

Eunice Pessin Fábrega

**ESPAÇO REPRESENTATIVO:
um estudo das habilidades de alunos da 4ª série**

Mestrado em Educação Matemática

PUC / SP - 2001

Eunice Pessin Fábrega

**ESPAÇO REPRESENTATIVO:
um estudo das habilidades de alunos da 4ª série**

Dissertação apresentada como exigência parcial para a obtenção do título de MESTRE em Educação Matemática à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, sob orientação da Professora Doutora Sandra Magina.

PUC / SP - 2001

Eunice Pessin Fábrega

Ficha catalográfica elaborada pela Bib. Nadir Gouvêa Kfourri - PUCSP

DM

510

F

Fábrega, Eunice Pessin

Espaço representativo: um estudo das habilidades de alunos da 4ª série. - São Paulo: s.n., 2001.

Dissertação (Mestrado) - PUCSP

Programa: Matemática: Educação Matemática

Orientador: Magina, Sandra M. P.

1. Geometria - Estudo e ensino - Avaliação.

Palavra-Chave: Habilidades geométricas - Conceitos geométricos - Ensino fundamental - Educação matemática

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, reprodução total ou parcial desta dissertação por processos fotocopiadoras ou eletrônicos.

São Paulo, setembro de 2001.

Ao elaborar minha dissertação passei por

Grandes desafios

Recebendo, porém, inúmeras ajudas de

Amigos, orientadora, parentes e professores

Dividindo assim um trabalho

Estafante, mas fascinante

Concedendo-me agora a satisfação

Introspectiva de reconhecer e agradecer

Modestamente a esses magníficos

Entusiasmados e inigualáveis colaboradores.

Numerá-los seria um

Testemunho muito longo

Optei em apenas transmitir um

Simples e significativo Deus os abençoe .

RESUMO

Este estudo investigou o conhecimento que 36 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, de uma escola pública da cidade de Santos, com idades entre dez e onze anos, tinham sobre a representação do espaço tridimensional no plano bidimensional. Para nossa investigação elaboramos um instrumento diagnóstico, que envolveu atividades adaptadas das pesquisas de Piaget e Inhelder (1993) sobre a representação do espaço para a criança. Esse instrumento foi aplicado individualmente para cada criança em dois encontros de aproximadamente 1 hora e 30 minutos. Os resultados indicam que essas crianças apresentam dificuldades de interpretar e representar adequadamente os objetos tridimensionais no plano. Uma possível causa verificada é a ausência de uma aprendizagem voltada à geometria espacial, que considere os aspectos da visualização e da representação de objetos desde as primeiras séries do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This study investigated the knowledge that 36 students of the 4th grade of the Elementary School, of State School of the city of Santos – SP, with ages between ten and eleven year old, they had about the representation of the three-dimensional space in the plan. For our investigation we elaborated an instrument diagnostic, considering activities from Piaget's and Inhelder's researches (1993) on the child's space representation. That instrument was applied individually for each child in two meetings of approximately 1 hour and 30 minutes. Results indicate that these children presented great difficulty to interpret and to represent in the three-dimensional objects appropriately in the plan. A possible verified cause by the gap the learning of spatial geometry focusing the aspects of the visualization and of the representation of objects that should start in the very first grades of Elementary School.

ÍNDICE

Capítulo 1: Apresentação.....	1
1.1 Introdução	1
1.2 Problemática.....	1
1.3 Questão de pesquisa.....	4
1.4 Descrição da dissertação.....	6
Capítulo 2: Diferentes pontos de vista do termo perspectiva.....	8
2.1 Introdução.....	8
2.2 Um pouco de história	8
2.2.1 A perspectiva do ponto de vista da Arte.....	10
2.2.2 A perspectiva do ponto de vista da Arquitetura.....	12
2.2.3 A perspectiva do ponto de vista da Psicologia e da Filosofia.....	13
2.2.4 A perspectiva do ponto de vista da escola.....	14
2.3 Os PCNs, os livros didáticos e a perspectiva.....	17
Capítulo 3: Referências teóricas.....	23
3.1 Introdução.....	23
3.2 Piaget.....	23
3.2.1 A intuição das formas (A percepção estereognóstica).....	31
3.2.2 As noções do ponto e do contínuo.....	33

3.2.3 A reta projetiva e a perspectiva.....	36
3.2.4.A projeção das sombras.....	40
3.2.5 O relacionamento das perspectivas.....	41
3.3 Pesquisas em Educação Matemática.....	43
Capítulo 4: Planejamento do estudo	52
4.1 Introdução.....	52
4.2 Sujeitos do estudo.....	52
4.3 Material.....	53
4.4 Procedimentos e instrumento.....	54
4.5 Descrição do experimento.....	57
Capítulo 5: Análise dos resultados.....	75
5.1 Explicações sobre os critérios de análise.....	75
5.2 Resultados e análise do experimento.....	79
5.2.1 Grupo A – A intuição das formas.....	79
5.2.2 Grupo B – Noção do ponto e a conservação da forma.....	99
5.2.3 Grupo C – Espaço projetivo.....	106
5.2.4 Grupo D – Representação de objetos no plano.....	111
5.2.5 Grupo E – Coordenação de pontos de vista.....	120

Capítulo 6: Conclusão.....	129
6.1 Introdução.....	129
6.2 Síntese dos principais resultados.....	129
6.3 Respostas às nossas questões de pesquisas.....	135
6.4 Sugestões para o ensino decorrente das conclusões.....	137
6.5 Sugestões para futuros estudos.....	138
Capítulo 7: Referências Bibliográficas.....	140

Anexos

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos a problemática, expressa por uma estória imaginária, envolvendo os alunos de uma 5ª série, na qual a professora trabalha o significado das palavras **ponto de vista** e **perspectiva**. Os diálogos dessa estória foram construídos de modo a torná-los o mais próximo possível do contexto escolar. Em seguida, apresentaremos a questão da pesquisa a qual pretendemos responder ao final de nosso estudo e também faremos uma descrição sucinta dos capítulos que formarão a dissertação.

1.2 – PROBLEMÁTICA

Numa sala de aula de 5ª série, a professora de Matemática escreveu na lousa “**PONTO DE VISTA**” e “**PERSPECTIVA**”. Perguntou aos seus alunos, quem tinha descoberto o significado dessas palavras, tarefa esta solicitada na aula anterior.

TIAGO FOI O PRIMEIRO A COMENTAR:

— PROFESSORA, PONTO DE VISTA É O PONTINHO PRETO DO OLHO.

— NÃO, TIAGO, EU QUERO SABER SOBRE PONTO DE VISTA E NÃO O PONTO DA VISTA.

JULIANA SE FEZ OUVIR:

— É A VISÃO DE QUALQUER COISA BEM PEQUENA, QUE PARECE UMA BOLINHA.

BÁRBARA RETRUCOU, COM CONVICÇÃO:

— NÃO É UMA COISA PEQUENA. MEU PAI, OUTRO DIA, DISSE QUE VIU UM PONTO BRILHANDO NO CÉU QUE PARECIA UMA NAVE ESPACIAL, E EU SEI QUE NAVE É MUITO GRANDE.

DENISE SE CONFUNDIU E COMPLETOU:

— AFINAL, UM PONTO QUER DIZER UMA COISA PEQUENA OU UMA COISA GRANDE?

— DEPENDE, DISSE A PROFESSORA.

— ESSA NÃO! COMO UM PONTO PODE SER UMA COISA GRANDE E UMA COISA PEQUENA AO MESMO TEMPO? PERGUNTOU GABRIELLE.

— É MUITO SIMPLES, ARGUMENTOU A PROFESSORA, DEPENDE DO “PONTO DE VISTA”.

— AH! FALOU TÂNIA, AGORA EU ME LEMBREI DO COMENTÁRIO FEITO PELO MEU AVÔ NO ALMOÇO DE DOMINGO, SOBRE A CRISE DE ENERGIA ELÉTRICA, AFIRMANDO QUE O PONTO DE VISTA DELE É QUE ESTAVA CERTO: “TEMOS QUE ECONOMIZAR, NÃO ADIANTA TENTAR ACHAR O CULPADO, POIS A PERSPECTIVA É FICARMOS NO ESCURO”.

