar e de funcional estiveram relacionados aos usos dessas estratégias, respectivamente. Dessa forma, só ocorreram no pós-teste e, ainda, numa quantidade inferior aos outros erros. Tal constatação deve-se ao fato de os estudantes compreenderem o processo que envolve o uso dessas estratégias.

Nesse momento, tendo respondido as duas questões específicas, procederemos com a resposta à questão principal de nosso estudo:

QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO, ELABORADA COM BASE NOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES DA EJA E À LUZ DA

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, PARA A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO SIMPLES?

Por meio dos resultados mostrados em nossa análise, e das respostas dadas às nossas questões específicas, sentimo-nos confiantes para afirmar que nossa intervenção de ensino diferenciada, que foi elaborada com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, trouxe contribuições efetivas para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples. Entre elas, podemos citar:

- ✓ O uso de situações do cotidiano, do estudante, despertou o interesse deste em aprender novas estratégias para resolvê-las, já que tais situações foram integradas às situações-problema escolares;
- ✓ a utilização de diferentes conjuntos de situações-problema para o ensino do conceito de Proporção Simples foi outro fator que contribuiu para a ampliação do campo conceitual multiplicativo;
- ✓ os espaços reservados ao longo de todos os encontros para a troca de experiências, com e entre os estudantes, permitiu a estes explicitarem seus conhecimentos e convicções, para então se apropriar de novas e consistentes estratégias de resolução;
- ✓ o ensino de Proporção Simples pautado no reconhecimento das relações entre as quantidades, ao invés da simples aplicação de fórmulas ou definições, juntando aspectos práticos e teóricos desse conceito, estabeleceu uma aprendizagem por meio da compreensão desse conceito;
- ✓ o aprimoramento de estratégias de resolução, assim como o desenvolvimento de novas estratégias, resultando na apropriação dos significados do conceito abordado, aumentou a capacidade de resolução das questões propostas e, por conseguinte, o comprometimento dos estudantes.

Os resultados apresentados, em nosso trabalho, levam-nos a refletir sobre o nosso papel na formação destes estudantes da EJA. Diferentemente dos estudantes de séries regulares, em que se deve priorizar o desenvolvimento cultural e social destes com vistas ao mercado de trabalho, nas salas de EJA lidamos com cidadãos já formados, constituídos de direitos e responsabilidades perante a sociedade, e normalmente já têm profissão e procuram a escola para progredir nessa profissão. Portanto, consideramos papel fundamental do professor conhecer métodos eficazes para aproximar a Matemática formal das escolas, daquela utilizada por estes estudantes da EJA, de maneira informal, no seu dia-a-dia. Entendemos que a Teoria dos Campos Conceituais atende essa proposta, pois parte da premissa de que o conhecimento emerge da resolução de variadas situações-problema.

Entretanto, nosso estudo também apresentou limitações. A primeira delas está relacionada ao uso dos algoritmos de multiplicação e de divisão. Não esperávamos que estudantes, matriculados na 3ª série do Ensino Médio, tivessem tamanha deficiência no uso de tais algoritmos. Essa situação foi inicialmente camuflada por causa dos erros envolvendo as relações aditivas e as estratégias desconhecidas no pré-teste. Porém, com a queda desses erros no pós-teste, foi possível diagnosticar a dificuldade que alguns estudantes apresentavam para realizar as operações de multiplicação e, principalmente, divisão.

De acordo com nossa proposta de desenvolver a aprendizagem do conceito de Proporção Simples por meio de campos conceituais, entendemos agora que deveríamos ter incluído em nosso instrumento inicial mais questões que possibilitassem diagnosticar tais dificuldades e, a partir do resultado, disponibilizar um ou mais encontros para trabalhar esses algoritmos com os estudantes. Entendemos que, tanto o conceito de Proporção Simples, quanto os algoritmos que são necessários para a resolução de situações-problema envolvendo esse conceito, fazem parte do campo conceitual multiplicativo, e a ausência da compreensão desse conceito ou de alguns dos dois algoritmos prejudica o desenvolvimento dentro desse campo conceitual.

Outra limitação, que podemos traduzir como uma das dificuldades encontradas na realização de nosso estudo, foi a assiduidade dos estudantes da EJA durante a realização da pesquisa. Como já vimos no capítulo 4, 65 estudantes participaram do início de nosso estudo, mas em razão da falta em alguma das etapas de nossa pesquisa (instrumentos diagnósticos, aulas convencionais, intervenção de ensino), essa quantidade caiu para 40 estudantes. Essa queda chama-nos a atenção, já que em todos os momentos foi ressaltada a importância da presença dos estudantes para um melhor aproveitamento do estudo. Esse problema é característico dessa modalidade de ensino, pois normalmente são estudantes que já trabalham e têm família constituída, sendo justificáveis e compreensíveis as faltas por motivos familiares, profissionais e até devido ao cansaço.

