

LUCIANE MARTINELLI

**SIGNIFICADO ATRIBUÍDO ÀS RELAÇÕES
“CHEGAR ANTES DE” E “NÃO CHEGAR DEPOIS
DE” POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA - PUC

São Paulo

2004

LUCIANE MARTINELLI

**SIGNIFICADO ATRIBUÍDO ÀS RELAÇÕES
“CHEGAR ANTES DE” E “NÃO CHEGAR DEPOIS
DE” POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação do(a) Prof(a). Dr(a). Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA - PUC

São Paulo

2004

DEDICATÓRIA

Àquela que mudou o sentido da
minha vida e se tornou a maior
razão do meu viver: Luiza, a
minha filha.

AGRADECIMENTOS

A realização pessoal proporcionada por esse trabalho reflete confiança, colaboração, paciência, cumplicidade e compreensão de muitas pessoas. A todas elas, meu especial agradecimento.

Em especial, agradeço:

À Professora Doutora Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão: esta conquista da minha carreira devo a você, pois mais que orientadora você foi amiga comprometida, aceitando-me com minhas (muitas) dúvidas e inseguranças. Obrigada por sua dedicação, paciência e persistência, por sua segurança e sabedoria e, acima de tudo, obrigado pela confiança, rigor e simplicidade de sua orientação.

Aos professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica, pelos preciosos ensinamentos compartilhados durante o curso.

À Professora Doutora Maria Isabel da Silva Leme e à Professora Sônia B. Camargo Iglioni pelas críticas e sugestões no exame de qualificação.

Ao Instituto Alice Dias pela concessão de bolsa de estudos que tornou possível a finalização desta pesquisa.

Aos colegas do grupo de pesquisa que colaboraram com sugestões e, em especial, às amigas Luciana Lage e Janaína Souza, pelo trabalho de observação que realizaram nesta pesquisa.

À direção, coordenação, professores e, em especial a todos os meus alunos que se dispuseram a participar como sujeitos da pesquisa que, num gesto carinhoso e comprometido, tornaram possível a concretização deste trabalho.

Aos meus pais por terem me substituído com dedicação, prontidão e carinho nos inúmeros momentos em que estive ausente na educação de minha filha.

Às amigas Fernanda, Elaine, Maria, Jussara e Maristela pelo profissional, pronto e carinhoso auxílio nos momentos solicitados.

Aos amigos Dimas, Laís, Suzana e Gerson pela torcida para que esta etapa fosse cumprida com sucesso.

À Deus e à São Judas Tadeu, por tudo!

RESUMO

Palavras-chave: *relações, relação de ordem, resolução de problemas, ensino médio.*

O presente estudo se propôs a investigar se alunos do Ensino Médio, de uma escola da rede particular de São Bernardo do Campo atribuem sentido restrito às relações *'chegar antes de'* e *'não chegar depois de'* e, em caso positivo, se alunos da 1ª série, da mesma escola, podem ter estes significados ampliados como resultado de um processo de intervenção didática. Primeiramente aplicamos um diagnóstico e os resultados obtidos permitiram concluir que os alunos investigados atribuem significado restrito às relações mencionadas, na resolução de problemas. Em segundo, elaboramos para os alunos da 1ª série, uma Engenharia Didática, utilizando como referencial teórico a *dialética ferramenta-objeto*, de Douady. Analisando os dados, concluímos que houve uma evolução do conhecimento dos alunos resultante do processo de intervenção didática utilizado na pesquisa.

ABSTRACT

Key-words: *relations, relations of order, resolution of problems, high school*

This study aims to investigate if the students of High School, from a private school in São Bernardo Campo, attribute restricted significance to the relations – “arriving before” and “not arriving before” – and, in positive case, if the students of the 1st grade from the same school can have these meanings amplified as a result of a process of didactic intervention. Firstly we applied a diagnosis and the achieved results led to the conclusion that the students of High School attribute restricted significance to the relations mentioned, in the resolution of problems. Secondly, we elaborated, for the students of the 1st grade, a Didactic Engineering, using as theoretical reference the dialectic object-tool of Douady. Analysing the data we concluded that there was an evolution in the knowledge of the students which was a result of the process of the didactic intervention used in the research.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I - PROBLEMÁTICA E QUADRO TEÓRICO

1. Problemática _____ 1
2. Quadro Teórico _____ 7

CAPÍTULO II - ESCOLHAS METODOLÓGICAS E PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

1. Diagnóstico _____ 10
2. Engenharia Didática _____ 12

CAPÍTULO III - ANÁLISE PRELIMINAR E ANÁLISE A PRIORI

1. Análise Preliminar _____ 17
2. Análise a priori _____ 21

CAPÍTULO IV – DIAGNÓSTICO _____ 38

CAPÍTULO V - APLICAÇÃO DA ENGENHARIA EM SALA DE AULA

1. Sessão 1 _____ 45
2. Sessão 2 _____ 54
3. Sessão 3 _____ 71
4. Análise dos resultados _____ 79

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES FINAIS E AVALIAÇÃO DA ENGENHARIA ___ 84

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS _____ 90

ANEXOS _____ 92

LISTA DE TÁBELAS, GRÁFICOS E FIGURAS

Tabelas

Tabela 1: Resultados obtidos pelos alunos da 1ª série no diagnóstico _____	41
Tabela 2: Resultados obtidos pelos alunos da 2ª série no diagnóstico _____	42
Tabela 3: Resultados obtidos pelos alunos da 3ª série no diagnóstico _____	43
Tabela 4 - Resultados obtidos pelos alunos da 1ª série na Sessão 3 _____	74
Tabela 5 – Comparativo dos resultados _____	74

Gráficos

Gráfico 1 – Resultado do diagnóstico da 1ª série _____	41
Gráfico 2 – Resultado do diagnóstico da 2ª série _____	42
Gráfico 3 – Resultado do diagnóstico da 3ª série _____	43
Gráfico 4 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 1 _____	75
Gráfico 5 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 1 _____	75
Gráfico 6 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 2 _____	76
Gráfico 7 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 2 _____	76
Gráfico 8 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 3 _____	77
Gráfico 9 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 3 _____	77
Gráfico 10 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 4 _____	78
Gráfico 11 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 4 _____	78
Gráfico 12 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 5 _____	79
Gráfico 13 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 6 _____	80
Gráfico 14 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 7 _____	80
Gráfico 15 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 8 _____	81

Quadros

Quadro 1 – Categorização _____	83
Quadro 2 – Resultados estatísticos _____	85

Figuras

Figura 1 - Personagens associadas a ordinais, posicionados verticalmente ____	47
Figura 2 – Personagens associadas a ordinais, posicionados horizontalmente _	48
Figura 3 - Personagens posicionadas horizontalmente e as posições marcadas com número ordinal _____	48
Figura 4 - Personagens posicionadas horizontalmente com marcas para cada personagem _____	49
Figura 5 – Desenho _____	49
Figura 6 – Correção da questão _____	50
Figura 7 – Apenas Resposta _____	50

I - PROBLEMÁTICA E QUADRO TEÓRICO

1 – Problemática

A atribuição de significado a relações por alunos tem sido objeto de pesquisa no campo da Psicologia da Educação e da Educação Matemática em diversas linhas teóricas observadas em diferentes pesquisas.

Maranhão (1996) conclui, em sua investigação sobre concepções apresentadas por alunos de 9 a 12 anos sobre ordenação no tempo, que os mesmos apresentam dificuldades no uso de relações *'chegar antes de'* e *'não chegar depois de'*, e na atribuição de significado para as expressões *'chegar adiantado'* e *'chegar atrasado'*. Estas dificuldades podem levar a um comprometimento na realização de algumas representações de datas em retas, pois esta tarefa requer uma síntese das propriedades de ordem, distância e intervalo. Conclui também que houve evolução no conhecimento dos alunos sobre as relações anteriormente mencionadas por uma intervenção didática proposta pela pesquisadora.

Igliori, Maranhão e Sentelhas (2000) investigam, com alunos de 10 e 11 anos da 5ª série do Ensino Fundamental, relações como analisadas em Maranhão (1996), questionando:

a) se os alunos atribuem à relação *'chegar antes de'* o significado restrito *'chegar imediatamente antes de'* ou se podem atribuir o significado amplo em situação de resolução de problema sem referências numéricas;

b) se é ou não plausível aos alunos aceitarem que *'chegar ao mesmo tempo que'* é estabelecer comparação na relação de ordem *'chegar antes ou ao mesmo tempo que'*;

c) se os alunos atribuem ou não significado amplo às negações dessas relações (não chegar depois significa chegar antes ou chegar ao mesmo tempo que).

Os problemas foram elaborados sem referências numéricas, pois as autoras admitem que a manipulação com os números podem constituir fonte de erros e, além disso, os números podem limitar os significados atribuídos aos termos relativos a tempo. Os dados desta pesquisa indicaram que os alunos investigados, referenciados no cotidiano, atribuíram significado restrito às relações. Porém, puderam atribuir significado amplo, após uma intervenção didática à luz da Teoria das Situações de Guy Brousseau.

Maranhão, Iglioni e Soares (2002) propõem questões similares as de Iglioni, Maranhão e Sentelhas (2000) para alunos de 5^a a 8^a séries na resolução de problemas que envolvem ordenação. Analisam, ainda, se a evolução do conhecimento desses alunos é similar nas diferentes séries por meio de um mesmo processo de intervenção didática.

Neste último estudo, as autoras ressaltam que não houve, no pré-teste, diferença no padrão de respostas entre os alunos das diversas séries no que se refere à atribuição de significado restrito às relações em estudo. E, que após a intervenção didática, os resultados apresentados pelos alunos de 6^a a 8^a séries foram diferentes dos de 5^a série.

Os resultados indicam a pertinência de realizar estudos sobre atribuição de significados em relações similares em séries mais avançadas.

Em Maranhão, Iglioni e Soares (2003), faz-se uma análise diferente da apresentada em Maranhão, Iglioni e Soares (2002) sobre os mesmos problemas propostos aos estudantes, explicitando-se que em seus enunciados:

“... definiram-se duas relações R_1 e R_2 , num conjunto de alunos de uma escola, em que R_2 era uma relação de ordem. As relações eram definidas por: $a R_1 b \Leftrightarrow a$ *chega em sua classe antes que b e*, $a R_2 b \Leftrightarrow a$ *não chega depois de b*”. (Maranhão, Iglioni e Soares p.9)

As autoras concluíram que os alunos, referenciados pelo senso comum, atribuíam à relação *‘chegar antes de’* o significado de *‘chegar imediatamente antes de’* e, à expressão *‘não chegar depois de’*, apenas o significado de chegar antes, não incluindo a possibilidade de *chegar ao mesmo tempo*.

Em síntese, as pesquisas de Maranhão (1996), Iglori, Maranhão e Sentelhas (2000) e Maranhão, Iglori e Soares (2002) e Maranhão, Iglori e Soares (2003) evidenciam que o significado atribuído às relações por alunos na resolução de problemas de ordenação no tempo é restrito. Todos esses trabalhos concluem que este significado pôde ser ampliado por meio de uma intervenção didática. As pesquisas antes mencionadas foram realizadas com alunos do Ensino Fundamental e as autoras expressam a intenção de realizar estudos em relações similares em séries mais avançadas. Tal fato, ligado à experiência da pesquisadora, chamou-nos atenção em realizar este trabalho no Ensino Médio.

Com a intenção de verificar se os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1999), apresentam proposta que tenha como objeto o ensino de relações no Ensino Médio por resolução de problemas, fizemos um estudo deste documento.

No bloco dos PCNs destinados ao Ensino Médio - denominado Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias - encontramos as propostas e as explicitações das habilidades básicas e das competências específicas que devam ser desenvolvidas pelos alunos em Biologia, Física, Química e Matemática.

No capítulo que trata dos Conhecimentos de Matemática, não encontramos explicitamente o conteúdo “relações” a serem desenvolvidos no Ensino Médio, mas encontramos “funções”, isto é, os PCNs propõem o trato com categorias específicas de relações, as funções, tais como as trigonométricas, as seqüências, em especial as progressões aritméticas e as progressões

geométricas, as propriedades dos gráficos de retas e parábolas estudados em Geometria Analítica e as funções polinomiais. Ressalta que

“Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática”.
(PCNs, p. 255)

Por meio da leitura dos três blocos de competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática do documento (p. 259), foi possível situar o nosso objeto de pesquisa, qual seja, o estudo de significados atribuídos a relações por estudantes do Ensino Médio, na resolução de problemas, nos seguintes itens, selecionados por nós:

Investigação e compreensão:

- *Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).*
- *Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.*

- *Formular hipóteses e prever resultados.*
- *Selecionar estratégias de resolução de problemas.*
- *Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.*
- *Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.*
- *Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.*
- *Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.*

Contextualização sócio-cultural

- *Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.*
- *Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.*

Verificamos em Fiorentini (2001), que não há até esta data, outras dissertações brasileiras sobre o tema.

Sendo assim, propomo-nos a investigar se os alunos do Ensino Médio atribuem significados amplos as relações “chegar antes de” e “não chegar depois de” na resolução de problemas. Em caso dos alunos atribuírem significado restrito a estas relações, se alunos da 1ª série do Ensino Médio podem atribuir, como resultado de um processo de intervenção didática, significados amplos essas relações na resolução de problemas.

2 – Quadro Teórico

No intuito de investigar se os alunos do Ensino Médio continuam apresentando as dificuldades já detectadas por estudos anteriores realizados com alunos do Ensino Fundamental e, em caso positivo, se os alunos da 1ª série podem atribuir, como resultado de um processo de intervenção didática, significados amplos as relações '*chegar antes de*' e '*não chegar depois de*' na resolução de problemas de ordenação, adotamos como referencial teórico a dialética ferramenta-objeto de Douady. Além disso, sempre que se fez necessário, recorreremos a estudos como os de Maranhão (1996), Iglioni, Maranhão e Sentelhas (2000) e Maranhão, Iglioni e Soares (2002) no sentido de darmos sustentação às questões aqui levantadas.

Entende-se por *ferramenta* o uso de um conceito em diversos problemas que ele permite resolver. O significado de um conceito está na sua característica de ferramenta.

O termo *objeto* pode ser entendido como um conceito matemático considerado como objeto cultural, tomando seu lugar num edifício mais amplo que é o saber erudito, culto, a um momento dado, reconhecido socialmente.

A dialética *ferramenta-objeto* de Douady consiste numa organização esquemática elaborada pelo professor que, para a solução de um problema dado, em uma situação de aprendizagem, conduz o aluno a percorrer as seguintes

fases: Antigo, Pesquisa, Explicitação, Institucionalização, Familiarização e Complexificação.

A autora denominou de *Antigo* a fase onde os conhecimentos já aposentados em situação de aprendizagem são mobilizados para resolução, ao menos em parte, do problema proposto.

Na fase denominada *Pesquisa*, os alunos são conduzidos pela dificuldade em resolver completamente o problema buscando outros meios, adaptados à situação. É o início de uma fase de ação.

Na fase tida como *Explicitação*, as produções dos alunos são expostas e discutidas coletivamente na classe. Para tal, os alunos são conduzidos a construir uma linguagem oral e escrita. Cabe ao pesquisador/professor, considerando e mantendo a liberdade do aluno, a criação de debates sobre os conhecimentos antigos e sobre os que estão sendo gerados implicitamente. Além disso, o pesquisador/professor deve propiciar, com suas intervenções, que não haja paralisação da atividade no instante em que o aluno sentir-se incapaz de resolver o problema.

Na *Institucionalização*, cabe ao pesquisador/professor selecionar, entre os conhecimentos explicitados na fase anterior, aqueles que pretende que sejam retidos. Assim, o pesquisador/professor pode dar, segundo a condição dos alunos, um estatuto de objeto aos conceitos usados como ferramentas.

Na fase da *Familiarização*, os novos conhecimentos podem ser integrados aos antigos e, desta maneira, serem facilmente mobilizáveis na resolução de novos problemas. Para tal, são propostos problemas que utilizam os conhecimentos institucionalizados.

Na fase de *Complexificação da Tarefa ou Novo problema*, os alunos devem resolver problemas mais complexos e, através desta resolução, podem ser verificados se os novos conhecimentos estão em uso.

Douady conclui que os conhecimentos novos podem adquirir o estatuto de antigos, num novo ciclo da dialética ferramenta-objeto, reinvestindo-se em situações que os coloquem em nova situação de aprendizagem.