— BOM, PESSOAL, JÁ PERCEBI QUE O ASSUNTO ENVOLVEU BEM VOCÊS, TEMOS VÁRIAS PALAVRAS PARA DISCUTIR. MAS AGORA EU QUERO SABER QUEM FEZ A CONSULTA, USANDO O DICIONÁRIO AURÉLIO DA BIBLIOTECA? INTERROMPEU A PROFESSORA.

TALITA COMENTOU:

— NOSSA, PROFESSORA, EU FUI PROCURAR A PALAVRA PONTO E FIQUEI ASSUSTADA COM O TANTO DE COISA QUE ENCONTREI, TINHA QUASE UMA FOLHA: O “PONTO” DEVE SER MUITO IMPORTANTE!

E A PROFESSORA DEU INÍCIO À SUA EXPLICAÇÃO:

— NA GEOMETRIA, O PONTO É UM CONCEITO MUITO SIGNIFICATIVO. EUCLIDES, UM GEÔMETRA DA GRÉCIA ANTIGA, QUE VIVEU NO SÉCULO III A.C., DEFINIA O PONTO PELA SUA INDIVISIBILIDADE, COMO NÃO TENDO DIMENSÃO ALGUMA.

—NOSSA, PROFESSORA, QUANTAS PALAVRAS DIFÍCEIS: GEÔMETRA, INDIVISIBILIDADE E DIMENSÃO, PARECEM GREGAS! COMENTOU GIOVANA.

— CALMA, TUDO TEM SENTIDO QUANDO ENTENDEMOS. GEÔMETRA É A PESSOA QUE ESTUDA A GEOMETRIA, DISSE A PROFESSORA.

VITOR FALOU:

— PROFESSORA, EU ACHEI O PONTO DE FUGA.

— ELE NÃO ESTAVA FUGINDO DO SEU CHULÉ? BRINCOU FERNANDA.

— ENGRAÇADINHA! EU COPIEI DO DICIONÁRIO QUE “PONTO DE FUGA” É A PERSPECTIVA DO PONTO DO INFINITO DA RETA. NÃO ENTENDI NADA! ACRESCENTOU VITOR.

— PROFESSORA, EU ENCONTREI OUTRA COISA: — PONTO DE VISTA É A POSIÇÃO QUE O PINTOR ESCOLHE PARA PÔR OS OBJETOS EM PERSPECTIVA, DISSE RENATA.

— PONTO DE VISTA É O LUGAR ALTO, DONDE SE DESCORTINA LARGO HORIZONTE. NÃO SEI SE TEM ALGUMA COISA COM MATEMÁTICA, EU COPIEI DO DICIONÁRIO, TEM? ARGUMENTOU PAULA.

— PONTO DE VISTA É O MODO DE CONSIDERAR OU DE ENTENDER UM ASSUNTO OU UMA QUESTÃO. FOI O QUE EU ENCONTREI! DISSE LUISE.

Depois desses comentários, a professora utilizou o restante da aula para debater as várias opiniões e institucionalizar o conceito de ponto de vista e perspectiva com relação à Matemática. Ponto de vista é a visão que temos de um objeto ao observá-lo de uma determinada posição. Podemos ter diferentes pontos

de vista de um mesmo objeto, dependendo da posição em que estamos a observá-lo: uma casa vista de cima, de lado, por trás, terá diferentes imagens, logo, diferentes pontos de vista. Já a perspectiva é a arte que permite representar num plano os objetos como se apresentam à vista. Portanto, a representação de um objeto depende do ponto de vista sob o qual ele está sendo observado. Após a explanação, a professora propôs como próxima tarefa a pesquisa das palavras comentadas pelas crianças: indivisibilidade e dimensão.

Com esse exemplo de aula relatado, podemos observar que trabalhar com dicionário é uma atividade muito rica para motivar o desenvolvimento de conceitos e a ampliação de vocabulário, e que a linguagem correta é uma ferramenta importante que auxilia a criança a expressar seus pensamentos de maneira clara e ampliar seus conhecimentos.

O ser humano desde o seu nascimento age no sentido de explorar e conhecer o espaço em que vive. Sendo um explorador, reconhece objetos e formas que o rodeiam através dos sentidos para, futuramente, identificá-los através do raciocínio lógico.

Pela leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática do Ensino Fundamental, no tema “Espaço e Forma”, verificamos que os objetivos para o estudo da geometria englobam a visualização e a representação dos objetos do mundo físico; a capacidade da criança de localizar-se no espaço com a compreensão dos termos topológicos (esquerda, direita, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás) e a construção e a representação de diferentes formas geométricas.

A exploração dos conceitos e procedimentos relativos a esse tema é que possibilita à criança construir relações para o entendimento do espaço ao seu redor. Essa construção pode ser desenvolvida através da observação da natureza e da criação artística nas quais distinguimos várias figuras geométricas.

Para obtermos as representações planas dessas figuras tridimensionais, pressupomos que somente a observação não dê conta de representar esses objetos, visto que consideramos que não se trata de uma tarefa tão simples. Diante disso, surgem questionamentos referentes a quais conhecimentos geométricos os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental já adquiriram para subsidiar essas representações nas séries seguintes.

1.3 - QUESTÃO DE PESQUISA

A geometria como fonte de desenvolvimento do raciocínio espacial e lógico tem a característica de despertar na criança o gosto e a curiosidade pela Matemática.

É preciso que sua iniciação seja feita de maneira prazerosa, fundamentada em representações e construções geométricas, observações e explorações de objetos no espaço. Tradicionalmente não é comum dar importância às representações e às interpretações geométricas feitas pelos alunos.

Nosso estudo tem por finalidade diagnosticar os procedimentos e habilidades que as crianças disponibilizam na 4ª série, final do 2º ciclo do Ensino Fundamental, quando resolvem tarefas referentes à perspectiva, considerando que a perspectiva é a arte de representar figuras tridimensionais no plano.

Para responder a essa questão de pesquisa, outros questionamentos, inter-relacionados, compõem um panorama com o qual esperamos fornecer subsídios para a realização de nosso diagnóstico. São eles:

- Como as crianças representam, a partir da exploração tátil, as figuras planas? E as figuras não planas?

- Existem formas de representar mais fáceis do que outras para as crianças?
- Como as crianças interpretam objetos em perspectiva? E como os representam?
- Será que as crianças conseguem sair do seu ponto de vista?
- As crianças trazem consigo diferentes experiências e habilidades distintas?

Após esses questionamentos, nosso próximo passo foi a busca, nos PCNs do Ensino Fundamental de Matemática referentes ao segundo ciclo, dos conteúdos conceituais e procedimentais necessários para o entendimento de perspectiva:

“DESCRIÇÃO, INTERPRETAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DA POSIÇÃO DE UMA PESSOA OU OBJETO NO ESPAÇO, DE DIFERENTES PONTOS DE VISTA; RECONHECIMENTO DE SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS ENTRE CORPOS REDONDOS, COMO A ESFERA, O CONE, O CILINDRO E OUTROS; IDENTIFICAÇÃO DE FIGURAS POLIGONAIS E CIRCULARES NAS SUPERFÍCIES PLANAS DAS FIGURAS TRIDIMENSIONAIS; IDENTIFICAÇÃO DE SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS ENTRE POLÍGONOS, USANDO CRITÉRIOS COMO NÚMEROS DE LADOS, NÚMERO DE ÂNGULOS, EIXOS DE SIMETRIA; EXPLORAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DE ALGUMAS FIGURAS PLANAS, TAIS COMO: RIGIDEZ TRIANGULAR, PARALELISMO E PERPENDICULARISMO DE LADOS, ETC; PERCEPÇÃO DE ELEMENTOS GEOMÉTRICOS NAS FORMAS DA NATUREZA E NAS CRIAÇÕES ARTÍSTICAS; REPRESENTAÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS”.(PCNs, P. 88 – 89).