Essas limitações e dificuldades são aquelas encontradas em nossa reflexão acerca do trabalho realizado. Dessa forma, assumimos nosso papel de pesquisador e temos a convicção de que um trabalho dessa espécie sempre estará inacabado. Portanto, na próxima seção, apresentaremos nossas reflexões para futuras pesquisas.

6.2 Sugestões para futuras pesquisas

Acreditamos que o presente estudo poderá trazer importantes contribuições para o ensino de Matemática nas salas de EJA, assim como para o ensino de proporcionalidade em todos os anos escolares.

No que diz respeito à EJA, nossos resultados apontaram uma deficiência latente dos estudantes pesquisados com o uso dos algoritmos de multiplicação e de divisão. O ensino desses algoritmos não era nosso foco de pesquisa, no entanto sugerimos que essa situação seja discutida em outros trabalhos.

Nessa perspectiva, uma pesquisa interessante seria investigar as operações de multiplicação e de divisão, e suas variações, realizadas pelos estudantes na resolução de problemas. Seria um estudo diagnóstico e descritivo, com base na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009). Esses problemas seriam divididos em diferentes classes de situações, com graus de dificuldades distintos.

Ainda, com relação à EJA, seria importante saber se a dificuldade na utilização dos algoritmos de multiplicação e de divisão também existe nas salas do ensino regular. Dessa forma, um trabalho relevante poderia ser a comparação entre os desempenhos dos estudantes da EJA e do ensino regular, matriculados em séries equivalentes, numa pesquisa diagnóstica e descritiva realizada por meio da resolução de problemas. Será que a dificuldade com os algoritmos só existe para os estudantes da EJA?. As estratégias de resolução, usadas pelos estudantes do ensino regular, são as mesmas usadas pelos estudantes da EJA?

Outra sugestão importante, só que agora envolvendo o ensino de proporcionalidade, seria a adequação da nossa intervenção de ensino para a realização desta com estudantes de anos regulares, com a realização de um trabalho intervencionista. Assim sendo, um grande desafio seria elaborar classes de situações que se aproximassem da realidade desses estudantes, que são mais jovens e possuem características diferentes daqueles matriculados na EJA.

Nossa quarta sugestão também é uma pesquisa intervencionista, acerca da proporcionalidade, envolvendo os estudantes da EJA. Diferentemente de nosso estudo, essa pesquisa abordaria tanto a proporcionalidade direta quanto à proporcionalidade inversa, mas continuaria tendo como base a teoria vergnaudiana com algumas adaptações, para a elaboração das situações-problema.

Por fim, nossa última sugestão seria uma continuidade de nosso trabalho, mas com a formação de quatro grupos, sendo dois da 3ª série do Ensino Médio Regular (A e B) e dois da 3ª série do Ensino médio da EJA (C e D). Os grupos A e C seriam o controle do experimento, tendo contato com a proporcionalidade por meio de aulas convencionais. Já os grupos B e D seriam os grupos experimentais, que passariam pela intervenção. A comparação entre os grupos forneceria argumentos que justificariam, ou não, um trabalho diferenciado com essas turmas.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo S. de S. Razões, proporções e regra de três*. Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, n.8, p.1-8, 1986.

BARBOSA, Gabriela dos S. *O teorema fundamental da aritmética: jogos e problemas com alunos do sexto ano do ensino fundamental*. Tese de Doutorado apresentada à Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

BERLINGHOFF, William P; GOUVÊA, Fernando Q. *A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*; tradução Elza Gomide, Helena Castro. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

BONANNO, Aparecida de L. *Um estudo sobre o cálculo operatório no campo multiplicativo com alunos de 5ª série do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado apresentada à Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

BRASIL, *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. Diário Oficial da União. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. Acesso em fevereiro de 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. *Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias/Secretaria da Educação básica*. Brasília: MEC, 2006.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de H. *Miniaurélio Século XXI Escolar: O minidicionário da língua portuguesa*. 4 ed. ver. Ampliada. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FLORIANI, Edson F. *Resolução de problemas de proporcionalidade: um estudo com alunos do ensino fundamental e médio*. Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, 2004.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais. In: MACHADO, Sílvia Dias A. (org). *Educação Matemática: uma (nova) introdução.* 3 ed. São Paulo: EDUC, 2008.

FREIRE, Paulo*. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa,* São Paulo: Paz e Terra, 2002.

______. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GONÇALVES, Maria José S. V. *Raciocínio proporcional: estratégias mobilizadas por alunos a partir de uma abordagem envolvendo a oralidade.* Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS, 2008.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Livro didático, Porcentagem, Proporcionalidade: uma Crítica da Crítica*. Revista Bolema, Rio Claro, SP, ano 18, nº 24, 2005, pp. 1 a 30.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Resumo Técnico – Censo Escolar 2010 (Versão preliminar)*. Disponível em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=7277&Itemid=. Acesso em maio de 2011.

LEITE, Ana Paula. *Estimativa de Medidas de Tendência Central: uma intervenção de ensino.* Dissertação de mestrado apresentada à Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, SP, 2010.

LIMA, Elon L. Que são grandezas proporcionais? *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, n. 9, p.21-29, 1986.

LOPES, Selva P.; SOUSA, Luzia S. (2007). *EJA: uma educação possível ou mera utopia?*. Disponível em: http://cereja.org.br. Acesso em abril de 2010.

MAGINA, Sandra M. P.; SANTOS, Aparecido; MERLINI, Vera. *O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas*. (no prelo)

PORCARO, Rosa Cristina. (2008). *A história da Educação de Jovens e Adultos no Brasil*. Disponível em: http://www.dpe.ufv.br/nead/docs/ejaBrasil. Acesso em março de 2011.

POST, Thomas; BEHR, Merlyn; LESH, Richard. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções preálgebra. In: COXFORD, Arthur F., SHULTE, Albert P. *As ideias da álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. 4. ed. São Paulo: Atual, 1995.

RASI, Gislaine C. *Estruturas multiplicativas: concepções de alunos de ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado apresentada à Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

RUDIO, Franz Victor. Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica. Petrópolis: Vozes, 1979.

SÃO PAULO, Secretaria do Estado da Educação. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática*. São Paulo: SEE, 2008.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação (Estado). *Educação de Jovens e Adultos: orientações para o professor; ensino médio – matemática*; coordenação geral, Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2010a.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação (Estado). *Relatório pedagógico Saresp 2009: Matemática*, coordenação geral Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2010b.

SILVA, Edgar D. *Os conceitos elementares de Estatística a partir do Homem Vitruviano: uma experiência de ensino em ambiente computacional.* Dissertação de mestrado apresentada à PUC – Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2008.

SILVA, Eolália A. *Pensamento proporcional e regra de três: estratégias utilizadas por alunos do ensino fundamental na resolução de problemas*. Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade Tuiuti do Paraná, Curitiba, 2008.

TINOCO, Lúcia A. A. *Como e quando os alunos utilizam o conceito de proporcionalidade*. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, n.14, p. 8-16, 1989.

______. (coordenação). *Razões e proporções*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative Structures. In: Hiebert, H. & Behr, M. (eds) *Reseach Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in Middle Grades*. Hillsdale: Laurence Erlbaum Ed., pp. 141-161, 1988.

______. Epistemelogy and Psychology of Mathematics Education. In: Nesher & Kilpatrick *Cognition and Practice.* Cambrige: Cambridge Press, 1994.

______. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Ed.). *Didáctica das Matemáticas***.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

______. *A comprehensive theory of representation for Mathematics Education*. Journal of Mathematical Behavior, 17(2), pp. 167-181, 1998.

______. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*; tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009, 322p.

APÊNDICE I

PERFIL DO ALUNO DA EJA E INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO (PRÉ-TESTE)

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA

Nº:

Nome:____

Data:____________

Idade:____________

Perfil do aluno da EJA

1) Quantos anos de estudo você tem (anos em que frequentou a escola, independentemente de ter sido aprovado ou não)? __________ anos

2) Você já foi reprovado? ( ) SIM ( ) NÃO

Se **SIM**, quantas vezes? ( ) 1 vez ( ) 2 vezes ( ) 3 vezes ( ) 4 ou mais vezes

Se **SIM**, qual ou quais as disciplinas em que você reprovou?

______________, _______________, ______________, ____________

3) Você sempre estudou em escola pública? ( ) SIM ( ) NÃO

Se **NÃO**, quantos anos você estudou em escola particular? __________ anos

4) Você classificaria seu gosto pela disciplina Matemática como:

( ) adoro ( ) gosto muito ( ) gosto ( ) gosto pouco ( ) odeio

5) Qual assunto, ou assuntos, você acha **fácil** em Matemática?

Assunto 1: ________________ Assunto 2: _______________ Assunto 3: __________________

6) Qual assunto, ou assuntos, você acha **difícil** em Matemática?