II - ESCOLHAS METODOLÓGICAS E PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

Como campo de pesquisa, escolhemos uma escola da rede particular de ensino de São Bernardo do Campo. O motivo que nos levou à escolha desta Instituição foi o fácil acesso aos dados referentes aos recursos humanos e materiais disponíveis para o trabalho uma vez que a pesquisadora é professora da escola. Antes da decisão final se realmente seria essa Instituição favorável à aplicação desta pesquisa, realizamos uma análise do regimento escolar e observamos que os objetivos deste estudo estão de acordo com a proposta pedagógica da escola.

Após o estudo do regimento escolar, fizemos a apresentação e discussão do projeto e, tanto a direção, a coordenação, quanto o corpo docente do Ensino Médio concordaram com a aplicação da pesquisa.

1. Diagnóstico

Para responder se alunos do Ensino Médio atribuem significado restrito à relação “chegar antes de”, usando-a como se fosse a relação “chegar imediatamente antes de”; se os alunos atribuem significado restrito à relação de ordem “não chegar depois de”, usando-a como “chegar antes de” em lugar de “chegar antes ou ao mesmo tempo que”, optamos por aplicar um **diagnóstico** a uma turma de cada série do Ensino Médio em busca dos conhecimentos antigos sobre relações desses alunos.

Como fonte de dados, recolhemos as folhas com as questões respondidas pelos alunos e anotamos entrevistas da pesquisadora/professora aos alunos para esclarecimentos considerados necessários.

Para proceder à escolha das séries e turmas onde esta pesquisa se aplicaria, dispomos no Ensino Médio da escola de três turmas de 1ª série, quatro de 2ª série e duas de 3ª série. As turmas são compostas, em sua grande maioria, por alunos que já estudavam na instituição no Ensino Fundamental, sendo que estes foram separados em turmas de maneira aleatória, ou seja, independente da relação com o aproveitamento dos alunos nas séries anteriores.

Dentre as turmas do Ensino Médio, o critério de escolha foi a participação e interesse dos alunos nas aulas de Matemática no decorrer do 1º bimestre. Até a data da escolha da turma, os resultados do 1º bimestre ainda não haviam sido fechados, portanto, o rendimento dos alunos de cada turma não foi considerado.

2. Engenharia Didática

Para responder se alunos podem atribuir significados amplos aos termos relativos a tempo, na resolução de problemas de ordenação, como resultado de um processo de intervenção didática, consideramos que seria adequada para esse estudo, na turma escolhida da 1ª série, a metodologia da *engenharia didática*.

De acordo com Douady uma *engenharia didática*

“... designa um conjunto de seqüências de classe concebidas, organizadas e articuladas no tempo, de maneira coerente, por um professor – engenheiro, com o objetivo de realizar um projeto de aprendizagem para uma população determinada de alunos.

... a engenharia didática é um produto resultante de uma análise a priori e um processo no transcurso do qual o professor executa o produto, adaptando-o, se for o caso, à dinâmica da classe.”

(Douady 1995, p.61)

A engenharia didática comporta quatro fases de pesquisa: análise preliminar, concepção e análise a priori das situações didáticas, experimentação e análise a posteriori e avaliação, segundo Artigue (1995).

Na análise a priori das situações didáticas, as escolhas das variáveis investigadas foram determinadas de modo que permitissem prever algumas respostas dos alunos e os significados por eles atribuídos às relações em estudo.

As pesquisas de Maranhão (1996), Iglori, Maranhão e Sentelhas (2000) e Maranhão, Iglori e Soares (2002) contêm elementos de análise do conhecimento dos alunos do Ensino Fundamental e serviram para a análise a priori da resolução dos problemas propostos aos alunos da 1ª série do Ensino Médio.

Com o objetivo de situar nosso estudo no panorama das propostas e documentos para o Ensino Médio, analisamos os Plano de Aula (contém o conteúdo programático a ser desenvolvido em cada série) e o material didático (sistema apostilado) adotado para o Ensino Médio da escola onde foi realizada a pesquisa. Este estudo foi feito também com a intenção de verificar se o estudo de relações é explicitamente apresentado nos documentos citados. Os resultados dessa análise, assim como o do Regimento Escolar, se encontram no Capítulo III – Análise preliminar e Análise a priori.

Com base nas análises dos PCNs, do Plano de Aula (contém o conteúdo programático a ser desenvolvido em cada série) e do material didático adotado para o Ensino Médio da escola, verificamos que o conteúdo de nosso objeto de estudo, ou seja, as relações, encontra-se nos planos de aula da 1ª série. Isso reforçou nossa opção em uma engenharia didática na turma escolhida desta série do Ensino Médio.

A realização da engenharia apenas com a turma de 1ª série foi separada em 3 sessões:

1) Sessão 1 - Diagnóstico

Os alunos resolveram os exercícios de uma lista composta por quatro problemas em um encontro. Os enunciados dos problemas que compõem esta lista se encontram Capítulo III, no subtítulo Análise a Priori e estão intitulados pelas letras A, B, C e D.

Foi entregue a todos os alunos uma folha com os quatro problemas e uma caneta para resposta individual. Ao final da sessão, essas folhas foram recolhidas como fonte de dados da pesquisa.

Nesta sessão pretendeu-se observar:

- a) se há mobilização dos próprios conhecimentos pelos alunos, resolvendo o problema ao menos em parte (fase Antigo).
- b) se há “pesquisa”, pelas tentativas apresentadas na folha de papel.

Após análise das respostas dos alunos, seguiram-se entrevistas para esclarecer alguns casos de dúvidas da pesquisadora/professora sobre a produção dos alunos. Tivemos, portanto, dados anotados pela professora/pesquisadora dessas entrevistas também como fonte de dados.

2) Sessão 2

Em três encontros a pesquisadora/professora conduziu a engenharia didática seguindo as fases da dialética ferramenta-objeto na resolução dos problemas da Sessão 1.

Esta sessão foi gravada em vídeo e acompanhada por duas observadoras.

As folhas com as respostas da 1ª sessão foram devolvidas aos alunos. Foram entregues também quatro folhas novas, uma para cada problema proposto na 1ª sessão.

Para facilitar a análise das produções desta sessão, entregamos uma caneta de cor diferente da entregue na Sessão 1. Desse modo pudemos diferenciar as produções desta sessão das produções da sessão anterior.

Nesta sessão pretendeu-se observar as fases de Pesquisa e Explicitação no confronto de idéias dos alunos tanto nos grupos formados para tal como do grupo classe.

3) Sessão 3 – Verificação de conhecimento individual

Em um encontro os alunos resolveram uma nova lista contendo oito problemas para verificação do conhecimento individual. Esses problemas estão enunciados no Capítulo III, no subtítulo Análise a Priori, no item 2.1 – Escolha das questões e foram intitulados pelos algarismos 1 a 8,.

Pretendeu-se, com a análise da produção dos alunos, verificar o conhecimento individual e obter dados para verificar se o significado atribuído às relações '*chegar antes de*' e '*não chegar depois de*' pôde ser ampliado pela intervenção didática utilizada. Ou seja, os dados colhidos nesta sessão foram utilizados para análise a posteriori.

Na análise a posteriori, o conjunto de dados obtidos pela experimentação foi confrontado com a análise a priori, podendo-se verificar a evolução de conhecimentos provocada pela engenharia, segundo Artigue (1995).

Utilizamos para esta análise comparativa, o Teste de Hipóteses da distribuição normal padronizada que permite uma conclusão válida, confiável e universal.

Cabe ressaltar que cada encontro consistiu em 50 minutos.

III. ANÁLISE PRELIMINAR E ANÁLISE A PRIORI

1. Análise Preliminar

Conforme mencionado anteriormente, procedemos à análise preliminar verificando o nosso campo de pesquisa. Decidimos obter as informações pertinentes a partir de fontes seguintes: Regimento Escolar, planos de aula e o material didático adotado.

O estudo do Regimento Escolar foi importante para que retirássemos elementos sobre a abordagem metodológica e pedagógica da instituição.

Do estudo dos planos de aula e análise do material didático adotados pela instituição para o Ensino Médio procedemos às previsões sobre os conhecimentos e procedimentos dos alunos.

1.1. Regimento Escolar

Com o intuito de verificar se o nosso estudo encontraria empecilhos no que diz respeito ao modo como seria conduzida a engenharia didática, analisamos a abordagem pedagógica da instituição onde a pesquisa se realizou, que se encontra no regimento escolar (1999). A saber:

“Quanto à pessoa, a abordagem pedagógica é sócio-interacionista com ênfase no sujeito, que elabora e cria o conhecimento real, inserido num contexto histórico e prático, refletindo sobre a realidade para transformá-la.

Quanto ao conhecimento, ele é elaborado e criado a partir do pensamento e da prática...

... valorizando a linguagem e a cultura, criando condições para que cada aluno analise seu conteúdo e produza cultura“. (Regimento Escolar, 1999)

Ao analisar a abordagem pedagógica da instituição, consideramos que esta é coerente com a proposta curricular nacional. E, podemos dizer que as propostas desta pesquisa vão ao encontro das bases pedagógicas e metodológicas utilizadas na escola, segundo o seu Regimento (1999), a saber:

“A Escola oferece condições para que o educando aprenda a conhecer, a fazer, aprender a ser e a conviver.

...O professor é um agente facilitador, orientador, possibilitando a aprendizagem que abrange sentimentos e idéias. Os conteúdos são vivenciados de forma interdisciplinar, buscando as

várias áreas do conhecimento para atuarem juntas...

...proporcionando o desenvolvimento cognitivo de modo envolvente e interessante". (Regimento Escolar, 1999)

1.2. Planos de Aula e Material Didático

Com a intenção de situar esta pesquisa no contexto escolar em que foi realizada, procuramos verificar se o estudo de relações aparece explicitamente nos planos de aula do Ensino Médio. Com este estudo pudemos reforçar nossa escolha em aplicar a *engenharia didática* na 1ª série do Ensino Médio.

No plano de aula da **1ª série** do Ensino Médio, as relações de ordem aparecem explicitamente no 1º semestre.

Tendo em vista que o estudo das relações de ordem aparece explicitamente no plano de aula da 1ª série do Ensino Médio, buscamos o tipo de abordagem das relações de ordem que é priorizado pelo material didático utilizado (apostilado para o Ensino Médio) com a finalidade de prever possíveis procedimentos dos alunos nos problemas que nos propomos a realizar no presente estudo.

Verificamos que o assunto em estudo é explanado nesta apostila sob o título *Ordem e Propriedades*. Observamos também como os exercícios são propostos pelo material didático e verificamos que não são similares aos que propomos neste estudo.

Enfim, tanto na explanação do conteúdo como nos exercícios propostos, não há resolução de problemas referenciados no cotidiano, como os desta investigação se apresentam. Este fato, aliado à experiência da pesquisadora/professora com os alunos, nos conduz a esperar pouca familiaridade dos alunos com os problemas propostos no presente estudo.

2. Análise a Priori das situações didáticas

Para essa análise, consideramos, primeiramente, a pesquisa de Soares (2000) que fornece elementos para a elaboração e adequação dos problemas para os alunos do Ensino Médio.

É oportuno salientar também que a pesquisa de Soares foi realizada, assim como a nossa, em um colégio da rede particular do município de São Bernardo do Campo com características cultural e econômica, dos corpos docente e discente semelhantes.

Soares (2000), em sua dissertação realizada com alunos de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental, afirma que embora alguns alunos mesmo admitindo soluções múltiplas, acreditam que a resposta correta deva coincidir com uma resposta única pré-estabelecida pelo professor ou por outra figura de autoridade.

2.1. Escolha das questões

2.1.1. Questões para o diagnóstico da 1ª série (apenas)

Soares (2000) verifica em sua pesquisa com os alunos de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental que os problemas de relação de ordem que apresentam uma única solução correta foram realizados com sucesso por esses alunos. O

mesmo, porém, não aconteceu com os problemas com mais de uma solução correta.

Buscando expandir ao Ensino Médio o trabalho realizado por Soares (2000), optamos por excluir os problemas com uma única solução correta e adaptar aqueles com mais de uma solução correta.

Em suas considerações, Soares (2002) conclui que aspectos de impregnação da língua materna, de influência de outra área do conhecimento e aspectos ligados à manutenção ou negociação do contrato didático, conduziram a erros que podem ser eliminados ou, pelo menos minimizados, por uma adaptação dos enunciados usados em sua pesquisa. Embasados nessas conclusões, procedemos à elaboração dos problemas que são propostos nesta investigação.

Os problemas de Soares (2000) foram enunciados com a introdução:

Uma professora queria saber a ordem de chegada de alguns de seus alunos. Eles lhe deram informações e **ela não conseguiu encontrar a ordem exata de chegada deles**. Tente encontrar as possíveis ordens de chegada, conforme as afirmações que os alunos deram a ela.

Seguidos das questões como, por exemplo, no problema 5:

5. Neiva disse que chegou antes de Ivo. Ivo disse que chegou antes de Gilda. Rita disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Ivo.

a) De acordo com esse enunciado, dá para escrever uma ordem em que eles possam ter chegado? Se der, escreva-a.

b) De acordo com esse enunciado, você pode concluir que há apenas uma possibilidade de ordem de chegada deles? Se não, indique outra ou outras ordens de chegada possíveis.

Soares verificou que a palavra 'alguns', utilizada na introdução dos enunciados dos problemas, foi entendida por alguns alunos com o sentido de 'apenas algumas', 'insuficientes' ou 'não todas as necessárias'; o que conduziu estes alunos a questionarem a completude do enunciado ou a indagar-se se a presença de outros personagens na situação real interferiria nas relações de ordem já constatadas.

Para que os aspectos anteriormente citados influenciassem de forma mínima a presente investigação, dos significados atribuídos às relações, optamos por reduzir os enunciados, retirando a parte introdutória.

Mantivemos a expressão 'não lembrar' nos enunciados que alguns alunos da pesquisa de Soares (2000) interpretaram como 'não viu', e por isso concluíram que não chegaram ao mesmo tempo.

Como a expressão foi mantida em nossos enunciados, as interpretações apontadas na pesquisa de Soares (2000) poderão aparecer entre os alunos da 1ª série do Ensino Médio.

Seguem-se os quatro problemas que foram aplicados aos alunos da 1ª série na Sessão 1 - diagnóstico.

Problema A:

Neste primeiro problema, foi verificado se os alunos atribuem significado restrito à relação 'chegar antes de', usando-a como se fosse a relação 'chegar imediatamente antes de' ao ordenarem quatro personagens quando a ordem de apresentação dos três primeiros mencionados coincide com a ordem de chegada deles.

A questão foi redigida da seguinte maneira:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Julia disse que chegou antes de Fernanda. Fernanda disse que chegou antes de Bruna. Paulo disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Bruna. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Com base nas pesquisas anteriores, podemos verificar, através das respostas obtidas pelos alunos, quais os significados atribuídos à relação 'chegar antes de'.

Categorizamos as respostas como segue:

- correta e incompleta com uma solução: Nesta categoria temos uma única solução correta, interpretada como atribuição do significado restrito da relação ‘chegar antes de’, usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’.

Refere-se à solução seguinte, no qual apresentamos apenas as iniciais das personagens, com base nas respostas da pesquisa de Soares (2000). Como referencial adotamos a ordem de chegada das personagens da esquerda para a direita.

(1)

J	F	P	B
---	---	---	---

- solução correta e incompleta com mais de uma solução: Nesta categoria temos duas soluções corretas que podem ser interpretadas como atribuição parcial do significado amplo da relação ‘chegar antes de’. São interpretadas como ‘parcial’ porque estas soluções desconsideram a possibilidade de ‘chegar ao mesmo tempo que’.

A saber:

(2)

P	J	F	B
---	---	---	---

J	P	F	B
---	---	---	---

 (3)

- solução correta e completa: Nesta categoria temos as soluções do problema que podem ser interpretadas como atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’, incluindo ‘chegar ao mesmo tempo que’.

Em caráter de exemplo nestas soluções, colocamos as iniciais das personagens que “chegaram ao mesmo tempo” no mesmo espaço da tabela, separadas pelo “e”.

São elas:

(4)

JeP	F	B
------------	----------	----------

(5)

J	FeP	B
----------	------------	----------

- solução incorreta: Nesta categoria encontraremos as soluções incorretas.