Na busca de uma teoria que sustentasse nosso estudo em relação ao conceito de perspectiva e que respeitasse o aluno em relação ao conhecimento construído durante sua trajetória escolar ou em seu dia-a-dia fora da escola, encontramos nas pesquisas realizadas por Piaget e Inhelder (1993) sobre a representação do espaço na criança, embasamento para o desenvolvimento de nossa dissertação.

O que nos motivou a realizar esta pesquisa foi percebermos, em nossa prática pedagógica, as dificuldades apresentadas pelos alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental com relação à representação de figuras geométricas. Notamos

que o ensino da Geometria normalmente não estimula os alunos a expressarem oralmente seus pensamentos e a descobrirem por si mesmos as características de objetos geométricos e as suas representações.

Partindo das observações que nortearam nossa pesquisa, fizemos um estudo investigativo, delineando um experimento a ser aplicado em crianças de final do 2ª ciclo do Ensino Fundamental entre dez e onze anos. A escolha dessa população baseou-se nas pesquisas apresentadas no livro “A Representação do Espaço na Criança” de Piaget e Inhelder (1993), cujos estudos indicam que crianças por volta dessa faixa etária já estão aptas para representar figuras tridimensionais no plano. Vários estudos são descritos nessa obra, adaptamos a nossa realidade alguns deles.

1.4- DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Iniciaremos o presente capítulo com a problemática do nosso estudo, seguida dos objetivos da questão de pesquisa.

No capítulo seguinte, apresentaremos um breve histórico sobre perspectiva e as interpretações em diferentes campos, tais como, Arte, Arquitetura, Psicologia e Filosofia. Comentaremos, também, dificuldades de alunos em interpretar e representar objetos no plano, vivenciadas em sala de aula e discutidas em pesquisas. Finalizaremos com a proposta dos PCNs e a abordagem feita por três livros didáticos sobre esse assunto.

O terceiro capítulo dedicaremos ao nosso apoio teórico, o qual será fundamentado, principalmente, nos estudos de Piaget e Inhelder sobre o espaço representativo da criança e em pesquisas como de Bishop, Clements e Battista e outros autores que abordam a questão da visualização e do raciocínio espacial.

No quarto capítulo, enfocaremos a descrição da metodologia aplicada neste trabalho, a qual consiste em aplicação de um instrumento diagnóstico composto por treze atividades. A finalidade desse instrumento será observar como a criança lida com as relações topológicas, tais como: de vizinhança, de separação, de ordem, de circunscrição e de continuidade; as noções do ponto e do contínuo; a representação da reta e de objetos vistos em perspectivas diferentes e o relacionamento de vários pontos de vista. Esse experimento foi aplicado individualmente, no último bimestre do ano letivo de dois mil, em um grupo de trinta e seis alunos da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola estadual da cidade de Santos.

Dedicaremos o capítulo quinto para a análise e interpretação dos resultados obtidos em cada uma das atividades do experimento. Diferente de Piaget e Inhelder(1993) que categorizaram as aquisições espaciais das crianças, de acordo com a presença de conceitos topológicos, projetivos ou euclidianos, por estágios e dentro desses, subestágios, decidimos categorizar as respostas das crianças conforme o desempenho delas nas tarefas propostas em três níveis: X, Y e Z , sendo que no nível Y há duas subdivisões: Y_1 e Y_2 .

Com base nas análises desenvolvidas, no capítulo sexto, trataremos de responder a nossa questão de pesquisa. Nesse capítulo, também faremos sugestões para pesquisas futuras. No último capítulo, listaremos por ordem alfabética as referências bibliográficas utilizadas na edificação de nosso estudo.

CAPÍTULO 2

DIFERENTES PONTOS DE VISTA DO TERMO PERSPECTIVA

2.1 – INTRODUÇÃO

Iniciaremos este capítulo com um breve histórico sobre perspectiva, no qual apresentaremos enfoques sobre o assunto em diferentes campos, tais como, Arte, Arquitetura, Psicologia e Filosofia. Na seqüência discutiremos sucintamente como os livros didáticos têm focado esse tema. Por fim, levantaremos algumas dificuldades apresentadas pelos alunos, envolvendo a representação de objetos no plano, identificadas em nossa experiência docente e em algumas pesquisas.

2.2 – UM POUCO DE HISTÓRIA

A perspectiva tem sido objeto de múltiplas interpretações. De acordo com o dicionário Aurélio (1999), “*perspectiva, substantivo feminino, origina-se do termo latim ‘Perspectiva’ e significa arte de representar os objetos sobre um plano tais como se apresentam à vista. Pintura que representa paisagem e edifícios à distância. Aspecto dos objetos vistos de uma certa distância; panorama. Aparência; aspecto. Aspecto sob o qual uma coisa se apresenta; ponto de vista. Expectativa, esperança, probabilidade*” (p.1553).

Veremos, a seguir, que neste estudo das interpretações de perspectiva, encontram-se aplicações de conceitos matemáticos que, relacionados, levam a uma visão mais ampla desse conceito.

Iniciaremos este estudo, lembrando que antes da criação da palavra escrita a comunicação era feita através de desenho. Esse desenho era chapado. Embora

desse a noção do objeto representado, suas medidas e características reais ficavam prejudicadas, como ilustra a figura 2.1, a seguir:



Figura 2.1: Gran bisonte dalla coda rigida, desenho encontrado numa parede de caverna em Altamira, na Espanha.

Apresentava-se, portanto, a necessidade de fazer a representação dos objetos ou corpos no plano, integrando-os à natureza ou ambiente, respeitando suas dimensões e, ao mesmo tempo, realçando-as.

Surgiram, então, tentativas com o objetivo de alcançar uma harmonia e um equilíbrio entre as dimensões, a fim de dar-lhes uma idéia perfeita da distância entre si e a respectiva profundidade. Foram feitos estudos de luz e de sombras na representação das figuras em foco e do relacionamento da posição do observador diante do objeto focalizado.

Através dos tempos houve várias fases de aperfeiçoamento, desde as representações na arte egípcia, passando pela arte do Renascimento, quando surgiu a preocupação de pintar as coisas da maneira como elas são vistas, como uma fotografia.

A busca de uma solução para o problema de transpor para o plano um espaço tridimensional experimentou múltiplos processos empíricos ou convencionais até a descoberta, nos séculos XIV-XV, na Itália, das leis da perspectiva geométrica linear (“clássica” ou “central”), solução racional que serviria à estética clássica,

revelando-se uma das mais satisfatórias para o espírito moderno. Segundo essa fórmula, os seres e as coisas situam-se em um espaço comparável ao espaço real tal como se apresenta a um ponto fixo: o ponto de vista. A presença sistemática de um ponto para onde convergem as linhas perpendiculares do quadro já era notada nas obras de vários pintores dessa época, tais como as pinturas de Paolo Uccello, A Batalha de San Romano (1450); Raffaello Sanzio; A escola de Atenas (1511); Sandro Botticelli, O nascimento de Vênus (1484) e Leonardo da Vinci, A última ceia (c.1495/98).

Com o domínio das diferentes técnicas da perspectiva, enriqueceram-se as ilustrações que representam figuras não planas em lugares planos. Temos encontrado, também, aplicações de perspectiva em diferentes áreas, como comentaremos a seguir.

2.2.1 A Perspectiva do Ponto de Vista da Arte

Na Arte destacaremos três tipos de perspectivas: aérea, central e paralela. A perspectiva *aérea* imita o efeito pelo qual os objetos distantes parecem esmaecidos e azulados, isto é, obtém o efeito de profundidade pela simples gradação de tons dos primeiros planos para as partes mais afastadas da representação. A perspectiva *central* ou *clássica* trata da projeção sobre o plano vertical a partir de um ponto de vista único e fixo dos objetos a serem representados, suas linhas paralelas convergem em direção a um ponto de fuga. A perspectiva *paralela* compreende um sistema de representação no qual o ponto de vista está situado no infinito e suas linhas permanecem paralelas.

Os artistas consideram o desenho em perspectiva central como o mais fiel no modo de vermos o objeto, por isso nos deteremos nesse tipo.

Como vemos no esquema abaixo, o olhar do observador nessa perspectiva pode ser representado por uma pirâmide, dita pirâmide visual.