Assunto 1: ________________ Assunto 2: _______________ Assunto 3: __________________

7) Você trabalha atualmente? ( ) SIM ( ) NÃO

Se **SIM**, você faz uso de cálculos matemáticos no exercício de sua profissão? ( ) SIM ( ) NÃO

8) Você considera a matemática aprendida na escola útil para o enfrentamento das questões do seu dia-a-dia? ( ) SIM ( ) NÃO

Questões da atividade

Você agora resolverá uma atividade com 12 questões matemáticas. Pede-se:

- leia com atenção todos os campos referentes às questões,

- anote todo o caminho percorrido para se chegar à resposta de cada questão, no espaço reservado.

NÃO SE ESQUEÇA! Este trabalho faz parte de uma pesquisa que visa contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem de Matemática e a sua participação é muito importante.

Questão 1: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{12} = \frac{X}{33}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 2: No açougue do bairro, 1 kg de picanha custa R$ 27,00. João quer fazer um churrasco e pretende comprar 29 Kg de picanha neste mesmo açougue. Quanto ele vai gastar?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 3: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{6}{16} = \frac{X}{48}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 4: Uma receita manda colocar 2 ovos, para cada 3 xícaras de farinha de trigo. Quantos ovos serão necessários, se nesta receita colocarmos 15 xícaras de farinha de trigo?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 5: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{X} = \frac{4}{24}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: __________

Questão 6: Qual o valor de 1 litro de gasolina num posto de combustível, sendo que 8 litros de gasolina neste mesmo posto custam R$ 20,00?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: __________

Questão 7: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{3}{X} = \frac{7}{21}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: __________

Questão 8: Quanto custará 13 litros de leite numa mercearia em que 27 litros de leite custam R$ 54,00?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: __________

Questão 9: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{11}{3} = \frac{99}{X}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 10: Para se fazer um determinado refresco, pede-se para acrescentar a cada copo do suco concentrado e já adoçado, 3 copos de água. Usando-se 9 copos de água, serão necessários quantos copos de suco concentrado?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 11: Determine o valor de x na seguinte proporção:

$$\frac{1}{31} = \frac{7}{X}$$

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

Questão 12: Na padaria do Bolinha, 7 kg de queijo mussarela custam R$ 63,00. Joelma quer preparar uma receita e precisa de 3 Kg deste queijo. Quanto ela vai gastar comprando nesta padaria?

Use este espaço para registrar o caminho que você utilizou para achar a resposta

Resposta: ___________

APÊNDICE II

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Título da Pesquisa: Razão e Proporção à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA

Eu, ____, portador do RG nº: ________________, abaixo assinado, dou meu consentimento livre e esclarecido para participar como voluntário da pesquisa supracitada, sob a responsabilidade do pesquisador Eduardo Lopes de Macedo, meu professor regular da disciplina Matemática e aluno do curso de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP e da Professora Dra. Sandra Magina, orientadora da pesquisa e docente do Programa de Doutorado da PUC-SP.

Assinando este Termo de Consentimento, estou ciente de que:

1) O objetivo da pesquisa é desenvolver e aplicar uma sequência de ensino para os conceitos de Razão e Proporção Simples;
2) A realização desta pesquisa é fundamental para a produção de material didático que apoie os professores de Matemática no ensino destes conceitos na Educação de Jovens e Adultos;
3) Durante o estudo, participarei de encontros em sala de aula, com 2 horas/aula cada, sendo que tais encontros acontecerão durante o horário escolar disponibilizado nas aulas de Matemática;
4) Nestes encontros, estarei colaborando com os colegas na resolução de atividades elaboradas e planejadas, com o acompanhamento do pesquisador;
5) Autorizo o uso de minha imagem (foto) quando estiver desenvolvendo os trabalhos da pesquisa;
6) Assim que for terminada a pesquisa, terei acesso aos resultados globais do estudo;
7) Estou livre para interromper, a qualquer momento, minha participação nesta pesquisa;
8) Estou ciente de que não receberei qualquer forma de remuneração;
9) Estou ciente que meus dados pessoais serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos com a pesquisa serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada;
10) Poderei entrar em contato com os pesquisadores sempre que julgar necessário. Com Eduardo Lopes de Macedo, pelo email eduardo-mat@hotmail.com e com a pesquisadora Dra. Sandra Magina pelo email sandra@pucsp.br;
11) Obtive todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre a minha participação na referida pesquisa;
12) Este Termo de Consentimento é feito em duas vias, de maneira que uma permanecerá em meu poder e a outra com os pesquisadores responsáveis.

São Paulo, _____, de _______________de 2011.

________________________________ ________________________________
Assinatura do participante Assinatura do pesquisador