Em síntese, há cinco soluções corretas para este problema:

- Uma solução, a (1) da primeira categoria, será interpretada como atribuição do significado restrito da relação ‘chegar antes de’, usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’.
- Duas soluções, a (2) e a (3) da segunda categoria, podem ser interpretadas como atribuição, em parte, do significado amplo da relação

‘chegar antes de’, pois desconsideraram a possibilidade de ‘chegar ao mesmo tempo que’.

- Duas soluções, a (4) e a (5) serão interpretadas como atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’.

Problema B:

Este problema procurou verificar se os alunos atribuem significado restrito à relação de ordem ‘não chegar depois de’, usando-a como ‘chegar antes de’ em lugar de ‘chegar antes ou ao mesmo tempo em que’ ao ordenarem quatro personagens quando a ordem de apresentação dos três primeiros mencionados coincide com a ordem de chegada deles.

Esta questão foi redigida da seguinte maneira:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Luiza disse que chegou antes de Victor. Victor disse que chegou antes de Rafaela. Alex disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Victor. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

- solução correta e incompleta com uma solução: Nesta categoria temos uma solução, interpretada como atribuição do significado restrito da relação de ordem ‘não chegar depois de’, usando-a como ‘chegar antes de’; e significado restrito da relação ‘chegar antes de’ usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’:

Assim como no problema A, apresentamos apenas as iniciais das personagens e adotamos o referencial de chegada da esquerda para a direita.

(1)

L	A	V	R
---	---	---	---

- solução incompleta com mais de uma solução: Nesta categoria temos uma solução que pode ser interpretada como atribuição, em parte, do significado amplo da relação ‘chegar antes de’ e do significado restrito da relação de ordem ‘não chegar depois de’, a saber:

(2)

A	L	V	R
---	---	---	---

- solução correta e completa: Temos duas soluções que se enquadraram nesta categoria.

Uma solução será interpretada como atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’ e significado restrito da relação ‘não chegar depois de’, usando-a como ‘chegar antes de’.

Para exemplificar as personagens que ‘chegaram ao mesmo tempo’, colocamos as iniciais dessas personagens no mesmo espaço da tabela, separadas por “e”, conforme segue:

LeA	V	R
-----	---	---

 (3)

Uma outra solução desta categoria será interpretada como significado amplo da relação de ordem ‘não chegar depois de’, usando-a como ‘chegar antes ou ao mesmo tempo que’. Segue:

(4)

L	VeA	R
---	-----	---

- solução incorreta.

Em síntese, das quatro soluções corretas para este problema, temos:

- Três soluções, a (1) da primeira, (2) da segunda e (3) da terceira categoria podem ser interpretadas como atribuição do significado restrito da relação de ordem ‘não chegar depois de’, usando-a como se fosse a relação ‘chegar antes de’. Essas três soluções podem ainda ser estudadas para interpretação do significado atribuído para a relação ‘chegar antes de’:
 - Uma solução, a (1) da primeira categoria, pode ser interpretada como significado restrito da relação “chegar antes de”, usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’.
 - Uma solução, a (2) da segunda categoria, pode ser interpretada como atribuição parcial do significado amplo da relação ‘chegar antes de’, não incluindo o ‘chegar ao mesmo tempo’.
 - Uma solução, a (3) da terceira categoria, pode ser interpretada como atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’.
- Uma solução, a (4) da terceira categoria, admite atribuição do significado amplo da relação ‘não chegar depois de’.

Problema C:

Neste problema visou-se verificar se os alunos atribuem significado restrito à relação ‘chegar antes de’ usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’ ao ordenarem quatro personagens quando a ordem de apresentação dos três primeiros mencionados não coincide com a ordem de chegada deles.

Esta questão foi redigida da seguinte maneira:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Gustavo disse que chegou antes de Lídia. Daniela disse que chegou antes de Gustavo. Vinícius disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Lídia. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Assim como nos problemas A e B, apresentamos apenas as iniciais das personagens e adotamos como referencial de chegada das personagens da esquerda para a direita.

- corretas e incompletas com uma solução: temos a solução que será interpretada por atribuição do significado restrito da relação ‘chegar antes de’, usando-a como ‘chegar imediatamente antes de’. A saber:

(1)

D	G	V	L
---	---	---	---

- corretas e incompletas com mais de uma solução: duas soluções interpretadas por atribuição do significado, em parte, amplo da relação ‘chegar antes de’, que desconsideram a possibilidade de ‘chegar ao mesmo tempo de’. São elas:

D	V	G	L
---	---	---	---

 (2)

V	D	G	L
---	---	---	---

 (3)

- corretas e completas: temos duas soluções interpretadas pelo significado amplo da relação ‘chegar antes de’.

Para exemplificar as personagens que ‘chegaram ao mesmo tempo’, colocamos as iniciais dessas personagens no mesmo espaço da tabela, separadas por “e”, conforme segue:

DeV	G	L
-----	---	---

 (4)

D	GeV	L
---	-----	---

 (5)

- solução incorreta, temos as soluções incorretas.

Em síntese, há cinco soluções corretas para este problema:

- Uma solução, a (1) da primeira categoria, será interpretada por atribuição do significado restrito da relação ‘chegar antes de’, usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’.
- Duas soluções, a (2) e a (3) da segunda categoria, admitem, em parte, atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’, mas desconsideram a possibilidade de ‘chegar ao mesmo tempo que’.
- Duas soluções, a (4) e a (5) da terceira categoria admitem a atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’.

Problema D:

Este problema procurou verificar se os alunos atribuem significado restrito à relação de ordem ‘não chegar depois de’, usando-a como ‘chegar antes de’ em lugar de ‘chegar antes ou ao mesmo tempo em que’ ao ordenarem quatro personagens, quando a ordem de apresentação dos três primeiros mencionados não coincide com a ordem de chegada deles.

Esta questão foi redigida da seguinte maneira:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Carolina disse que chegou antes de Felipe. Vitória disse que chegou antes de Carolina. Paulo disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Felipe. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

- solução correta e incompleta com uma solução: temos uma solução, interpretada como atribuição do significado restrito da relação de ordem 'não chegar depois de', usando-a como 'chegar antes de'; e significado restrito da relação 'chegar antes de' usando-a como se fosse a relação 'chegar imediatamente antes de'.

V	C	P	F
---	---	---	---

 (1)

- solução incompleta com mais de uma solução: Temos nesta categoria duas soluções interpretadas por atribuição, em parte, do significado amplo da relação 'chegar antes de' e significado restrito da relação 'não chegar depois de'. São elas:

V	P	C	F
---	---	---	---

 (2)

P	V	C	F
---	---	---	---

 (3)

- solução correta e completa: temos as soluções do problema que incluem 'chegar ao mesmo tempo'.

Temos três soluções que se enquadram nesta categoria.

Duas soluções serão interpretadas como atribuição do significado amplo da relação 'chegar antes de' e significado restrito da relação 'não chegar depois de', usando-a como 'chegar antes de'. São elas:

PeV	C	F
-----	---	---

 (4)

V	CeP	F
---	-----	---

 (5)

Uma solução será interpretada pelo significado amplo da relação ‘não chegar depois de’, a saber:

P	C	FeP	(6)
---	---	-----	-----

- solução incorreta, temos as soluções incorretas.

Em síntese, há seis soluções corretas para este problema:

- Cinco soluções, a (1) da primeira categoria, a (2) e a (3) da segunda categoria, a (4) e a (5) da terceira categoria serão interpretadas por atribuição do significado restrito da relação de ordem ‘não chegar depois de’, usando-a como se fosse a relação ‘chegar antes de’. Dessas três soluções podemos ainda separar duas para interpretação do significado atribuído para a relação ‘chegar antes de’:
 - Uma solução, a (1) da primeira categoria, pode ser interpretada como significado restrito da relação “chegar antes de”, usando-a como se fosse a relação ‘chegar imediatamente antes de’.
 - Duas soluções, a (2) e a (3) da segunda categoria, podem ser interpretadas como atribuição parcial do significado amplo da relação ‘chegar antes de’.
 - Duas soluções, a (4) e a (5) da segunda categoria, podem ser interpretadas como atribuição do significado amplo da relação ‘chegar antes de’.
- Uma solução, a (6) da terceira categoria, admite a atribuição do significado amplo da relação ‘não chegar depois de’.

2.1.2. Questões aplicadas na 3ª sessão da 1ª série e diagnóstico da 2ª e 3ª séries

Para os alunos da 1ª série, os problemas de A a D diferem dos aplicados na primeira sessão apenas nos nomes das personagens. Esta diferença tem como objetivo verificar o conhecimento individual dos alunos na fase de familiarização.

Problema 1:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Ana disse que chegou antes de Camila. Camila disse que chegou antes de Fábio. Paulo disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Fábio. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 2:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Marina disse que chegou antes de Rafael. Rafael disse que chegou antes de Flávia. Guilherme disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Rafael. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 3:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. Renata disse que chegou antes de Rodolfo. Jéssica disse que chegou antes de Renata. Diego disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Rodolfo. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 4:

Quatro amigos encontraram-se no *shopping*. João disse que chegou antes de André. Vitória disse que chegou antes de João. Patrícia disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de André. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Como observaremos a seguir, nos problemas de 5 a 8 foram acrescentadas uma personagem. Esses problemas foram propostos para verificar o conhecimento individual dos alunos em problemas considerados mais complexos.

Problema 5:

Cinco amigos foram ao cinema. Carla disse que chegou antes de Rodrigo. Rodrigo disse que chegou antes de Mayara. Mayara disse que chegou antes de Thiago. Juliana disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Rodrigo. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 6:

Cinco amigos foram ao cinema. Fernanda disse que chegou antes de Dimas. Dimas disse que chegou antes de Maristela. Maristela disse que chegou antes de Telma. Luiz disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Dimas. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 7:

Cinco amigos foram ao cinema. Francisco disse que chegou antes de Sandra. Vera disse que chegou antes de Francisco. Sandra disse que chegou antes de César. Kátia disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Sandra. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 8:

Cinco amigos foram ao cinema. Rosário disse que chegou antes de Amanda. Douglas disse que chegou antes de Rosário. Amanda disse que chegou antes de Júlio. Larissa disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Rosário. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

IV - DIAGNÓSTICO

Antes de iniciarmos a sessão diagnóstica, a pesquisadora/professora conversou com os alunos das turmas escolhidas sobre a importância deste estudo, esclarecendo os objetivos de uma pesquisa de dissertação de mestrado e perguntando se os alunos gostariam de colaborar, participando com seriedade, das atividades que seriam propostas.

Ficou esclarecido também que esta tarefa não seria valorizada por acertos e erros e que o importante estava em participar da sessão, uma vez que o nosso interesse de pesquisa está em analisar o que os alunos fazem e como justificam as respostas dadas nos problemas propostos.

Após a explanação, as turmas concordaram em participar e os alunos mostraram-se muito entusiasmados.

1. 1ª série

Para esta turma, o diagnóstico também é a 1ª sessão da *engenharia didática*, pois conforme exposto anteriormente, optamos por aplicar a engenharia apenas para a turma de 1ª série. Iremos descrevê-la no Capítulo V – Aplicação da Engenharia em sala de aula.

Observamos as produções dos alunos em cada problema proposto. As respostas foram categorizadas em 4 grupos: corretas e completas, corretas e

incompletas com mais de uma solução, corretas e incompletas com uma solução e incorretas, conforme exposto na análise a priori.

2. 2ª e 3ª séries

Nas 2ª e 3ª séries esta sessão diagnóstico ocorreu no início do segundo semestre. Os problemas resolvidos por estes alunos são os enunciados anteriormente como 1 ao 8 e, foram os mesmos utilizados na Sessão 3 da engenharia didática realizada com a 1ª série.

Em ambas as séries, todos os alunos estavam presentes e concordaram em participar da pesquisa. Contamos, portanto, com a participação dos 26 alunos da 2ª série e 26 da 3ª série.

Como esta sessão ocorreu em momento posterior à aplicação da seqüência na turma de 1ª série, os alunos foram questionados se tinham conhecimento desta pesquisa anteriormente a esta conversa. Ao responderem que 'não', todos foram convidados a participar da pesquisa.

No início da sessão, a pesquisadora/professora salientou que os alunos já haviam recebido instrução do conteúdo abordado, mas que os problemas não eram os costumeiros ao ambiente escolar. Pediu, então, que resolvessem os problemas, individualmente, e, em caso de dúvidas, quanto ao enunciado, as questões fossem feitas em voz alta, de modo que todos pudessem ouvi-las e, do mesmo modo, seriam feitos os esclarecimentos.

Com o aceite dos alunos iniciou-se a sessão. Os alunos foram mantidos em filas, segundo o mapa de sala proposto pela coordenação. Foi pedido que eles deixassem na carteira apenas uma caneta. Então, uma lista com os problemas de 1 a 8 foi distribuída para cada aluno.

3. Dados Obtidos

Os resultados obtidos encontram-se nas tabelas e gráficos a seguir.

Tabela 1: Resultados obtidos pelos alunos da 1ª série no diagnóstico

Problema	Correta e Completa		Correta e Incompleta				Incorreta	
		%	mais de uma solução	%	uma solução	%		%
1	0	0,00	14	41,18	17	50,00	3	8,82
2	0	0,00	16	47,06	16	47,06	2	5,88
3	0	0,00	14	41,18	20	58,82	0	0,00
4	0	0,00	13	38,24	19	55,88	2	5,88

Gráfico 1 – Resultado do diagnóstico da 1ª série

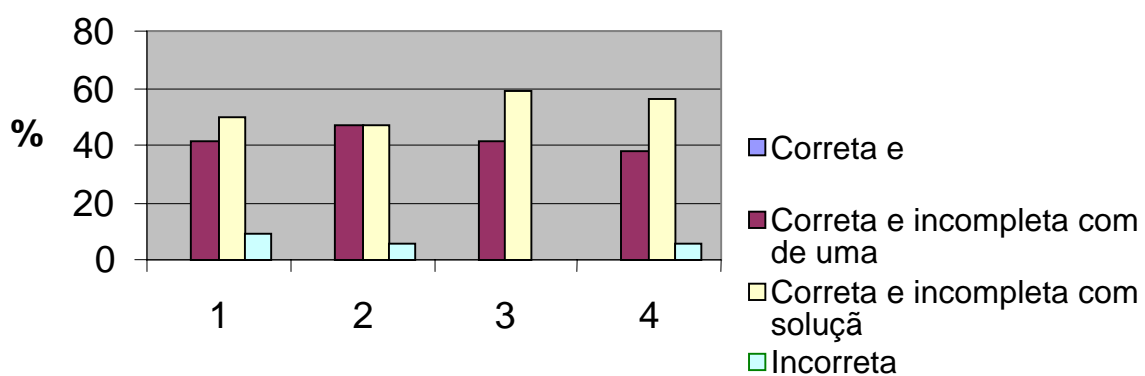


Tabela 2: Resultados obtidos pelos alunos da 2ª série no diagnóstico

Problema	Correta e Completa		Correta e Incompleta				Incorreta	
		%	mais de uma solução	%	uma solução	%		%
1	1	3,85	17	65,38	6	23,08	2	7,69
2	1	3,85	19	73,08	6	23,08	0	0,00
3	0	0,00	18	69,23	8	30,77	0	0,00
4	0	0,00	18	69,23	7	26,92	1	3,85
5	0	0,00	16	61,54	9	34,62	1	3,85
6	0	0,00	17	65,38	8	30,77	1	3,85
7	0	0,00	16	61,54	9	34,62	1	3,85
8	0	0,00	18	69,23	7	26,92	1	3,85