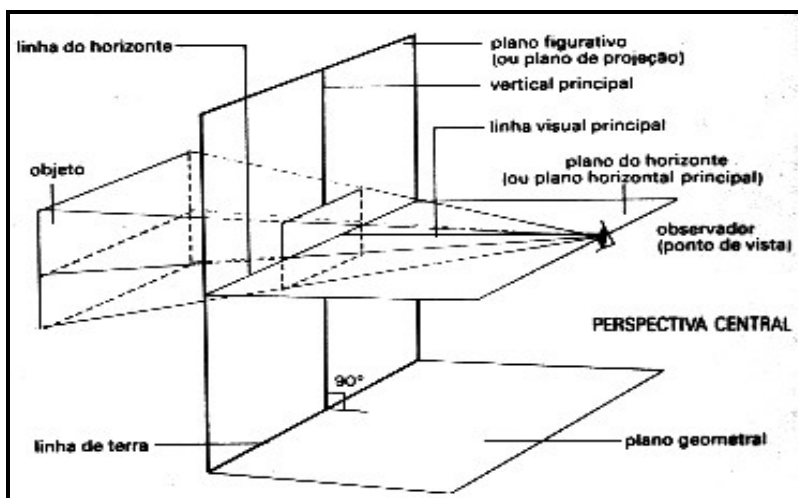


Figura 2.2: Esquema de uma perspectiva central em Arte.

Para entender esse esquema, é preciso saber o que significa cada um dos termos ilustrados na figura. O *plano geométral* ou *geométrico* é aquele sobre o qual se encontra o observador, já o *plano figurativo* (plano de projeção) é considerado nas Arte como sendo transparente e que se encontra na frente do observador, sendo perpendicular ao plano geométrico. ‘*Quadro*’ é a parte do plano vertical, de dimensões apropriadas, sobre a qual se reproduz o objeto. A *linha de terra* (LT) é a linha de intersecção entre o quadro e o plano geométrico. O observador é quem observa o objeto através do quadro para, depois, reproduzir sobre este. A *linha do horizonte* (LH) é uma linha situada no quadro, contida num plano imaginário paralelo ao plano geométrico, que passa pelo olho do observador. A altura da linha do horizonte em relação à linha de terra equivale à altura do olho do observador em relação ao plano geométrico. O *ponto de vista* é o olho do observador; o centro de projeção e as linhas retas que saem do objeto em direção ao olho do observador são os raios visuais. Portanto, a perspectiva central de um corpo é a sua projeção cônica sobre um plano, tomando-se como centro de projeção o olho do observador.

Esse tipo de projeção não corresponde absolutamente a uma visão natural, espontânea. Cada período da história da Arte, desde a Antigüidade, utilizou seu

próprio método de organização espacial. Assim, na pintura medieval, aparece tanto a solução oriental da perspectiva “inversa” (ao se afastarem dos olhos, as linhas divergem em vez de convergir), quanto o sistema com vários pontos de fuga, herdado da Antigüidade e utilizado por bastante tempo, até mesmo durante o séc. XV, enquanto se fundamentava a perspectiva clássica com Brunelleschi, Masaccio, Alberti e, depois, Leonardo da Vinci. Essa perspectiva permaneceria durante quatro séculos na pintura ocidental, até ser questionada pelos impressionistas no final do século XIX e deformada por Cézanne (pai da arte moderna), que nunca conseguiu dominar essa técnica. Na arte moderna, com o início do Cubismo, surge uma nova linguagem visual alternativa.

2.2.2 A Perspectiva do Ponto de Vista da Arquitetura

Na Arquitetura, a perspectiva corresponde à parte do desenho que ensina representar, em um plano, os objetos tais como eles se apresentam à vista. Esta é a arte de representar o objeto, com as modificações nele produzidas pela distância e pela posição. Como definiu Leonardo da Vinci, a “*perspectiva é a arte de representar o que se vê, ou seja, desenhar objetos parecidos aos que contemplamos com os olhos*”. Ela tem por finalidade representar os corpos em três dimensões, em superfícies planas de duas dimensões, respeitando o aspecto deformado como se apresentam à nossa vista. O objeto é substituído pela sua imagem, representada numa superfície interposta entre o observador e o objeto a representar.

A perspectiva pode ser feita na área de Arquitetura através de três processos:

a) a perspectiva *linear* ou *rigorosa*, também chamada *cônica* ou *artística*, baseia-se nas projeções cônicas, nas quais todas as linhas de projeção são concorrentes a um ponto, formando um cone. Esse ponto corresponde ao olho

do observador. Essa perspectiva linear é a mais usada em desenho arquitetônico, como na representação de um edifício ou de partes da edificação;

b) a perspectiva *cavaleira*, também chamada de *cilíndrica*, é um caso da perspectiva *cônica*, em que o observador se encontra no infinito, numa certa direção. Baseia-se nas projeções cilíndricas oblíquas e é usada em detalhes arquitetônicos e técnicos, como objetos isolados de menores dimensões, e na representação de peças e elementos de construção;

c) a perspectiva *axonométrica* é uma projeção ortogonal feita sobre um plano oblíquo às direções principais do objeto. É principalmente utilizada na representação de edifícios.

Em Arquitetura, as perspectivas linear, cavaleira ou axonométrica, através de seus inúmeros processos, são construídas, de modo geral, segundo a linha do horizonte, uma linha imaginária que tanto pode estar abaixo, acima ou no mesmo nível dos olhos do observador.

É possível notar uma correspondência entre os tipos de perspectivas da Arquitetura e da Arte, a perspectiva linear corresponderia à central e a perspectiva cavaleira à paralela.

2.2.3 A Perspectiva do Ponto de Vista da Psicologia e da Filosofia

Do ponto de vista da Psicologia (Dorin,1978), a perspectiva linear é utilizada como indicação de distância em que há convergência das linhas no campo visual. Os objetos separados são percebidos como próximos do observador; os agregados uns aos outros, como mais distantes. Os psicólogos estavam, há muito tempo, cientes da importância da visualização e eles têm desenvolvido teorias detalhadas para enquadrar seus trabalhos, além de testes elaborados com a finalidade de observar e diagnosticar sujeitos em diferentes situações.

Já a Filosofia define a perspectiva como uma antecipação qualquer do futuro: projeto, esperança, ideal, utopia, (Abbagnano, 1970). Nesse sentido, o filósofo alemão Nietzsche, no seu livro “Humano demasiado”, defende a doutrina do perspectivismo, cuja idéia é que não há verdades definitivas, apenas interpretações sobre a realidade condicionada pelo ponto de vista de quem as propõe.

Apresentados os vários pontos de vista sobre a perspectiva, delimitaremos nossa pesquisa para a noção de perspectiva, interpretada como método de representar os objetos sobre um plano, tal como se apresentam à vista.

2.2.4 A Perspectiva do Ponto de Vista da Escola

Há algum tempo, acompanhando o trabalho de professores de Matemática no Ensino Fundamental e Ensino Médio, notamos que crianças da 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental apresentam dificuldade para representar objetos e sólidos geométricos no plano. Para exemplificar, temos algumas representações (mesa, cadeira e lousa) feitas por crianças dessas séries em que a perspectiva não aparece.

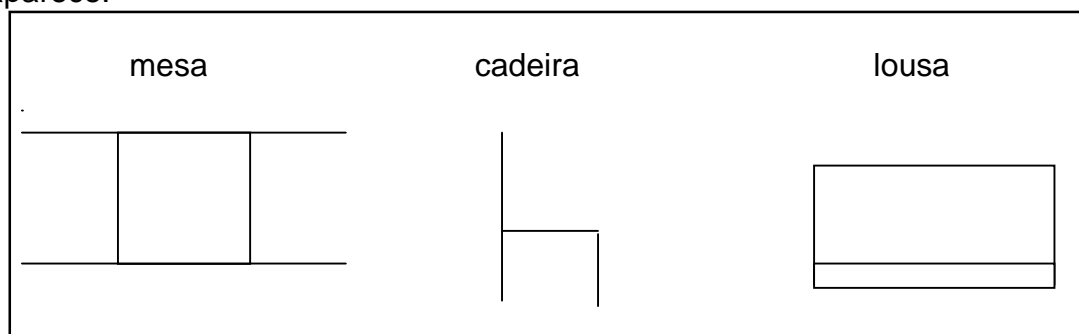


Figura 2.3: Exemplos de modelos de desenhos feitos por alunos de 5ª e 6ª séries.