Gráfico 2 – Resultado do diagnóstico da 2ª série

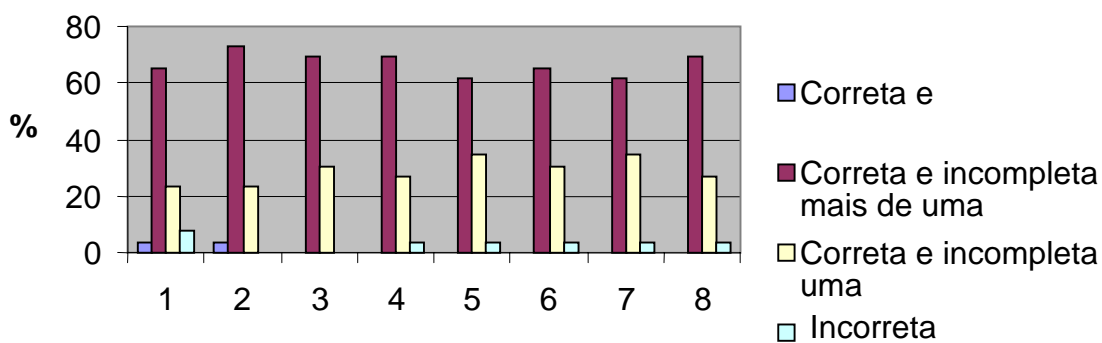
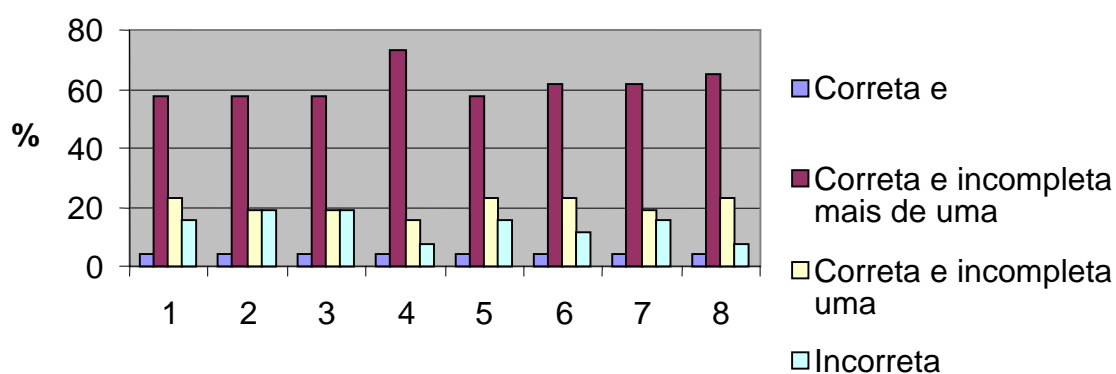


Tabela 3: Resultados obtidos pelos alunos da 3ª série no diagnóstico

Problema	Correta e Completa		Correta e Incompleta				Incorreta	
		%	mais de uma solução	%	uma solução	%		%
1	1	3,85	15	57,69	6	23,08	4	15,38
2	1	3,85	15	57,69	5	19,23	5	19,23
3	1	3,85	15	57,69	5	19,23	5	19,23
4	1	3,85	19	73,08	4	15,38	2	7,69
5	1	3,85	15	57,69	6	23,08	4	15,38
6	1	3,85	16	61,54	6	23,08	3	11,54
7	1	3,85	16	61,54	5	19,23	4	15,38
8	1	3,85	17	65,38	6	23,08	2	7,69

Gráfico 3 – Resultado do diagnóstico da 3ª série



Conclusões parciais

Conforme o exposto pelas tabelas e evidenciado pelos gráficos, a maioria dos alunos, em todas as séries, se distribuíram na categoria de respostas corretas e incompletas.

Verificamos que entre os alunos de 1ª série, nenhum aluno obteve resposta correta e completa em nenhum dos quatro problemas propostos.

Entre os alunos da 2ª série, apenas um aluno obteve resposta correta e completa em apenas dois dos oito problemas propostos.

Na 3ª série, um único aluno foi classificado na categoria resposta correta e completa, nos oito problemas propostos.

Podemos concluir então, que *os alunos do ensino Médio apresentam as dificuldades detectadas nos estudos anteriores*, ou seja, os alunos atribuem significado restrito às relações *'chegar antes de'* e *'não chegar depois de'*.

Podemos destacar que, entre os alunos de 2ª e 3ª séries, foram mais evidentes o aceite dos problemas com mais de uma solução, o mesmo não ocorreu entre os alunos da 1ª série.

Nas três séries, a maioria dos alunos tiveram suas respostas categorizadas como corretas e incompletas, como dito anteriormente. Mas,

podemos observar que dentre os alunos de 2^a e 3^a série, a maioria das soluções se enquadrou nas respostas com mais de uma solução. O mesmo não ocorreu com as respostas dos alunos da 1^a série. Nesta série, o número de soluções correta e incompletas com uma solução (única) foi superior ao número de soluções correta e incompletas com mais de uma solução.

Entre vários fatores que podem justificar este fato, ressaltamos que os alunos de 2^a e 3^a séries da escola vivenciam, na 2^a série, tanto em outros assuntos de Matemática como na disciplina de Física, problemas com soluções múltiplas.

O mesmo não acontece com os alunos da 1^a série, pois este tipo de solução é menos comum nas séries do ensino fundamental, na Instituição em que estudam, constituindo, para a esta turma, um novo tipo de solução.

V - APLICAÇÃO DA ENGENHARIA EM SALA DE AULA

Neste capítulo, apresentamos a descrição das sessões realizadas com os alunos da 1ª série, seguidas da apresentação dos dados obtidos e conclusões parciais.

1. Sessão 1

A sessão 1 ocorreu no 1º semestre. Nessa sessão nenhum aluno faltou, contamos, portanto, com a participação dos 34 alunos da 1ª série A.

A sessão foi iniciada pedindo que os alunos guardassem todo o material, inclusive o estojo com lápis e canetas. Neste momento, os alunos encontravam-se em filas, segundo o mapa de sala proposto pela coordenação e mantido para esta primeira sessão.

Foi entregue então a todos os alunos uma folha com os quatro problemas citados anteriormente, com os enunciados intitulados pelas letras A, B, C e D, e uma caneta azul para resposta individual.

1.1. Análise das produções dos alunos

Tendo em vista que todos os alunos resolveram os problemas, ao menos em parte, concluímos que os conhecimentos antigos foram mobilizados.

1.1.1. Quanto às fases da dialética *ferramenta-objeto*

Segundo o quadro teórico adotado, podemos dizer que todos os alunos atingiram a 1ª fase da dialética ferramenta-objeto, denominada por Douady de *Antigo*, tendo em vista que todos os alunos resolveram, ao menos em parte, os problemas propostos.

A segunda fase da dialética ferramenta-objeto dá-se pelo início da fase de ação ou pesquisa, onde os alunos são conduzidos a buscar meios para resolver completamente o problema. Alguns alunos explicitaram tentativas, que nos conduzem a considerá-los como em fase de ação ou pesquisa.

Observamos as maneiras como os alunos dispuseram as personagens e verificamos que as produções podem ser organizadas segundo a apresentação, conforme segue:

1) As personagens foram associadas a ordinais e posicionados verticalmente

- 11 alunos apresentaram produção conforme o exemplo da Figura 1. Este exemplo refere-se à resolução do problema D.

1ª Vitória	1º Paulo	1ª Vitória
2ª Carolina	2ª Vitória	2º Paulo
3º Paulo	3ª Carolina	3ª Carolina
4ª Felipe	4ª Felipe	4ª Felipe

Figura 1 - Exemplo de apresentação com as personagens associadas a ordinais e posicionados verticalmente

2) As personagens foram associadas a ordinais e posicionados horizontalmente

- 8 alunos apresentaram produção conforme o exemplo da Figura 2. Este exemplo refere-se à resolução do problema C.

1º	2º	3º	4º
Daniela	Gustavo	Vinicius	Lidia
Daniel	Vinicius	Gustavo	Lidia
Vinicius	Daniela	Gustavo	Lidia

Figura 2 – Personagens associadas a ordinais, posicionados horizontalmente

3) As personagens foram posicionadas horizontalmente e as posições possíveis marcadas com número ordinal

- 3 alunos apresentaram produção conforme o exemplo da Figura 3. Este exemplo refere-se à resolução do problema A.

Paulo	Bruna	Fernanda	Julia
3º	4º	2º	1º
0º	..	0º	0º
2º		3º	2º
0º			
1º			

Figura 3 - Personagens posicionadas horizontalmente e as posições marcadas com número ordinal

4) As personagens foram posicionadas horizontalmente com marcas para cada personagem

- 1 aluno apresentou produção conforme Figura 4. Este exemplo refere-se à resolução do problema A.

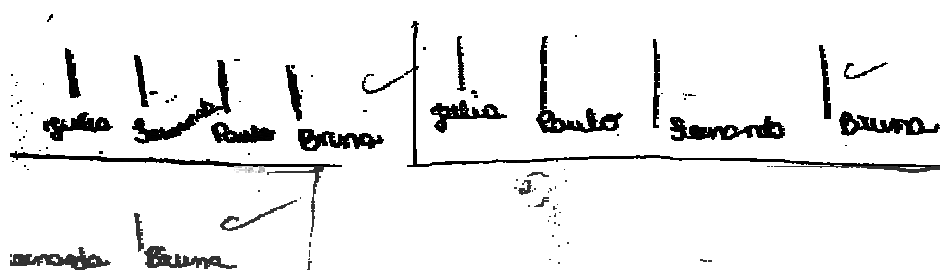


Figura 4 - Personagens posicionadas horizontalmente com marcas para cada personagem

5) Representação utilizando-se de desenho:

- 1 aluno apresentou produção conforme Figura 5. Este exemplo refere-se à resolução do problema A.

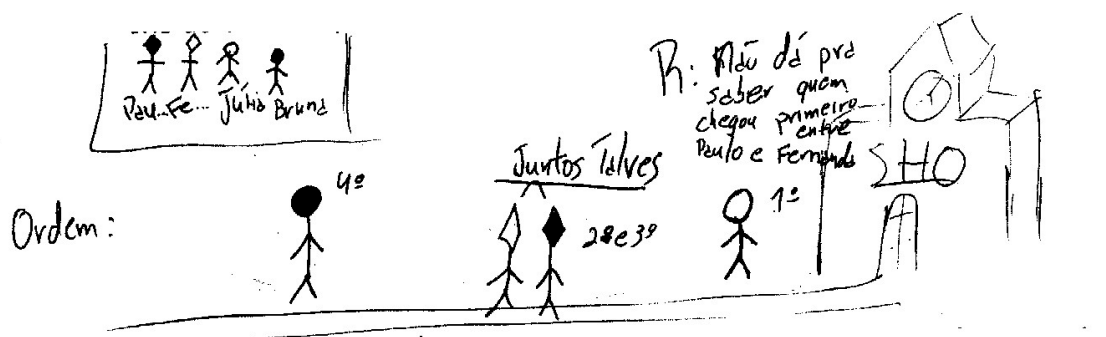


Figura 5 – Desenho

6) Correção da questão

- 6 alunos ao conferir sua(s) resposta(s) anularam as que não estão de acordo com o enunciado, conforme a Figura 6. Este exemplo refere-se à resolução do problema C.

~~Luiza → Victor → Alex → Rafaela~~
 Luiza → Alex → Victor → Rafaela

Figura 6 – Correção da questão

7) Apenas resposta.

- 5 alunos apresentaram produção conforme o exemplo da Figura 7. Este exemplo refere-se à resolução do problema D. Neste caso não podemos dizer se houve “pesquisa”.

Alex → Luiza → Victor → Rafaela
 Luiza → Alex → Victor → Rafaela

Figura 7 – Apenas resposta

O intuito desta observação está em verificar se os alunos apresentam as dificuldades detectadas, em estudos anteriores, no que diz respeito ao marco de chegada e observar o sentido adotado pelos alunos.

O sentido '*da esquerda para a direita*' e o uso apenas das iniciais das personagens, assim como foi feito por nós na análise *a priori*, não foram utilizados por nenhum aluno nas produções da Sessão 1.

A pesquisadora/professora, durante as intervenções com os alunos na Sessão 2, sugeriu a utilização das iniciais, mas estas só foram utilizadas pelos alunos nas explicitações em lousa, após combinar com o grupo classe.

1.1.2. Quanto aos tipos de soluções:

- 1) Incompleta com mais de uma solução e correta: 12 alunos.
- 2) Incompleta com uma única solução e correta: 17 alunos.
- 3) Pelo menos uma solução incorreta: 5 alunos.

1.3. Preparação para a sessão 2

De acordo com a organização social das atividades de aprendizagem na aula, Coll (1996) caracterizou três estruturas de meta (*goal structure*): cooperativa, competitiva e individualista.

Em tarefas de aprendizagem destinadas à formação de conceitos, à resolução de problemas verbais e à formulação de conjeturas, juízos e predições, que é o nosso caso nesta pesquisa, Coll (1996) afirma que as situações cooperativas são superiores às competitivas quanto ao rendimento e à produtividade dos participantes. Afirma ainda que as situações cooperativas são superiores às individualistas nas tarefas que não são de natureza mecânica, que é o nosso caso.

Com base neste autor, procuramos desenvolver a nossa atividade na categoria denominada como estrutura cooperativa, de modo que os objetivos perseguidos pelos participantes estejam estritamente vinculados entre si. Desta maneira, cada integrante do grupo alcança os seus objetivos se, e somente se, os demais também alcançarem os seus. Nesta categoria de organização, os resultados obtidos por cada integrante do grupo são igualmente benéficos aos demais.

Com as respostas dos problemas apresentados pelos alunos, buscamos em Coll (1996) ferramentas que nos nortearam quanto à separação dos grupos. Para este autor, a colaboração entre alunos, com um nível elevado

de igualdade e mutualidade, oferece um contexto apropriado para a descoberta e a aprendizagem de novas relações e habilidades.

Deste modo, dividimos a turma em três grupos com base nas produções apresentadas pelos alunos na sessão 1.

Grupo 1

Este grupo foi formado pelos alunos que apresentaram respostas corretas e incompletas, com mais de uma solução. O total de estudantes deste grupo é de 12 alunos.

Grupo 2

Este grupo foi formado pelos alunos que apresentaram respostas corretas e incompletas, com uma única solução. O total de alunos deste grupo seria de 17 alunos. Já em posse das notas de Matemática dos alunos no primeiro bimestre, optamos em transferir os seis alunos de menor rendimento para o grupo três de modo que o número de participantes dos grupos fosse semelhante.

Procedemos, então à análise do rendimento dos alunos no 1º Bimestre.

- 1) Chamamos de “fortes” aqueles alunos que apresentaram nota igual ou superior a 8,0 (oito) no 1º Bimestre: 7 alunos.

- 2) Chamamos de “médios” aqueles alunos que apresentaram notas 5,5 (cinco e meio), 6,0 (seis), 6,5 (seis e meio), 7,0 (sete) e 7,5 (sete e meio) no 1º Bimestre: 18 alunos.

- 3) Chamamos de “fracos” aqueles alunos que apresentaram nota menor ou igual a cinco (5,0) no 1º Bimestre: 9 alunos.

Dentre os alunos “fracos”, 6 que se encontravam neste grupo foram transferidos para o grupo 3, ficando o Grupo 2 com o total de 11 alunos.

Grupo 3

Este grupo foi formado pelos alunos que apresentaram pelo menos uma resposta incorreta acrescido dos seis alunos acima citados.

O total de estudantes deste grupo é de 12 alunos.