Notamos, nesses desenhos, que essas crianças não conseguem representar as figuras tridimensionais no plano.

Da mesma forma, ao pedirmos para esses alunos da 5ª e 6ª séries desenharem sólidos geométricos, encontramos um retângulo com a representação de um prisma de base retangular ou, ainda, um triângulo para representar uma

pirâmide de base quadrada. Em outras palavras, a criança só consegue representar uma face do sólido.

Com base em nossa prática docente, pudemos perceber, também, que muitos alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades de visualizar e representar os sólidos geométricos e seus elementos. Como exemplo, podemos citar o cálculo de áreas e volumes de pirâmides e prismas, situações nas quais os estudantes desse nível demonstram dificuldade de visualizar e/ou representar a altura dos sólidos, suas arestas, até mesmo os próprios sólidos. Nossas observações empíricas de sala de aula, sem nenhum rigor científico, assemelham-se às encontradas por outros pesquisadores, como é o caso de Medalha (1997). A autora pediu para que alunos da 2ª série do Ensino Médio definissem pirâmide e, em seguida, desenhassem uma pirâmide triangular, identificando todos os seus elementos. Ela explica a dificuldade de um dos sujeitos envolvidos no grupo de estudo, que *“sabe definir o apótema da base e o apótema da pirâmide, mas, ao fazer a figura, faz de tal forma que fica claro que ele não ‘enxergou’ os segmentos citados”* (p. 17).

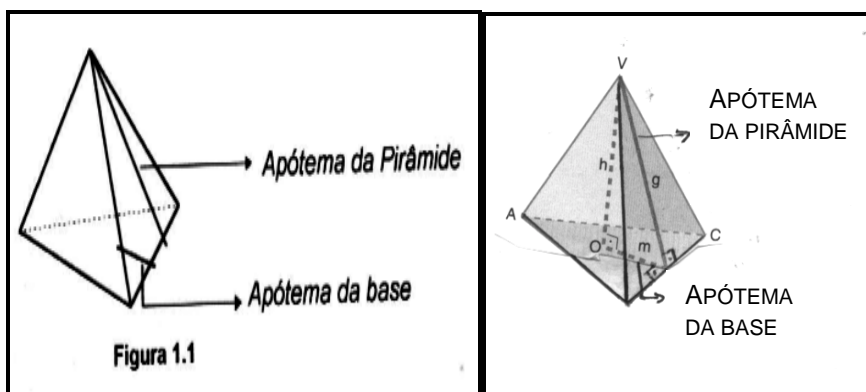


Figura 2.4: Desenho de um sujeito do estudo de Medalha(p.17).

Na figura 2.4, o desenho da esquerda é uma pirâmide triangular realizado por um aluno do grupo de estudo de Medalha (1997), e o desenho da direita é a representação correta da figura feita por nós. Comparando os dois desenhos, notamos que o sujeito não conseguiu representar adequadamente os apótemas de uma pirâmide regular, apesar de ter definido corretamente.

Um outro estudo que aponta as dificuldades apresentada pelos alunos na visualização de objetos geométricos, neste caso universitários, é de Cavalga (1997). Nessa pesquisa, o autor observou que esses alunos trataram figuras do espaço como se fossem figuras planas. Segundo ele, “*vários alunos responderam que, dentre os pontos A, B e C, este último era o mais próximo da reta r, na seguinte figura:*” (p. 4)

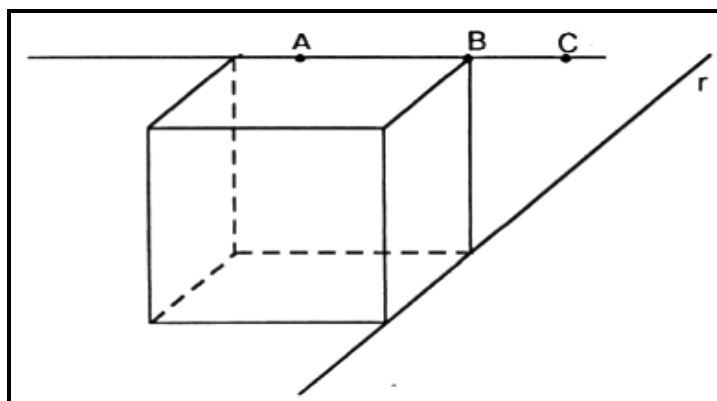


Figura 2.5: Figura da pesquisa de Cavalga (1997, p.4).

Fica evidente, neste exemplo extraído do estudo de Cavalga, que os alunos não sabiam interpretar a figura, caso contrário responderiam que todos os pontos da reta que contêm os pontos A, B e C estão a uma mesma distância da reta r , já que se trata de dois planos paralelos.

O desenvolvimento da geometria espacial é reservado tradicionalmente para o Ensino Médio, mas parece que mesmo nesse nível dá-se pouca importância às representações e interpretações geométricas. A consequência de tal descaso fica evidente nas dificuldades que alunos do nível superior apresentam na visualização do espaço tridimensional. Diante dessas observações, consideramos necessário repensar o ensino da geometria na trajetória escolar.

De fato, Freudenthal (1980) é muito enfático em afirmar que: “*a Geometria não começa tão tarde com o formular de definições e teoremas, mas muito cedo com o organizar de experiências espaciais que conduzem a essas definições e proposições*” (p.278). Acreditamos que a Geometria é um ambiente no qual a

criança pode desenvolver noções geométricas desde de cedo, já nas séries iniciais, através de um ambiente real (concreto), para mais tarde adquirir um significado mais amplo que o fundamento.

A seguir, mencionaremos as propostas relacionadas à perspectiva, apresentadas nos PCNs de Matemática (1997) para as quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, e, na seqüência, abordagens de três livros didáticos sobre o mesmo tema. Nosso interesse é observar se, como e quando esses instrumentos, que, são termômetros do sistema educacional, trazem um trabalho com geometria espacial.

2.3 – OS PCNs, OS LIVROS DIDÁTICOS E A PERSPECTIVA

Os PCNs (1997) não utilizam o termo perspectiva, mas propõem que o ensino da geometria espacial comece na primeira série do Ensino Fundamental e gradativamente se desenvolva em todas as séries seguintes, iniciando com a exploração das formas tridimensionais dos objetos e a verificação das propriedades das figuras espaciais, para depois introduzir os conceitos da geometria plana. Conforme os PCNs (IBID), “*a Geometria parte do mundo perceptível e o estrutura no mundo geométrico*” (p.126). Segundo esses parâmetros, as crianças constroem suas noções espaciais através dos sentidos e dos movimentos, resultando no conhecimento dos objetos através do contato direto com eles, possibilitando a construção de um espaço representativo onde a criança é capaz de imaginar os objetos em sua ausência.

De acordo com esses parâmetros, a exploração dos objetos físicos a partir do primeiro ciclo, por meio da experimentação, permite à criança atuar, antecipar, observar e explicar o que acontece no espaço perceptível. Com isso ela poderá

chegar às representações dos objetos. Ainda nesse primeiro ciclo, é necessário estimular a capacidade da criança para estabelecer pontos de referência ao seu redor, para efeito de localização, através de atividades que compreendam e utilizem os termos como direita, esquerda, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás.

Com relação ao segundo ciclo, os PCNs (IBID) propõem a ampliação e diversificação das experiências sobre os objetos do espaço em que a criança convive. Ela aprenderá a construir um vasto conhecimento relativo à localização, à orientação, o que lhe dará condições de penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, raciocinar sobre as representações mentais. Um ponto importante é incentivar a criança a identificar posições relativas dos objetos, fazendo construções, modelos ou desenhos de diferentes pontos de vista e descrevê-los.