2. Sessão 2

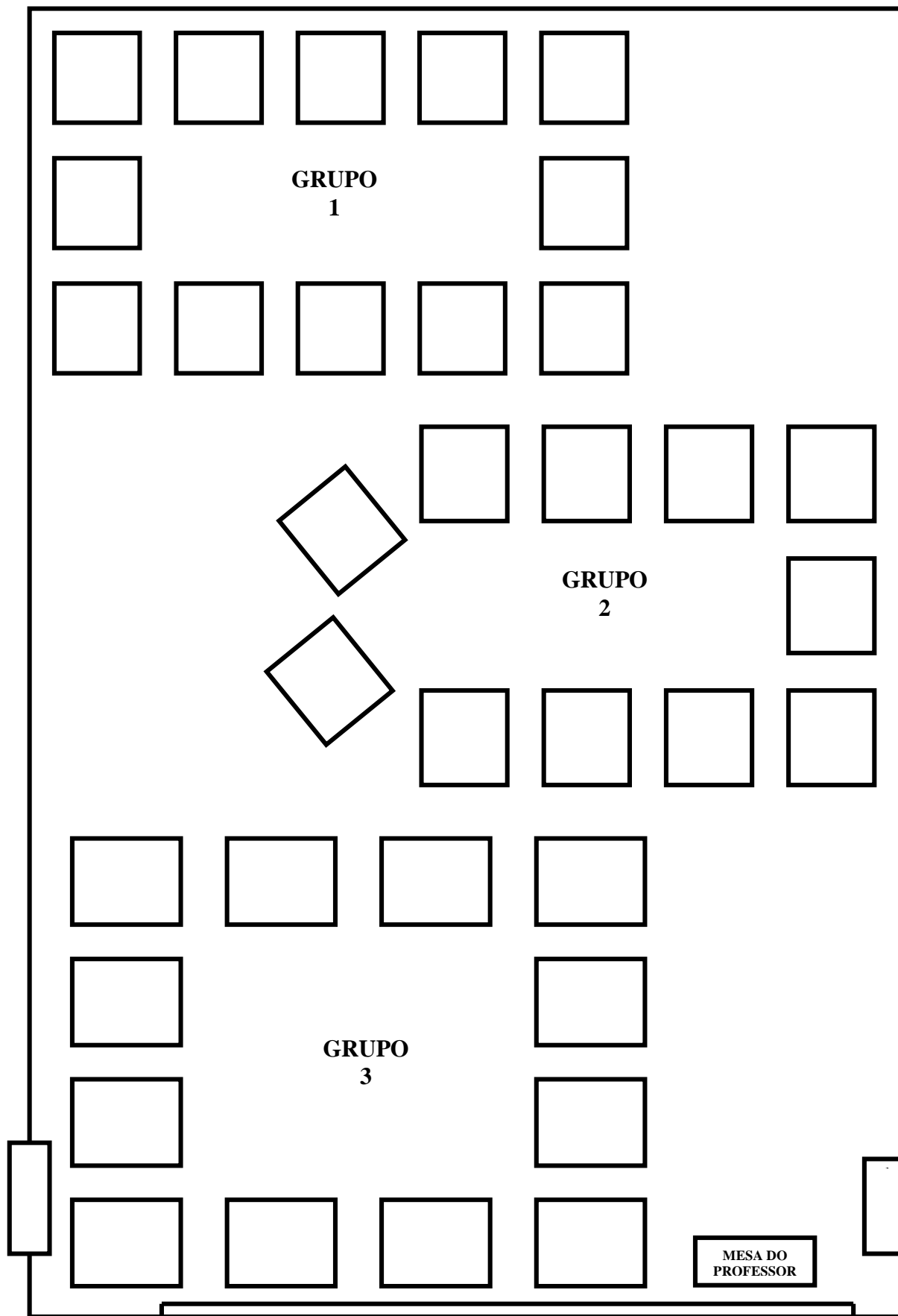
Abaixo descreveremos a Sessão 2, seguida de análise e conclusão parcial. Essa sessão aconteceu ainda no primeiro semestre, dois meses após a Sessão 1 e contou com a participação de 30 alunos, ou seja, faltaram quatro alunos.

Antes de dar início à sessão, os alunos foram apresentados às observadoras e ao filmador. Pedimos para que os alunos se manifestassem, em voz alta e devagar, para que as observadoras pudessem anotar e que os registros do filme pudessem ser entendidos posteriormente. Pedimos, também, que os alunos ficassem atentos em não tampar as etiquetas colocadas nas carteiras para identificação.

Das experiências que a pesquisadora/professora teve em trabalhos promovidos anteriormente nesta turma, decidimos por montar um *lay-out* posicionando os alunos de modo a beneficiar a interação entre os integrantes de cada grupo.

Para tal, optamos em separar aqueles que, naturalmente, formam sub-grupos, pela afinidade e amizade pessoal, que prejudicam o bom andamento dos trabalhos em grupo propostos com conversas sobre outros assuntos. Também procuramos deixar separados os alunos mais desenvolvidos com o intuito de promover os debates, integrando os demais membros do grupo.

LAY-OUT DA SALA



LOUSA

Após os alunos sentarem nos lugares designados, a sessão 2 foi iniciada, assim como na sessão 1, pedindo que os alunos guardassem todo o material, inclusive o estojo com lápis e canetas. Os alunos ficaram apenas com o material entregue nesta sessão em suas carteiras: uma caneta de cor diferente da entregue na sessão 1, a folha com os problemas resolvidos na sessão 1 (intitulados de A, B C e D) e quatro folhas (uma folha em branco para cada problema).

A pesquisadora/professora pediu a cada aluno que confrontasse suas respostas com o enunciado e com os demais integrantes do grupo e que as modificassem em caso de comum acordo.

Preparamos para esta sessão dois recursos que poderíamos oferecer aos alunos:

- a) cartões: confeccionamos quadrados pequenos (3cm X 3cm) em papel, com as iniciais dos nomes das personagens dos problemas propostos.

- b) dramatização: confeccionamos retângulos grandes (meia folha sulfite) em papel, com as iniciais dos nomes das personagens dos problemas propostos. Para a dramatização, alguns alunos foram convidados a encenar as hipóteses levantadas para as ordens de chegada, utilizando o corpo e as placas.

Grupo 1:

Este grupo foi formado por 12 alunos. Com a ausência, no dia da Sessão 2, de um aluno, o grupo contou com a participação de 11 alunos. Neste grupo, temos os alunos que tiveram suas produções da Sessão 1 categorizadas como respostas corretas e incompletas com mais de uma solução. A pesquisadora pediu ao grupo que confrontassem e discutissem suas soluções. O grupo respondeu que as soluções estavam corretas e a pesquisadora questionou se não haveria outras possibilidades. Diante do silêncio do grupo, a pesquisadora/professora ofereceu aos alunos os recursos disponíveis: cartões com as iniciais das personagens do problema ou dramatização.

Com os cartões em mãos, os alunos partiram para a fase de *Pesquisa da dialética ferramenta-objeto* buscando novos recursos para a resolução do problema, conforme trecho transcrito a seguir:

Pesquisadora (coloca os cartões na seguinte ordem):

F P B J.

O Aluno 1 enquanto pensa, muda os cartões de ordem.

Aluno 2: E o Paulo, não pode ter chegado junto com alguém?

Pesquisadora: Será que Paulo poderia chegar ao mesmo tempo que alguém?

Alunos: acenam com a cabeça que sim.

Apesar de concordarem com a possibilidade de *'Paulo chegar ao mesmo tempo que alguém'*, os alunos não transcrevem no papel e o Aluno 2 sugeriu o outro recurso para continuarem *pesquisando*, a dramatização.

A dramatização iniciou-se com a pesquisadora pedindo para que um aluno do grupo lesse o enunciado enquanto os colegas que participaram da dramatização se organizassem. As respostas já apresentadas como solução na Sessão 1 foram apresentadas em forma de dramatização pelos alunos do grupo e foram confrontadas com o enunciado com o auxílio da pesquisadora. Em seguida, a nova possibilidade foi dramatizada, como ilustra o a transcrição do trecho a seguir:

Aluno 2: Paulo junto com Júlia.

Pesquisadora: Confere com o enunciado?

Alunos (relêem o enunciado e respondem que sim).

Aluno 3: Paulo também pode ter chegado junto com Fernanda.

Aluno 4: Júlia pode ter chegado junto com... Não, não pode.

Aluno 2: É, não pode. O único que pode chegar junto com alguém é o Paulo, mas ele tem que chegar antes de Bruna.

A pesquisadora deixou os alunos resolvendo os demais problemas e se dirigiu a outro grupo.

Grupo 2

Participaram deste grupo os alunos que tiveram suas produções da Sessão 1 categorizadas como respostas corretas e incompletas com uma solução. Neste grupo foram separados 11 alunos. Porém, na Sessão 2, faltaram 3 alunos, totalizando 8 alunos presentes na Sessão 2.

Assim como no Grupo 1, a pesquisadora iniciou pedindo que a solução fosse confrontada e discutida com o grupo. Todos concordam que a solução estava correta e, mediante a pergunta da pesquisadora sobre novas possibilidades, os alunos ficaram em silêncio. Foi oferecido então os recursos disponíveis e um aluno pegou os cartões enquanto os demais participantes do grupo *pesquisavam* individualmente, em suas folhas por meio da leitura do enunciado e levantamento de hipóteses. Segue-se transcrição do trecho que ilustra a situação descrita:

Aluno 1: (coloca) J P F B
 P J F B

(mistura os cartões sem nada redigir na folha de questões).

Pesquisadora para Aluno 2: Existem outras possibilidades para Paulo?

Aluno 2: Eu coloquei em primeiro, mas poderia ter colocado na segunda posição.

Pesquisadora: Você quer escrever essa possibilidade?

O Aluno 1 redigiu uma nova possibilidade em sua folha, mas os demais integrantes do grupo continuaram calados. Foi sugerida então a dramatização. Os alunos aceitaram. Então, um aluno leu o enunciado do problema enquanto os alunos que participaram da dramatização se posicionavam, com as placas contendo as iniciais das personagens, na ordem que os alunos sugeriram. O trecho transcrito a seguir ilustra a situação:

Aluno 3: Primeiro Júlia, depois Fernanda, depois Bruna, em seguida, antes de Bruna, Paulo.

Aluno 4: O Paulo pode ter chegado antes de Júlia. (Os alunos se recolocam)

Aluno 3: Paulo chegou antes de Bruna.

Aluno 3: Paulo chegou antes de Fernanda.

Pesquisadora: Confronte com o enunciado.

Alunos (relêem o problema confrontando as novas soluções)

Pesquisadora: Chegamos a três ordens diferentes. Todos convencidos?

Alunos (acenam que sim com a cabeça).

Aluno 4: Pode ser que eles tenham chegado juntos. Paulo e Júlia.

(Os alunos relêem o enunciado e em seguida conferem).

Conforme prevíamos na análise *a priori*, o termo “não lembrava” mantido nos enunciados dos problemas também foi entendido por alguns alunos do ensino médio como “não viu”, conforme mostram os diálogos transcritos abaixo:

Pesquisadora: Você acha que tem outra possibilidade? Por que Paulo está nessa posição?

Aluno1 do Grupo 2: Aqui disse que não se lembrava de ninguém.

...

Aluno1 do Grupo2: Paulo não se lembrava dos colegas. Como que ele chegou em primeiro?

Aluno2 do Grupo 2: Como ele chegou antes dos outros colegas sem ter se lembrado de ninguém? Foi isso o que eu pensei.

Com os alunos resolvendo os demais problemas, a pesquisadora deixou o grupo e se dirigiu a outro.

Grupo 3

Neste grupo algumas produções tiveram pelo menos uma resposta incorreta. Sendo assim, a pesquisadora iniciou pedindo que os alunos confrontassem suas respostas com o enunciado e, em seguida, com os colegas.

Verificando que alguns alunos não sabiam conferir suas respostas, a pesquisadora foi, individualmente, a esses alunos e releu o problema em voz alta, confrontado, com a participação do aluno, a solução encontrada com o enunciado.

Alguns alunos não admitiram outras soluções, diferenciando *solução* (ordenação que atende ao problema concreto) e *resposta certa* (ordenação que coincide com uma solução convencionalizada como correta). É o que ocorre no diálogo que transcrevo abaixo:

Pesquisadora: Será que existe somente uma possibilidade?

Aluno 1: Para mim, esse modo é o único certo.

Assim como nos demais grupos, foram oferecidos os recursos de cartões com as iniciais das personagens e a dramatização. Mediante a dificuldade de interação entre os componentes do grupo, a pesquisadora optou por atender individualmente aos alunos.

Mesmo oferecendo os recursos de cartões e dramatização e incentivando a confrontação com os enunciados, alguns alunos ficaram parados olhando para a folha com os problemas, sem falar ou escrever.

Um dos alunos, o Aluno 2, já havia confrontado a sua resposta (ele havia colocado duas soluções: uma correta e uma incorreta), mas pediu o auxílio dos cartões para *explicitar* o seu pensamento quando questionado sobre outras possibilidades, como mostra o diálogo transcrito abaixo:

Aluno 2: (acena que sim com a cabeça e manuseia os cartões). Três.

Pesquisadora: Será que existem outras possibilidades?

Aluno 2: Não.

Com o intuito de evitar o bloqueio no aluno, a pesquisadora lançou uma questão que possibilitou abertura para a *Pesquisa* de novas possibilidades. Segue-se a transcrição do trecho que ilustra a situação:

Pesquisadora: E se ele chegar ao mesmo tempo?

Aluno 2: (sorri e começa a mexer os cartões)

Pesquisadora: Continue tentando.

A interação entre o grupo só aconteceu de fato com o pedido de um dos alunos para que se realizasse a dramatização. O aluno, que pediu o recurso, lê o problema e posiciona os colegas, que participaram da representação, segundo

suas hipóteses, o grupo confrontou a solução com o enunciado, como mostra transcrição do diálogo a seguir:

Aluno 3: Júlia antes da Fernanda.

Pesquisadora: Onde ficaria Bruna?

Aluno 3: Atrás de Fernanda.

Pesquisadora: Onde você quer colocar Paulo?

Aluno 3: Antes de todo mundo, na frente da Júlia.

Pesquisadora: Qual é a ordem então?

Aluno 3: Paulo Júlia Fernanda Bruna.

Pesquisadora: O que mais você pensou?

Aluno 3: Júlia poderia ter chegado primeiro.

Júlia Paulo Fernanda Bruna.

Aluno 5: Fernanda antes de Bruna.

Podemos trocar: Fernanda antes de Paulo.

Júlia Fernanda Paulo Bruna.

Pesquisadora: Quantas possibilidades nós temos?

Aluno 3: Três. Existem mais possibilidades.

Pesquisadora: Todos os alunos concordam?

*Aluno 2: Paulo não poderia ter chegado ao mesmo tempo que
Fernanda?*

Alguns alunos buscaram na expressão “*não lembrava*” a justificativa de uma nova possibilidade, como segue no trecho transcrito a seguir:

Aluno 1 do Grupo 3: Como Paulo não lembrava, Julia primeiro, Paulo antes de Bruna.

Aluno 2 do Grupo 3: Será que Paulo por ter falado que não se lembra dos colegas não afirma que quando ele chegou já tinha alguém lá?

Aluno 3 do Grupo 3: É lógico.

O grupo continuou a discussão e, com o auxílio da dramatização e dos cartões, respondeu aos demais problemas.

Grupo Classe

Após a discussão entre os grupos, deu-se início a discussão com o grupo classe, iniciou-se então a fase de *Explicitação* no grupo classe.

Foi pedido que um representante de cada grupo colocasse na lousa as respostas de comum acordo do grupo. Durante as conversas com os grupos, a pesquisadora/professora, com o recurso dos cartões, sugeriu que se utilizassem apenas as iniciais das personagens e que as ordens de chegada destas fossem posicionadas da '*esquerda para a direita*'.

Sendo assim, com o objetivo de unificar as formas de apresentação das soluções encontradas, ficou combinado que seriam colocadas apenas as iniciais dos nomes das personagens e que o sentido adotado seria '*da esquerda para a direita*'. E mais, usariam uma flecha com o sentido indicado entre as iniciais.

Como não combinamos o símbolo que seria utilizado para representar as personagens que chegaram ao mesmo tempo, os alunos utilizaram a letra "e" e o símbolo "+" entre as personagens para esta representação.

Lousa – Problema 1

Grupo 1:

$P \rightarrow J \rightarrow F \rightarrow B$

$J \text{ e } P \rightarrow F \rightarrow B$

$J \rightarrow P \rightarrow F \rightarrow B$

$J \rightarrow P \text{ e } F \rightarrow B$

$J \rightarrow F \rightarrow P \rightarrow B$

Grupo 2:

$P \rightarrow J \rightarrow F \rightarrow B$

$J \rightarrow F \rightarrow P \rightarrow B$

$J \rightarrow P \rightarrow F \rightarrow B$

$J \text{ e } P \rightarrow F \rightarrow B$

$J \rightarrow P \text{ e } F \rightarrow B$

Grupo 3:

$J \rightarrow F \rightarrow P \rightarrow B$

$J \rightarrow P \rightarrow F \rightarrow B$

$P \rightarrow J \rightarrow F \rightarrow B$

Com as respostas na lousa, a pesquisadora/professora leu as três e pediu que os alunos as confrontassem. Questionou se todos os grupos estavam de acordo com as respostas, como mostra o diálogo transcrito abaixo:

Pesquisadora: Então o que vocês acham que está faltando?

Grupo 3: Falta Paulo chegar junto com Fernanda.

Pesquisadora: $J \rightarrow P \text{ e } F \rightarrow B$ (escreve).

Grupo 3: Está faltando mais uma: Julia e Paulo estão juntos.

Pesquisadora: Ah! Está faltando Julia e Paulo ao mesmo tempo.