Com relação às formas, os PCNs (1997) ainda indicam que *“experiências mostram que as crianças discriminam algumas formas geométricas bem mais cedo do que as reproduzem”* (p.127). Menciona-se que o pensamento geométrico tem o seu desenvolvimento inicial pela visualização, logo a criança reconhece as formas por seu aspecto físico como um todo, e não por suas partes ou propriedades. Através da observação e da experimentação, ela inicia o discernimento das características da figura e o uso das propriedades para conceituar classes de formas bidimensionais e tridimensionais.

Com esses direcionamentos, os PCNs (IBID) sugerem atividades que levem o aluno a perceber e valorizar a presença do ensino da Geometria em elementos da natureza (flores, elementos marinhos, etc.), e em criações do homem (obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, etc.), num trabalho multidisciplinar, envolvendo áreas como a Geografia, a Astronomia, a Educação Física e a Arte.

As propostas dos PCNs (IBID) estão alinhadas com o pensamento de Gardner (1995), que afirma: *“A inteligência espacial é a capacidade de formar um*

modelo mental de um mundo espacial e de ser capaz de manobrar e operar utilizando esse modelo” (p.15). Segundo ele, a criança, através dos seus conhecimentos geométricos, desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar o mundo em que vive para, assim, sentir-se mais engajada e competente, portanto, mais voltada a servir à sociedade de maneira construtiva.

Essas propostas persistem nos dois últimos ciclos do Ensino Fundamental, abrangendo um campo fértil de situações-problema, relacionadas aos três objetos que favorecem o desenvolvimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações futuras. São eles: o espaço físico, focando o desenvolvimento e o aprofundamento das habilidades de percepção espacial; a modelização desse espaço físico com a elaboração de um sistema de propriedades geométricas e de uma linguagem adequada que permita ao adolescente agir nesse modelo; e o domínio das representações gráficas, abrangendo a codificação e a decodificação de desenhos, enfatizando as principais funções do desenho, que são visualizar (fazer ver), ajudar a provar e fazer conjecturas.

Mas será que os autores de livros didáticos têm se preocupado em propor atividades que favoreçam a interpretação e a representação de configurações geométricas, formadas a partir das ações dos alunos?

Pesquisando os livros didáticos, encontramos autores que se utilizam das sugestões dos PCNs, apresentando atividades voltadas à perspectiva, ou seja, para as representações e interpretações dos objetos.

Um desses autores é Stachon (1999), que produziu uma coleção de quatro volumes sobre Desenho Geométrico, voltados para as quatro últimas séries do Ensino Fundamental. Ela apresenta situações que favorecem a construção de significados matemáticos a partir da geometria e o desenvolvimento da percepção na formulação de hipóteses. A coleção trata da representação dos objetos nos

quatro volumes. Exemplificando, no volume 1, dirigido para a 5ª série, os conteúdos são trabalhados a partir da observação das formas do mundo físico com um tratamento conjunto entre as formas espaciais e as figuras planas. As atividades sobre a representação dos sólidos geométricos exploram a idéia em si e não a precisão e o rigor. Mostraremos a seguir um exemplo de atividade que envolve perspectiva.

4. Leia a seguir os passos de um esquema montado para representar, em perspectiva, formas prismáticas.

- Desenhe uma forma oval.
- Marque sobre ela os vértices da base.
- Ligue esses vértices para obter essa face.
- Por os vértices da base, trace retas paralelas marcadas sobre elas sempre a mesma medida.
- Una esses pontos para desenhar a base superior.
- Por último, reforce as arestas visíveis e traceje as invisíveis.

= Represente prismas de diferentes bases usando o esquema descrito.

Para as crianças que os desenhos sejam feitos à mão livre, mesmo que no início não sejam perfeitos. A perfeição virá com o tempo e com muitos desenhos por isso estimule as a treinarem essas representações.

Exibir os trabalhos que foram feitos com sucesso, valorizando não apenas os resultados.

Figura 2.6: Atividade de representação (Stachon, 5ª série, p. 52).

Analisando essa atividade, podemos observar que a abordagem adotada permite que o aluno, seguindo passo a passo as instruções, consiga representar os sólidos geométricos. A autora, ao fim da atividade, sugere uma exposição dos desenhos feitos pelos alunos, com o objetivo de valorizar os aspectos positivos dos traçados, estimulando-os a treinarem mais e, assim, desenvolverem suas habilidades geométricas.

Um segundo autor que também propõe atividades para trabalhar com a representação de sólidos geométricos é Bigode (2000). Tal como acontece nos PCNs, o autor não trabalha com a palavra perspectiva. Sua coleção, dirigida também para as últimas séries do Ensino Fundamental, apresenta nos volumes da 5ª e da 7ª série atividades sobre representação de sólidos através de malhas. Exemplificando, temos uma atividade sobre a representação do cubo.

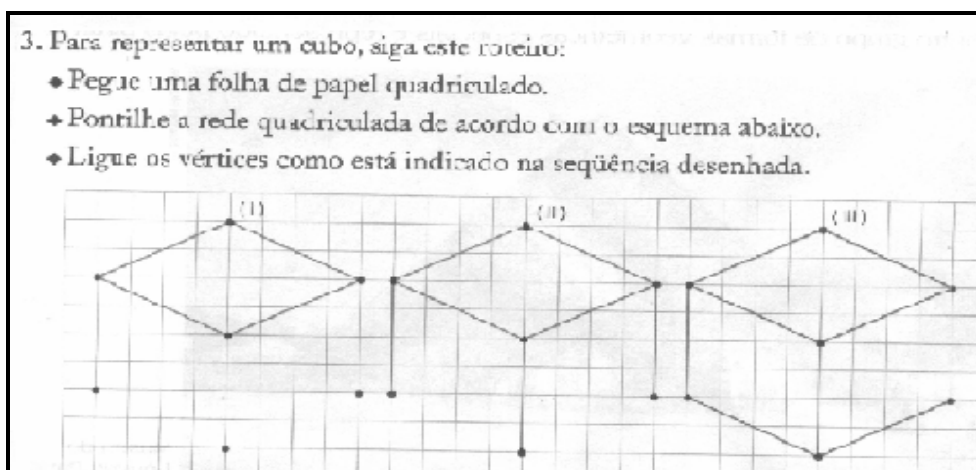


Figura 2.7: Atividade de representação do cubo (Bigode, 5ª série, p. 75).

Observamos nessa atividade que a abordagem da representação de sólidos através de malhas é uma outra maneira válida de desenvolver a habilidade de desenhar.

Por fim, gostaríamos ainda de citar a coleção *Novo Caminho Matemática* (Imenes, Jakubo, Lellis, 1999) dirigida às quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. Esta contém um trabalho que introduz gradativamente, ao longo dos quatro volumes, a existência de diferentes pontos de vista de um objeto. Essa abordagem, importante para a representação em perspectiva e que envolve situações com sólidos geométricos e objetos conhecidos dos alunos (cadeira, mesa, piano, casa, etc.), parece ser de fácil entendimento para eles. A seguir, apresentaremos um exemplo desse tipo de atividade desenvolvida na 4ª série:

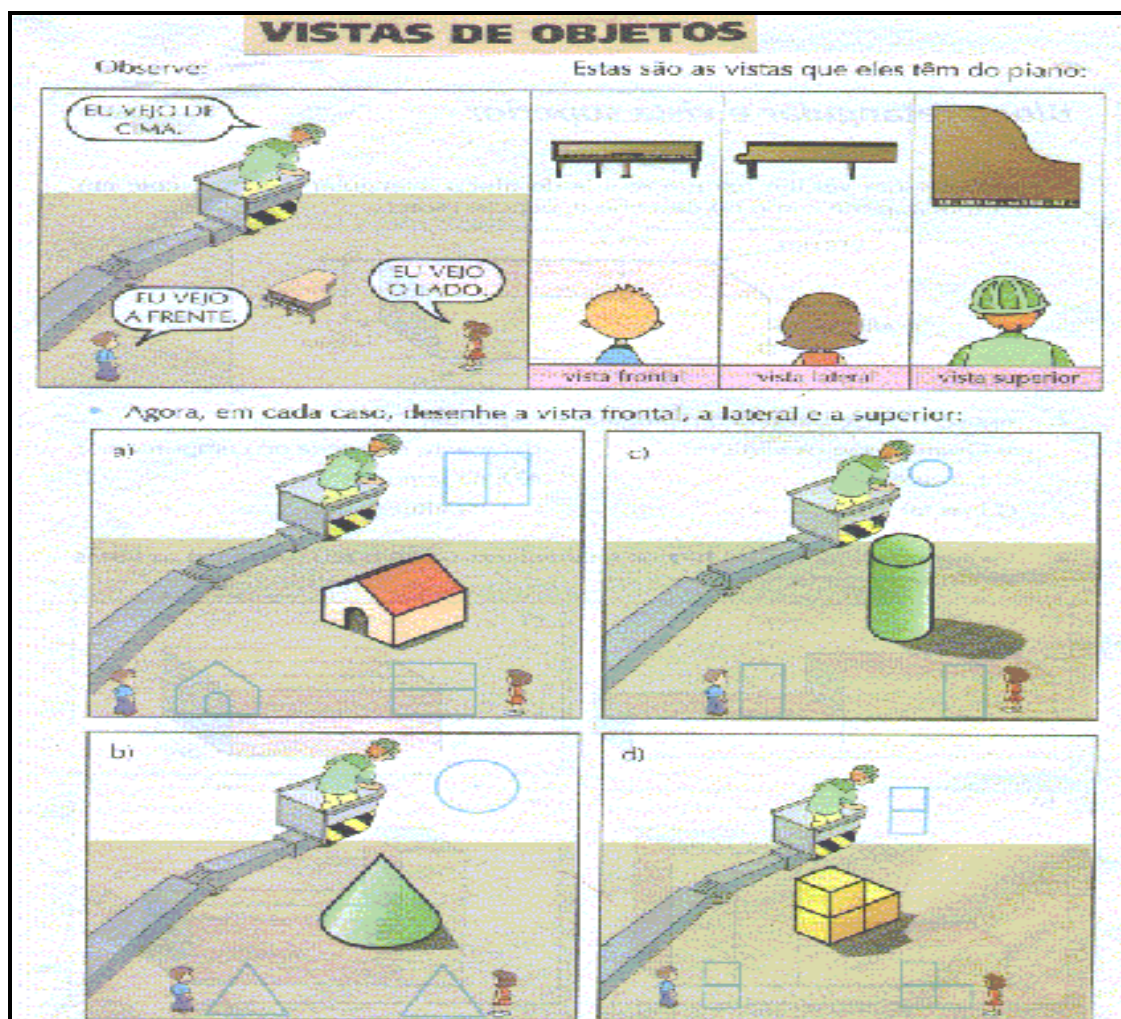


Figura 2.8: Atividade com vistas diferentes (Imenes, Jakubo, Lellis, 4ª série, p. 85).

Não encontramos essa abordagem em outro livro didático de Matemática, somente em paradidáticos, como exemplo, *Depende do ponto de vista* de Isolani e Siedel (1991), que apresentam situações sobre o tema em todo o desenvolvimento do livro.

Com esses exemplos de livros didáticos, podemos observar que os autores apresentam uma preocupação com a representação dos objetos no plano. Notamos, ainda, que seus enfoques são diferentes, dois deles (o de Bigode e da Stachon) estão orientados para a construção de sólidos no plano, e o terceiro (de Imenes, Jakubo, Lellis), enfoca a observação de um objeto a partir de diferentes pontos de vista.

Por fim, gostaríamos de pontuar que a preocupação com a representação e a visualização de objetos é pouco ou nada abordada nos demais livros didáticos. Pressupomos que isso se deva ao fato de os PCNs serem uma publicação recente e que os autores estejam se adaptando a essas novas propostas.

CAPÍTULO 3

REFERÊNCIAS TEÓRICAS

3.1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo esboçaremos os estudos que embasaram nossa pesquisa. Organizamos um estudo diagnóstico, tendo como referência os experimentos de Piaget e Inhelder (1993), que tratam do espaço representativo da criança. A escolha da teoria de Piaget justifica-se pelo fato de ser ela considerada uma das mais completas na investigação da aquisição e do desenvolvimento na formação de conceitos em crianças, inclusive a representação do espaço, além de subsidiar várias pesquisas em Educação Matemática. Discutiremos, ainda, estudos que abordam o raciocínio espacial realizados por Clements e Battista (1989), as habilidades de visualização e interpretação das figuras, questão apontada por Bishop (1983), a teoria das inteligências múltiplas de Gardner (1983), e outros estudos que ajudarão em nossa análise.

3.2 – PIAGET

Como já dissemos anteriormente, nosso estudo apoiou-se nas pesquisas realizadas por Piaget e Inhelder (1993), as quais encontram-se descritas no livro: “A

representação do espaço na criança”, que contou com a colaboração de Alina Szeminska.

Os autores discutem a representação (aquisição e desenvolvimento por parte da criança), apontando três etapas: as relações topológicas, o espaço projetivo e como se dá a passagem do espaço projetivo ao espaço euclidiano. Em nosso estudo nos restringiremos a investigar as duas primeiras.

Na obra citada acima, Piaget e Inhelder (1993) descreveram os resultados de pesquisas que focam a concepção da criança sobre o espaço. Nesses estudos, concluíram que as representações do espaço são construídas pela organização das ações motoras e internalizadas da criança, resultando em sistemas operacionais. A criança forma as noções de espaço através de uma liberação progressiva e gradual do egocentrismo. As noções iniciais são referentes à ação que ela constrói nesse espaço, por meio de deslocamentos e de sentidos (visão, tato, olfato, paladar e audição). Na seqüência, com o surgimento da linguagem e da representação simbólica, inicia-se o espaço representativo, subdividido em intuitivo e operatório.

Segundo os autores, a organização gradativa das idéias geométricas segue uma ordem definida, iniciando-se pelas relações topológicas (vizinhança, separação, ordem, envolvimento e continuidade) de uma figura para, mais tarde, construir, quase ao mesmo tempo, as projetivas e euclidianas.

As relações topológicas são consideradas as primeiras referências espaciais que a criança pode representar em pensamento para si mesma. São elas: de vizinhança ou contigüidade, isto é, da proximidade dos elementos percebidos num mesmo campo; de separação, que se refere à distinção das posições dos objetos no espaço; de ordem ou de sucessão espacial, que estabelece relação de ordem em

uma organização espacial; de circunscrição ou de envolvimento, que relaciona o que está entre dois elementos, ou uma relação de interioridade (o que está fora ou dentro em duas ou três dimensões); e de continuidade, quando o sujeito reconhece e representa uma seqüência de pontos, continuidade de linhas e superfícies.

Essas relações são trabalhadas entre partes vizinhas de um mesmo objeto ou entre um objeto e sua vizinhança próxima, de modo contínuo, sem preocupação com as distâncias, permitindo ao sujeito distinguir uma figura fechada de uma aberta, uma superfície com um ou dois furos de uma sem furos, porém as formas elementares permanecem indiferentes, isto é, a criança não faz distinção entre o círculo e um quadrado.

As relações projetivas, segundo Piaget e Inhelder (1993), são as que permitem a coordenação dos objetos entre si relativamente a pontos de vista determinados. As noções de espaço (esquerda ou direita, acima ou abaixo, frente ou trás) vão se desenvolvendo na criança progressivamente até a liberação do egocentrismo. Com isso ela consegue uma coordenação dos pontos de vista, por meio de um agrupamento das relações características das três dimensões do espaço projetivo, ou seja, ela consegue simultaneamente reconstruir o ponto de vista dos outros e diferenciar do seu próprio. Neste momento, a criança, ao observar um lápis na posição vertical, faz o desenho dele menor de comprimento quando o lápis é inclinado para frente ou para trás, porque compreende que o seu campo visual diminui em relação à altura do objeto e ganha em profundidade em relação ao seu ponto de vista.