Pesquisadora: (acrescenta):

J

e $\rightarrow F \rightarrow B$

P

Lousa – Problema 2

Grupo 1

$$L + A \rightarrow V \rightarrow R$$

$$L \rightarrow V + A \rightarrow R$$

$$L \rightarrow A \rightarrow V \rightarrow R$$

$$A + L \rightarrow V \rightarrow R$$

Grupo 2

$$A \rightarrow L \rightarrow V \rightarrow R$$

$$L \rightarrow A \rightarrow V \rightarrow R$$

$$L + A \rightarrow V \rightarrow R$$

Grupo 3

$$A \rightarrow L \rightarrow V \rightarrow R$$

$$L \rightarrow A \rightarrow V \rightarrow R$$

$$A + L \rightarrow V + R$$

Mediante a apresentação das soluções, o Grupo 1, que apresentou uma solução a mais que os demais grupos, foi convidado a *Explicitar* o seu pensamento na solução deste problema.

Para Pozo (1998), a finalidade do problema não é apenas ativar os conhecimentos prévios dos alunos, mas, sobretudo, fazer com que os tornem explícitos, que reflitam sobre eles quando precisem ser comunicados.

Segue a transcrição do trecho que ilustra a *Explicitação* do Grupo 1:

Aluno do Grupo 1: Alex não se lembrava, mas não chegou depois de Victor, ou seja, então ele chegou antes de Vitor ou junto dele.

Pesquisadora: Não chegou depois. O que eu entendo por isso?

Aluno do Grupo1: Chegar antes ou junto.

Pesquisadora: Todos acham que a afirmação está correta?

A pesquisadora pediu que os demais grupos discutissem a nova possibilidade e, em caso de comum acordo, completassem a resposta do seu grupo. Os dois grupos concordaram com a *explicitação* do Grupo 1.

Assim como Pozo (1998), acreditamos que as discussões dos alunos entre si devem ser favorecidas, permitindo que a maioria exponha as suas idéias e ajudando o surgimento de idéias novas. Concordamos também com o autor que a comunicação de suas hipóteses pode ser para o aluno um bom instrumento de reflexão e aprendizagem. Isto está de acordo com o proposto na fase de *Explicitação da dialética ferramenta-objeto*, de Douady.

Após as explicitações, a pesquisadora/professora *Institucionalizou* os conhecimentos que pretendeu que fossem retidos pelos alunos, ou seja, os significados amplos da relação '*chegar antes de*' e da relação de ordem '*não chegar depois de*', como segue na transcrição dos trechos abaixo:

Pesquisadora: Então podemos concluir que “chegar antes” não significa “chegar imediatamente antes”.

...

Pesquisadora: Podemos concluir então que “não chegar depois” significa “chegar antes ou ao mesmo tempo que”.

Conclusões parciais

Utilizamos para favorecer as fases de *pesquisa* e de *explicitação*, esta última envolvendo processos de *validação*, isto é, de aceite ou refutação de resoluções dos problemas, os seguintes recursos: confronto da solução com o enunciado, uso de cartões e dramatização, seguindo Douady.

Pudemos verificar que o recurso de confrontar a resposta com o enunciado do problema, usado primeiramente em todos os grupos, não provocou a produção de novas soluções pelos grupos, em geral. Este recurso foi útil no Grupo 1, cujas produções apresentaram pelo menos uma resposta incorreta na 1ª sessão. O recurso foi utilizado apenas na verificação e correção da solução apresentada anteriormente.

O segundo recurso oferecido aos grupos consistiu no uso dos cartões com as iniciais das personagens. No Grupo 1, tal recurso não provocou o levantamento de novas possibilidades e foi rapidamente abandonado. No Grupo 2, o recurso foi utilizado por dois alunos. Um dos alunos encontrou uma nova possibilidade, mas não a *explicitou* em sua folha. O outro aluno *pesquisou* uma nova solução com o uso dos cartões e *explicitou* a nova possibilidade, redigindo-a em sua folha de questões. No grupo 3 este recurso foi bastante utilizado, sendo que um aluno *pesquisou* e produziu três novas soluções, *explicitando-as* com o manuseio do cartão. Porém, mesmo para este aluno, o manuseio dos cartões não foi suficiente para o levantamento da possibilidade de '*chegar ao mesmo tempo*'.

Com o recurso da dramatização, todos os grupos *pesquisaram, produziram, explicitaram* e confrontaram todas as possibilidades com os enunciados dos problemas durante a discussão com os integrantes do grupo.

Verificamos, porém, que apesar de alguns alunos do Grupo 3 terem explicitado oralmente e confirmado a hipótese de '*chegar aos mesmo tempo*' no problema 1 durante a dramatização, esta solução não foi *explicitada* pelo grupo na lousa, durante discussão no grupo classe.

3. Sessão 3

Essa sessão aconteceu no segundo semestre, três meses após a Sessão 2 e contou com a participação de 34 alunos.

Ao início da sessão, a pesquisadora/professora organizou os alunos em fila, segundo o mapa de sala proposto pela coordenação, e pediu que os alunos deixassem na carteira apenas uma caneta e distribuiu uma lista para cada aluno com os problemas de intitulados pelos Algarismos 1 a 8, enunciados no Capítulo III, na Análise a Priori.

Salientou-se a importância da seriedade na resolução dos problemas e que estes fossem resolvidos, individualmente, sem questionamentos à pesquisadora/professora ou aos colegas.

Objetivamos nessa sessão a verificação do conhecimento individual dos alunos, incluindo problemas similares (1 a 4) e também problemas que consideramos mais complexos (5 a 8) por envolver uma personagem a mais no seu enunciado.

Poderíamos assim, comparar os resultados dos problemas A a D aplicados no diagnóstico (Sessão 1) com os problemas 1 a 4 aplicados nessa sessão. Poderíamos ainda ter uma idéia sobre a evolução de conhecimento nos problemas mais complexos.

4. Análise dos dados

4.1. Dados Obtidos

4.1.1. Tabela

Tabela 4 - Resultados obtidos pelos alunos da 1ª série na Sessão 3

Problema	Correta e Completa		Correta e Incompleta				Incorreta	
		%	mais de uma solução	%	uma solução	%		%
1	10	30,30	18	54,55	1	3,03	4	12,12
2	6	18,18	22	66,67	1	3,03	4	12,12
3	8	24,24	19	57,58	3	9,09	3	9,09
4	5	15,15	22	66,67	4	12,12	2	6,06
5	12	36,36	14	42,42	4	12,12	3	9,09
6	5	15,15	19	57,58	5	15,15	4	12,12
7	8	24,24	18	54,55	6	18,18	1	3,03
8	5	15,15	19	57,58	5	15,15	4	12,12

4.1.2. Comparativo dos resultados

Com base nos dados colhidos na Sessão 1 e na Sessão 3, apresentamos a seguir a tabela e os gráficos comparativos das respostas dos problemas cujos enunciados só alteraram em relação ao nome das personagens. Na Sessão 1, esses problemas são os intitulados pelas letras A a D, e na Sessão 3, pelos algarismos 1 a 4.

Tabela 5 – Comparativo dos resultados

	Correta e Completa		Correta e incompleta				Incorreta	
			mais de uma solução		uma solução			
	Sessão 1	Sessão 3	Sessão 1	Sessão 3	Sessão 1	Sessão 3	Sessão 1	Sessão 3
1ª	0	10	14	18	17	1	3	4
2ª	0	6	16	22	16	1	2	4
3ª	0	8	14	19	20	3	0	3
4ª	0	5	13	22	19	4	2	2

Problema 1

Gráfico 4 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 1

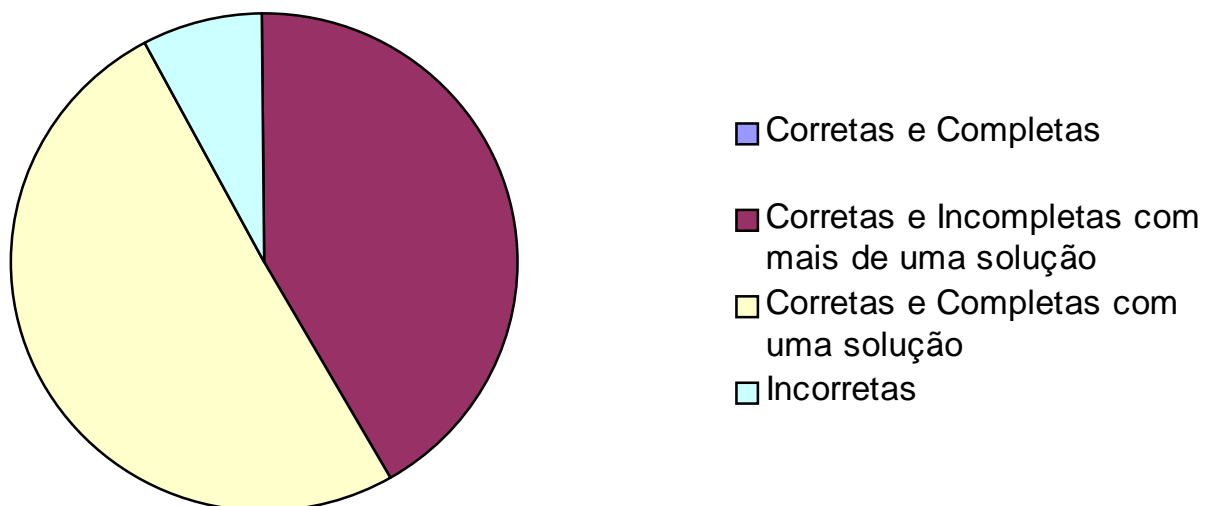
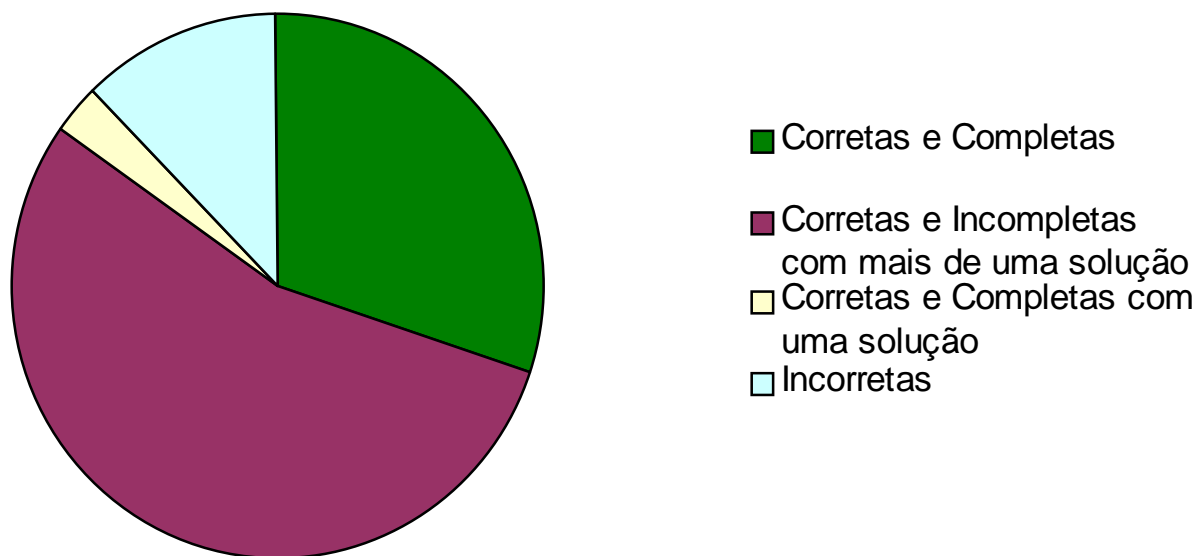


Gráfico 5 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 1



Problema 2

Gráfico 6 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 2

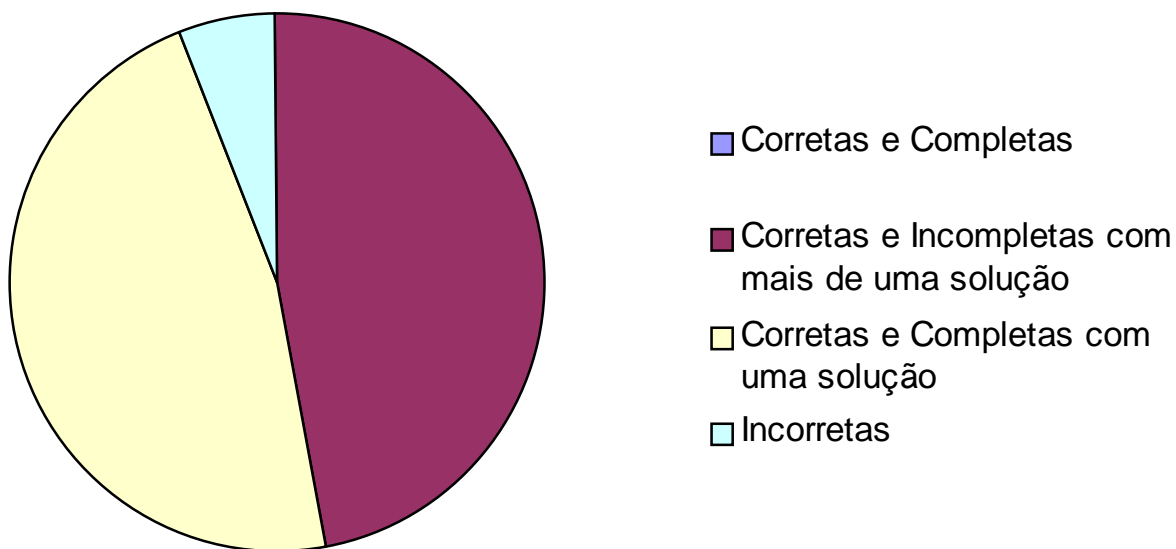
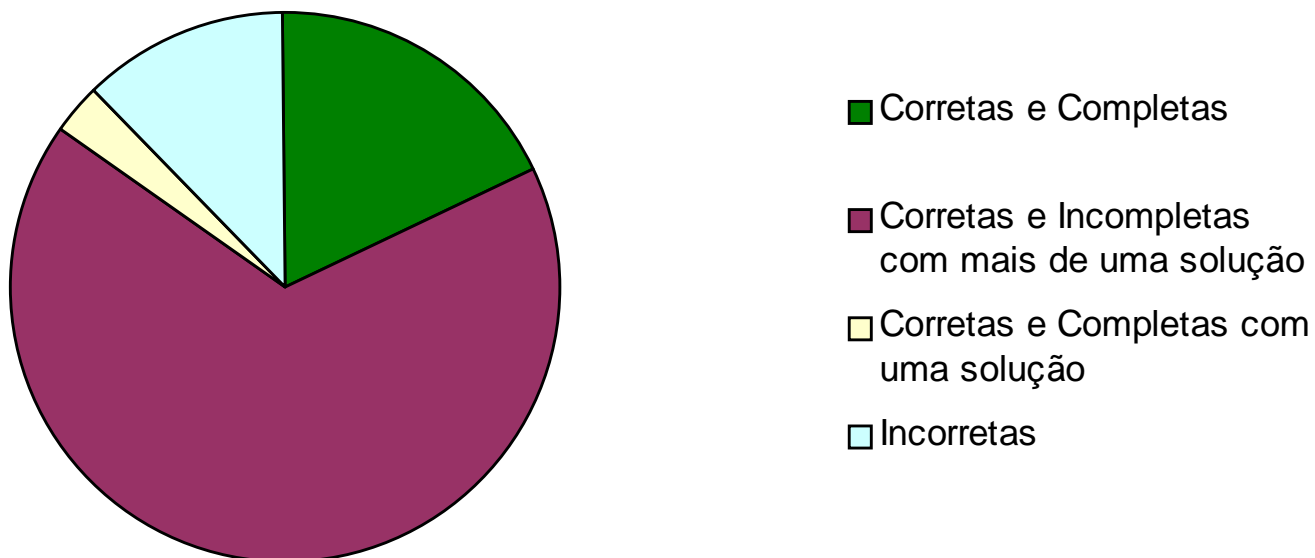


Gráfico 7 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 2



Problema 3

Gráfico 8 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 3

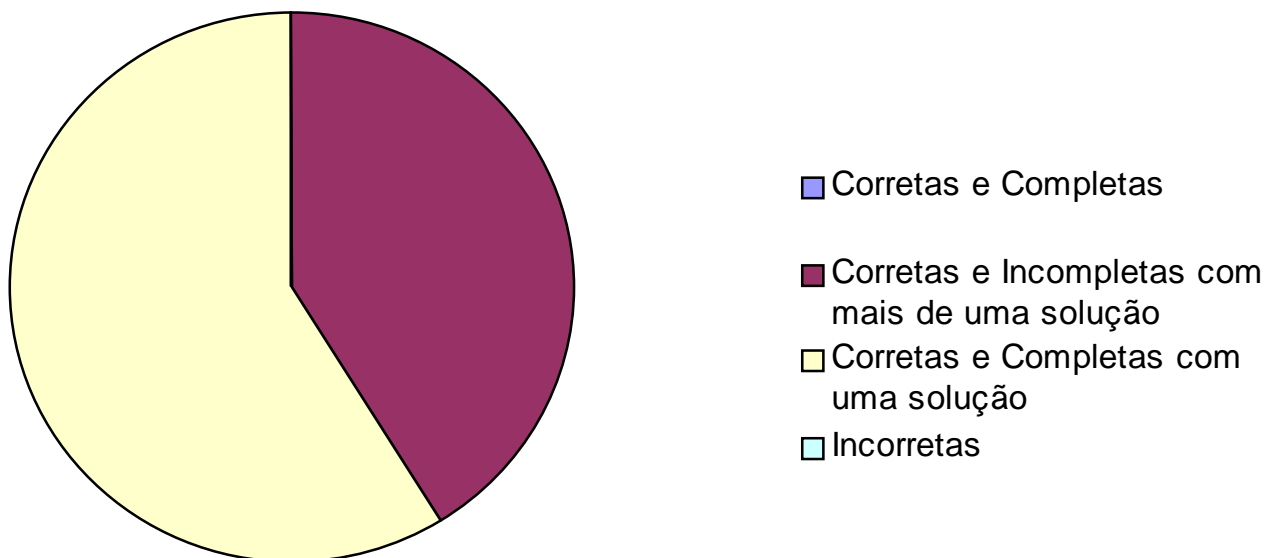
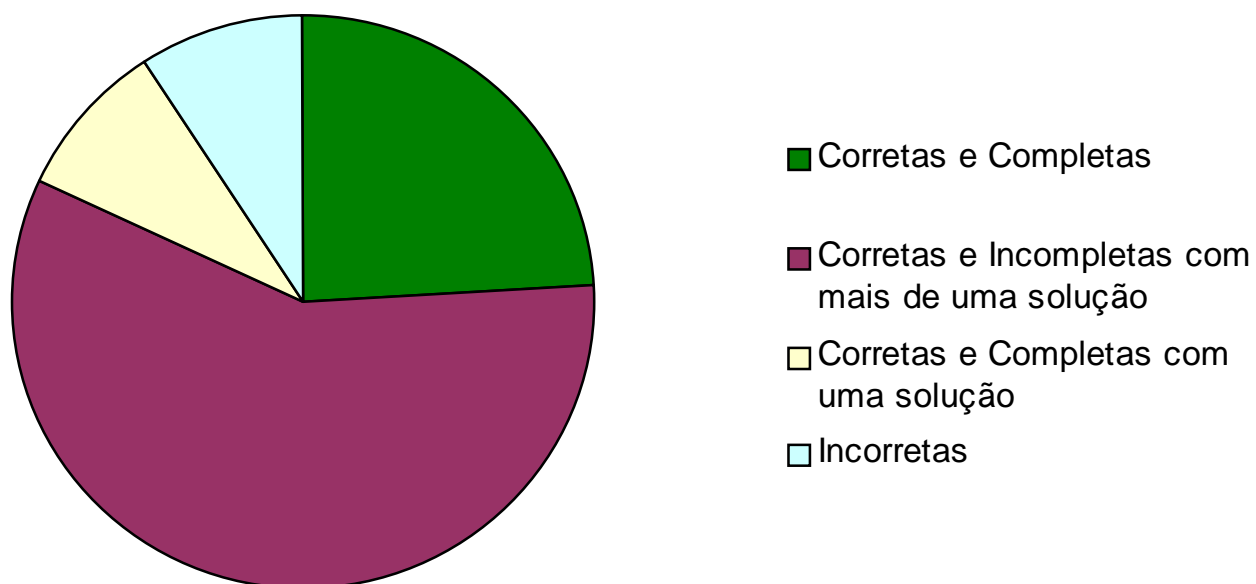


Gráfico 9 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 3



Problema 4

Gráfico 10 – Resultados dos alunos na Sessão 1 no problema 4

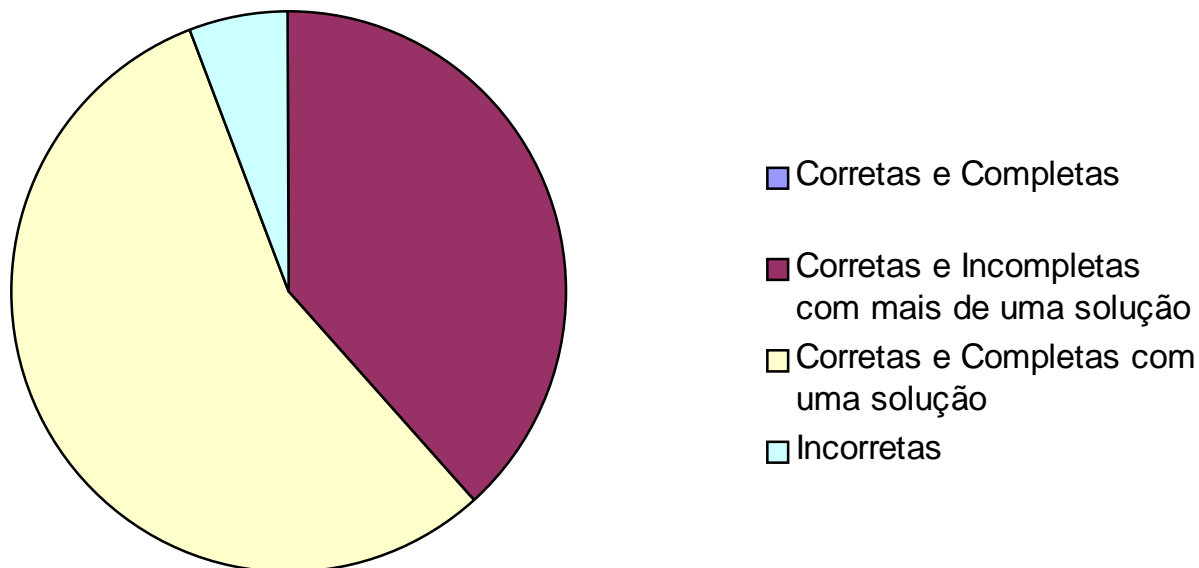
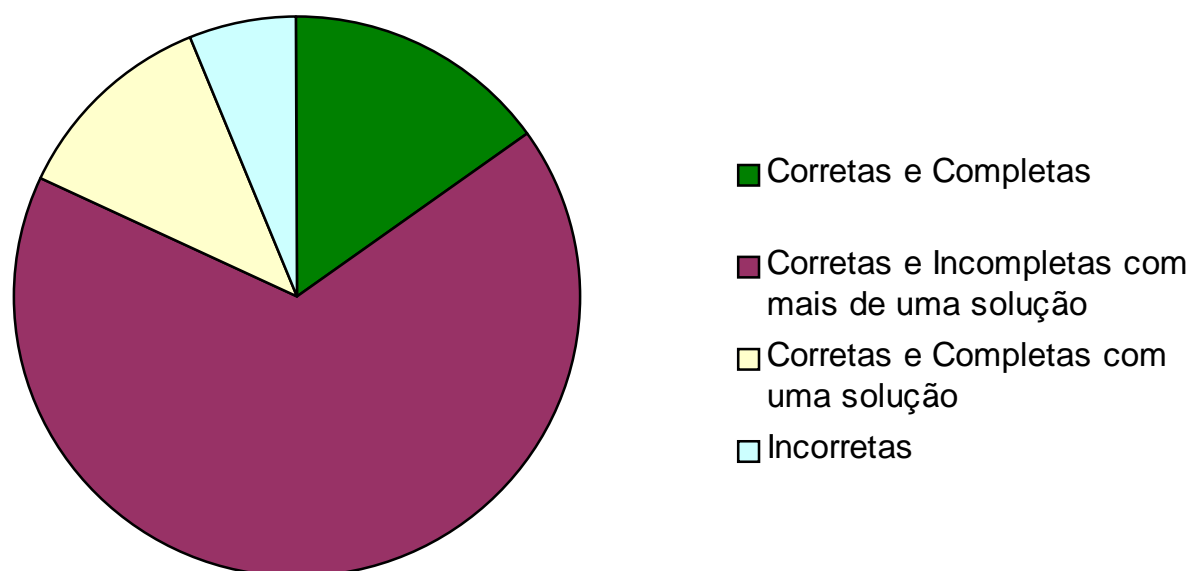


Gráfico 11 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 4



Como podemos verificar em todos os gráficos, nos problemas resolvidos na Sessão 1, não houve nenhuma solução correta e completa, o que já apareceu na Sessão 3, mostrando uma evolução dos conhecimentos dos alunos.

Outro aspecto importante que podemos observar é o crescimento visível entre as duas sessões dos alunos que deram respostas corretas e incompletas com mais de uma solução.

Estes aspectos continuaram presentes nas questões intituladas pelos algarismos 5 a 8, onde foram acrescentadas uma personagem, tornando os problemas mais *complexos*, conforme mostram os gráficos a seguir:

Gráfico 12 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 5

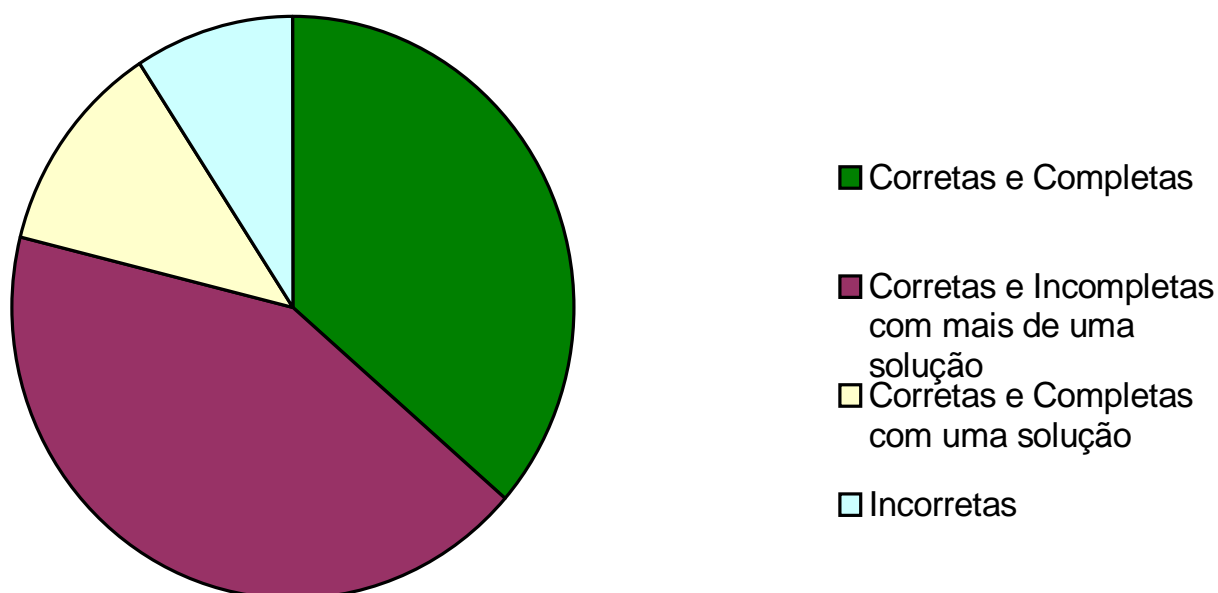


Gráfico 13 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 6

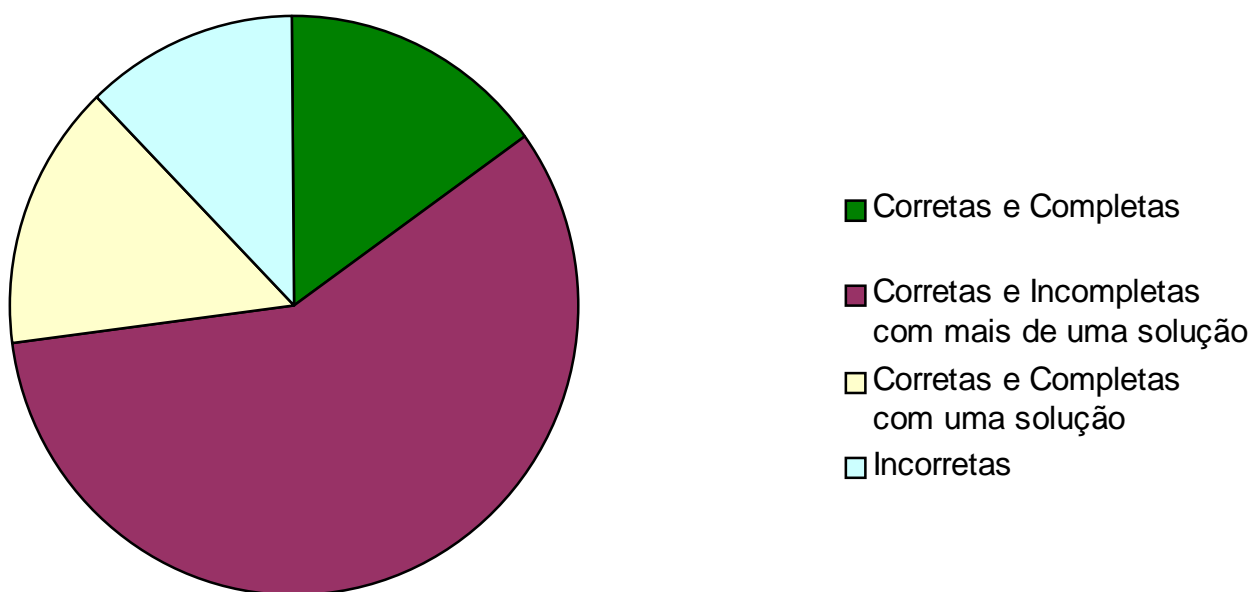


Gráfico 14 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 7

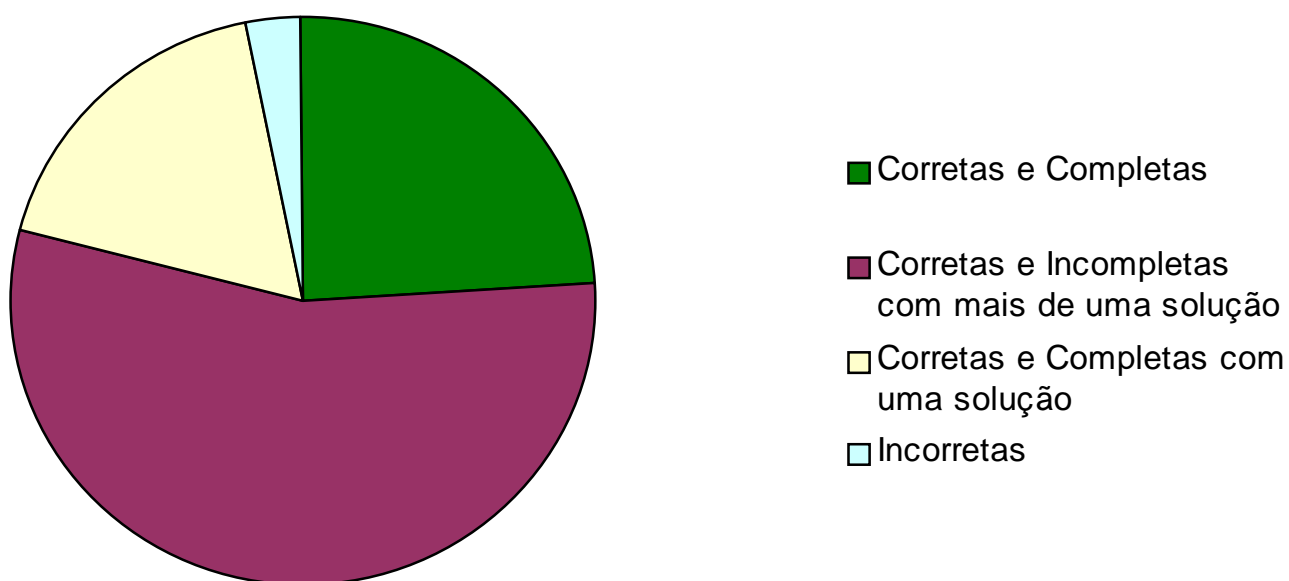
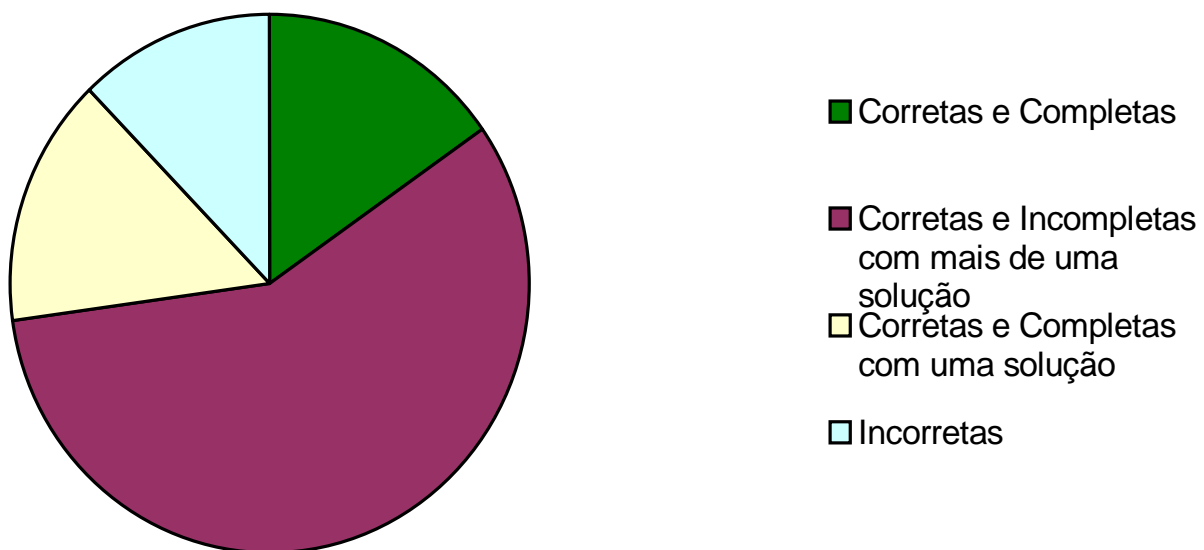


Gráfico 15 – Resultados dos alunos na Sessão 3 no problema 8



4.2. Análise Externa dos Resultados

O nosso estudo consiste na observação das produções dos mesmos alunos, antes e depois de um fator experimental, a intervenção didática.

O Teste de Hipóteses da distribuição normal padronizada (z) será utilizado para a análise dos dados. A aplicação deste teste permite uma conclusão válida, confiável e universal.

Para esta etapa de análise dos dados, procedemos à utilização de novos códigos para análise das produções dos alunos. Os códigos apresentados para nova análise dos dados obtidos na Sessão 1 (diagnóstico) e análise na Sessão 3 são apresentados a seguir:

Quadro 1 - Categorização

Questão	Valor	Categoria da Solução
1	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo 'chegar ao mesmo tempo'.
	3	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'chegar antes de'.
2	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo chegar ao mesmo tempo
	3	Correta e incompleta com mais de uma única solução admitindo chegar ao mesmo tempo
	4	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'não chegar depois de'.
3	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo 'chegar ao mesmo tempo'.
	3	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'chegar antes de'.
4	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo chegar ao mesmo tempo
	3	Correta e incompleta com mais de uma única solução admitindo chegar ao mesmo tempo
	4	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'não chegar depois de'.

O teste utilizando z é utilizado na comparação de duas médias correlacionadas quando o número de observações é maior que 30, desde que aceitemos que as pontuações na população se distribuem normalmente. Essa suposição é plenamente aceitável, pois há vasta literatura que comprova o fato de que pontuações em testes psicológicos ou educacionais possuem distribuição razoavelmente normal.

Os resultados obtidos encontram-se a seguir:

Quadro 2 – Resultados estatísticos

Aluno	Antes	Depois	Diferença	D Quadrada
1	8	11	-3	9
2	6	8	-2	4
3	4	8	-4	16
4	4	0	4	16
5	4	8	-4	16
6	8	12	-4	16
7	7	11	-4	16
8	8	13	-5	25
9	8	8	0	0
10	3	8	-5	25
11	4	8	-4	16
12	8	12	-4	16
13	8	12	-4	16
14	8	11	-3	9
15	3	7	-4	16
16	3	0	3	9
17	6	12	-6	36
18	4	4	0	0
19	4	8	-4	16
20	4	1	3	9
21	4	7	-3	9
22	3	2	1	1
23	5	7	-2	4
24	4	13	-9	81
25	4	8	-4	16
26	4	7	-3	9
27	8	8	0	0
28	4	9	-5	25
29	4	9	-5	25
30	4	14	-10	100
31	8	14	-6	36
32	8	14	-6	36
33	8	11	-3	9
34	4	8	-4	16
		Soma	-109	
		Média	-3,20588	
		Desvio	2,988009	
		Z _{crítico}	1,96	
		p-value	<0,001	elevada significância estatística

4.2.1. Interpretação dos resultados

Os valores relevantes para esta pesquisa são: $z_{\text{crítico}}$ e $p\text{-value}$.

O valor de $z_{\text{crítico}}$ representa a pontuação padronizada da estatística que está sendo estudada. Para tal, deve-se adotar um intervalo de confiança da estimativa da média. Quanto menor for este valor, maior será a significação do resultado.

Ao adotar o intervalo de confiança são automaticamente definidos o nível de significância e o $z_{\text{crítico}}$. Na nossa pesquisa, o valor de $z_{\text{crítico}}$ foi considerado de elevada significância estatística.

Elevada significância indica que podemos ter uma *altíssima confiança de que houve realmente uma mudança estatística no padrão de resposta do aluno depois de ter sido aplicado o fato experimental* (isto é, a intervenção didática realizada entre a Sessão 1 e a Sessão 3), a favor de uma evolução do conhecimento dos alunos no que diz respeito aos significados atribuídos por estes para as relações ‘chegar antes de’ e ‘não chegar depois de’.

O valor de $p\text{-value}$ representa a *probabilidade de que a decisão de considerar que houve uma forte mudança no padrão de resposta depois do fato experimental seja equivocada*.

Esse resultado é suficiente para ficarmos satisfeitos com a decisão.

Com base nos dados obtidos, podemos concluir que *estatisticamente* houve uma evolução do conhecimento dos alunos, ou seja, eles podem atribuir significados amplos às relações 'chegar antes de' e não chegar depois de' na resolução de problemas de ordenação, resultantes do processo de intervenção didática.

VI – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando os resultados obtidos no **diagnóstico**, podemos concluir que *os alunos do ensino Médio não atribuem significados amplos às relações ‘chegar antes de’ e ‘não chegar depois de’ na resolução de problemas.*

Verificamos também que, entre os alunos de 2ª e 3ª séries, o aceite dos problemas com mais de uma solução foram mais evidentes, o mesmo não ocorreu entre os alunos da 1ª série. Como previmos na análise a priori, os alunos da 1ª série acreditam que a resposta correta de um problema deva ser única pré-estabelecida pelo professor.

Entre vários fatores que podem justificar este fato, ressaltamos que os alunos de 2ª e 3ª séries vivenciam, na 2ª série, tanto em outros assuntos de Matemática como na disciplina de Física, problemas com soluções múltiplas. O mesmo não acontece com os alunos da 1ª série, pois este tipo de solução é menos comum nas séries do Ensino Fundamental, constituindo, para a esta turma, um novo tipo de solução.

As pesquisas de Maranhão (1996), Iglioni, Maranhão e Sentelhas (2000) e Maranhão, Iglioni e Soares (2002) concluíram também que o significado atribuído pelos alunos do Ensino Fundamental pôde ser ampliado por meio de uma intervenção didática. Para verificar se os alunos da 1ª série do Ensino Médio poderiam ter o significado atribuído às relações propostas nesta pesquisa ampliada por meio de uma intervenção didática, realizamos uma Engenharia

Didática a uma turma desta série e utilizamos a dialética *ferramenta-objeto* de Douady como referencial teórico.

Verificamos, na análise preliminar, que o conteúdo relações, encontra-se nos planos de aula da 1ª série, o que reforçou nossa opção em realizar a *engenharia* em uma turma desta série.

Nesta pesquisa, diferentemente das anteriormente citados, foi utilizado um novo procedimento, a dramatização, que se mostrou eficaz como recurso didático para ampliação do significado atribuído às reações *'chegar antes de'* e *'não chegar depois de'* com os alunos da 1ª série do Ensino Médio da instituição onde o presente estudo foi realizado.

Utilizamos também os recursos do confronto da resposta com o enunciado e o manuseio de cartões. Tais recursos tiveram sua utilização potencializada para a verificação das respostas, porém não foram muito eficientes no que diz respeito à produção das múltiplas respostas para os problemas.

Pudemos perceber, durante o desenvolvimento da Sessão 2, que na dramatização, ou seja, na representação das personagens pelos próprios alunos da situação proposta trazida para a sala de aula, o significado amplo das relações foi atingido com maior facilidade do que com o uso dos cartões ou com o confronto da solução com o enunciado.

A expressão '*não lembrava*', mantida nos enunciados, assim como previsto na análise a priori, foi interpretada por alguns alunos da 1ª série do Ensino Médio como '*não viu*', e por isso concluíram que não chegaram ao mesmo tempo.

A Sessão 3 foi realizada em um encontro (50 minutos) e cumpriu seu propósito básico de permitir observar em que medida os alunos ampliaram o significado atribuído às relações "*chegar antes de*" e "*não chegar depois de*" por meio da resolução de problemas similares e também de problemas consideramos mais complexos pela inclusão de uma personagem nos enunciados.

A análise comparativa dos resultados obtidos pelos alunos na Sessão 1 e na Sessão 3 mostram evolução nos significados atribuídos às relações investigadas nesse estudo.

Na análise estatística, fez-se uso da distribuição normal. Analisando os resultados obtidos, concluímos que estatisticamente houve uma evolução do conhecimento dos alunos, ou seja, eles podem atribuir significados amplos às relações '*chegar antes de*' e '*não chegar depois de*' na resolução de problemas de ordenação, resultantes do processo de intervenção didática.

Finalizando, consideramos importante apontar que, analisando as pesquisas de Maranhão (1996), Iglioni, Maranhão e Sentelhas (2000) e Maranhão, Iglioni e Soares (2002) e os resultados obtidos pelo presente estudo, percebemos a viabilidade de novas pesquisas que investiguem, em série mais avançadas se

as dificuldades no trato com relações apresentadas continuam evidentes quanto as observadas por nós no diagnóstico.

Uma vez que não promovemos uma intervenção das 2^a e 3^a série, ficou-nos a questão se os procedimentos dos alunos seriam semelhantes para um mesmo tipo de intervenção, o que também poderá ser objeto de novas pesquisas.

Pelo método, estratégias de ensino apresentadas no presente estudo, bem como pelos resultados, consideramos que este trabalho seja útil aos professores de Ensino Médio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática – Ensino Médio*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- COLL, C. et al. *Desenvolvimento Psicológico e Educação – Psicologia da Educação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- DOUADY, Régine. *Jeux de cadre et dialectique outil-objet dans l'enseignement dès mathématiques*. These de doctorat d'état. Université Paris VII, Paris, 1984.
- _____ *L'Ingenierie Didactique: un moyen por l'enseignant d'organiser les les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage*. Recherches en didactique des mathematiques, Paris, 1993.
- _____ *Jeux de cadre et dialectique outil-objet*. Recherches en didactique des mathematiques, Paris, 1986.v. 7, n. 2, p.5-31.
- _____ *La ingeniería didáctica y la evolución de su relacion com el conocimiento*. In *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México, 1995. p. 61-97.
- FIORENTINI, Dario. *Relação de Teses e Dissertações de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática Produzidas no Brasil os Anos de 1998 e 2001*. Revista Zetetiké, nº 9/2001.

- IGLIORI, Sonia; MARANHÃO, Cristina; SENTELHAS, Silvia. *The meaning of terms concerning the time ordering for first grade students: The influence of cultural background. I: 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education – PME, 2000, Hiroshima. Proceedings...v.3, p.3.71-3.77.*
- MARANHÃO, M.C.S.A. *Uma engenharia didática para a aprendizagem de concepção de tempo.* 1996. Tese (Doutoramento em Psicologia da Educação) – programa de Estudos Pós Graduated em Psicologia da Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo.
- MARANHÃO, M. C. S. A. *dialética ferramenta-objeto.* In: Didática da Matemática – uma introdução. 1^a ed. São Paulo: EDUC, 1999, p. 115-134.
- MARANHÃO, M. C. S. A., SOARES, E., IGLIORI, S. B. C. *Significados atribuídos a relações em problemas de ordenação.* In: II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2003, Santos. Anais do II SIPEM. SBEM – Apoio FAPESP, 2003. p.1-16.
- POZO, J. I. *A solução de problemas. Aprender a resolver, resolver para aprender.* Porto Alegre: ARTMED, 1998.
- SOARES, Elizabeth. *Uma intervenção didática para a aprendizagem do significado amplo da relação de ordem ‘chegar antes ou junto de’ com alunos de 5^a a 8^a séries.* Dissertação de Mestrado sob orientação da Prof^a Dr^a Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 2002.

ANEXOS

SESSÃO 1 (1ª SÉRIE)

Nome: _____

Problema A: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Julia disse que chegou antes de Fernanda. Fernanda disse que chegou antes de Bruna. Paulo disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Bruna. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema B: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Luiza disse que chegou antes de Victor. Victor disse que chegou antes de Rafaela. Alex disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Victor. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema C: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Gustavo disse que chegou antes de Lídia. Daniela disse que chegou antes de Gustavo. Vinícius disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Lídia. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema D: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Carolina disse que chegou antes de Felipe. Vitória disse que chegou antes de Carolina. Paulo disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Felipe. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

SESSÃO DIAGNÓSTICO (2ª E 3ª SÉRIES) E SESSÃO 3 (1ª SÉRIE)

Nome: _____ **Série:** _____ - Ensino Médio

Problema 1: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Ana disse que chegou antes de Camila. Camila disse que chegou antes de Fábio. Paulo disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Fábio. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 2: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Marina disse que chegou antes de Rafael. Rafael disse que chegou antes de Flávia. Guilherme disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Rafael. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 3: Quatro amigos encontraram-se no shopping. Renata disse que chegou antes de Rodolfo. Jéssica disse que chegou antes de Renata. Diego disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Rodolfo. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 4: Quatro amigos encontraram-se no shopping. João disse que chegou antes de André. Vitória disse que chegou antes de João. Patrícia disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de André. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 5: Cinco amigos foram ao cinema. Carla disse que chegou antes de Rodrigo. Rodrigo disse que chegou antes de Mayara. Mayara disse que chegou antes de Thiago. Juliana disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Rodrigo. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 6: Cinco amigos foram ao cinema. Fernanda disse que chegou antes de Dimas. Dimas disse que chegou antes de Maristela. Maristela disse que chegou antes de Telma. Luiz disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Dimas. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 7: Cinco amigos foram ao cinema. Francisco disse que chegou antes de Sandra. Vera disse que chegou antes de Francisco. Sandra disse que chegou antes de César. Kátia disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou antes de Sandra. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

Problema 8: Cinco amigos foram ao cinema. Rosário disse que chegou antes de Amanda. Douglas disse que chegou antes de Rosário. Amanda disse que chegou antes de Júlio. Larissa disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Rosário. Dê as possíveis ordens de chegada, de acordo com as afirmações deles.

**CÓDIGOS UTILIZADOS PARA ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS SESSÕES 1 E 3
(1ª SÉRIE)**

Questão	Valor	Categoria da Solução
1	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo 'chegar ao mesmo tempo'.
	3	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'chegar antes de'.
2	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo chegar ao mesmo tempo
	3	Correta e incompleta com mais de uma única solução admitindo chegar ao mesmo tempo
	4	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'não chegar depois de'.
3	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo 'chegar ao mesmo tempo'.
	3	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'chegar antes de'.
4	0	Solução incorreta.
	1	Correta e incompleta com uma única solução
	2	Correta e incompleta com mais de uma única solução não admitindo chegar ao mesmo tempo
	3	Correta e incompleta com mais de uma única solução admitindo chegar ao mesmo tempo
	4	Correta e completa, ou seja, atribuição do significado amplo da relação 'não chegar depois de'.