As relações euclidianas, para Piaget e Inhelder (IBID), são as relações que permitem localizar objetos em um sistema de referência, levando em consideração a

conservação das distâncias e das dimensões. Apesar de haver diferenças entre os espaços projetivo e euclidiano, os pesquisadores, em seus estudos sobre o espaço representativo, observando os desenhos espontâneos e figuras geométricas em crianças entre dois e sete anos, afirmaram que as relações projetivas (perspectivas) não precedem as relações euclidianas (medidas, coordenadas e proporções), nem o inverso. Para eles, os dois sistemas são construídos simultaneamente, pois quando a criança consegue coordenar os pontos de vista de um objeto é que ela chega a coordenar as distâncias e, portanto, localizar objetos, tendo como referência um sistema de coordenadas.

Baseado no ponto de vista piagetiano, é possível entender a formação de conceitos através da compreensão das operações que o sujeito pode realizar ao longo do seu desenvolvimento. Esse processo de formação de conceito inicia-se na criança com a percepção, ou seja, ela passa a discriminar e a generalizar a partir dos dados da realidade que a rodeia. Ao generalizar, os conceitos apresentam palavras para representar classe de objetos, discriminando-os em qualidades ou acontecimentos.

Piaget e Inhelder (1993) consideram percepção, a interpretação que o sujeito apresenta devido às sensações percebidas através dos estímulos visuais, olfativos, gustativos, sonoros e táteis, e utilizam a expressão “atividade perceptiva” como sendo: “*o prolongamento da inteligência sensório-motora em ação antes da aparição da representação*” (p.31). E afirmam que à medida que se desenvolvem a representação e o pensamento operatório, existem reflexos desses mecanismos sobre a própria atividade perceptiva.

Em seus estudos, constataram que o movimento intervém no início da percepção e que desempenha um papel cada vez maior, devido à atividade perceptiva, sendo que a construção de um espaço sensório-motor está ligada aos progressos da percepção e da motricidade simultaneamente. Esta influência do movimento surge também na passagem da percepção à representação.

Segundo Piaget e Inhelder (1998), as ações que a criança realiza com os objetos são as responsáveis pela formação dos conceitos. Todo pensamento é fruto de atos, sejam eles efetuados com objetos físicos ou interiorizados. As crianças não podem formar conceitos somente através de observações, devido à necessidade de serem construídos esquemas de operações mentais que se baseiam na coordenação das ações realizadas. A formação de conceito, por sua vez, depende do nível de abstração em que as crianças se encontram. A essa abstração, que atua a partir de ações e operações do sujeito, Piaget (1987) chama de “reflexiva”. O tipo de saber que elas podem construir depende do nível de abstração para o qual estão aptas. O conhecimento, para o autor, surge da reflexão e das ações das crianças, portanto, é específico do modo como essas crianças percebem e concebem o espaço.

Para Piaget e Inhelder (1993), as crianças por volta dos dez anos conseguem desenhar objetos como os vêem, segundo seu ponto de vista. Com isso podemos pressupor que elas podem desenvolver habilidades de representação dos objetos tridimensionais no plano, necessitando para isso agir sobre eles, observá-los e construir esquemas de operações através de uma aprendizagem que as torne capazes de executar tal arte.

Para desenvolver essas habilidades, temos que observar quais os conhecimentos geométricos que as crianças possuem e, para isso, devemos estabelecer a diferença entre três tipos de conhecimentos: o físico, o lógico-matemático e o social. O conhecimento físico é obtido através da experiência física, que consiste em atuar sobre os objetos para deles abstrair as propriedades, por exemplo, observar a sombra de um cartão circular para comparar com o seu desenho na posição oblíqua. Já o conhecimento lógico-matemático advém das abstrações reflexivas que envolvem as relações entre os objetos, isto é, a criança consegue associar a forma de um cubo com a representação deste numa folha de papel, através da abstração reflexiva.

O conhecimento social surge das interações e transmissões sociais, abrangendo as convenções desenvolvidas pelas pessoas, como a noção de direita e esquerda, que são conhecimentos convencionais. A teoria piagetiana ressalta que a maturação, a experiência física e a influência do meio social interferem no desenvolvimento cognitivo do sujeito para assimilá-los se ele já dispuser de instrumentos ou estruturas, mesmo em suas formas mais primitivas.

De acordo com a teoria psicogenética, conhecer significa assimilar um dado novo a um sistema de interpretação existente no sujeito, ou seja, integrar esse novo dado às estruturas ou esquemas mentais que o sujeito já possui. Portanto, a importância de observar como as crianças compreendem as informações dadas, que podem ser diferentes das compreensões pretendidas e interpretadas pelos educadores.

Quando esses esquemas não se adaptam a um novo objeto de conhecimento, surge um conflito gerado pelo desacordo entre os esquemas antigos

de assimilação e o novo, ao qual eles não se aplicam. A ação desenvolvida pelo sujeito para resolver o conflito provoca uma modificação nos esquemas ou estruturas de assimilação, que é chamada de acomodação. A adaptação cognitiva consiste em um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, denominada equilíbrio.

O termo esquema é empregado, nos escritos piagetianos, com o sentido de uma ação organizada que pode ser transferida ou generalizada através de sua repetição em situação análoga. Para Piaget (1998), o conhecimento envolve dois aspectos: o figurativo, relacionado à percepção, e o operativo, que consiste na atuação do pensamento lógico.

O nível de competência intelectual de um sujeito, em um dado instante, depende da natureza e da quantidade de esquemas que ele possui, e dos modos pelos quais eles podem combinar-se e coordenar-se entre si.

Essas ações vão gradualmente se interando, formando sistemas de ações cada vez mais complexos e integrados. Quando essas ações atingem um certo nível e *“são organizadas em totalidades coesas com uma estrutura definida e potente”* (Flavel, 1988; p.169), elas são denominadas de operações cognitivas. Essas operações compõem formas de equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Com isso, é possível observar estágios de desenvolvimento na criança.

Tais estágios de construção das diferentes maneiras de saber situam-se numa formação linear de desenvolvimento, na qual cada etapa substitui a anterior. Segundo Piaget (1987), *“... todo estágio começa, na realidade, por uma reorganização, num novo nível, das aquisições principais devidas aos precedentes: daí resulta a integração nos estágios superiores de determinadas ligações, cuja natureza só é explicada na análise dos estágios elementares”* (p. 17).

Em nossa pesquisa, almejamos observar o desempenho das crianças pelas suas diferentes maneiras de organização mental e estruturas cognitivas, levando em conta suas habilidades de representar e reconhecer situações que envolvem a perspectiva. Nos estudos de Piaget e Inhelder (1993), teremos como referência o estágio III, que corresponde a crianças em torno de oito a onze anos de idade.

A psicologia genética distingue três períodos evolutivos: o primeiro deles é o sensório-motor, que corresponde ao período que inicia no nascimento até, aproximadamente, dezoito a vinte e quatro meses, terminando com a construção da primeira estrutura intelectual; em seguida, surge a inteligência representativa que vai dos dois aos dez - onze anos de idade, que corresponde à construção das estruturas operatórias concretas em suas diferentes formas; e, por último, o estágio das operações formais, que leva à construção das estruturas intelectuais específicas do raciocínio hipotético-dedutivo, o que ocorre por volta dos quinze a dezesseis anos de idade.

As crianças envolvidas em nosso instrumento diagnóstico estarão no período evolutivo referente à inteligência representativa, que corresponde às noções e representações de perspectivas a partir de sete anos e a uma etapa de equilíbrio aos nove-dez anos, conseguindo coordenar pontos de vista em relação a um conjunto de objetos.

Piaget e Inhelder (IBID), no livro: “*A representação do espaço na criança*”, têm o objetivo de estudar o desenvolvimento do espaço representativo através de pesquisas com crianças na idade de dois a doze anos, com a preocupação de categorizar as aquisições espaciais de acordo com a presença de conceitos topológicos, projetivos ou euclidianos. Eles ressaltam que a criança primeiramente

representa e reconhece as relações topológicas de uma figura, para depois construir, quase simultaneamente, as relações euclidianas e as projetivas.

Os estudos dessa obra são bastante amplos e nós não temos a pretensão de discutí-los em sua totalidade. Assim sendo, dentre os vários estudos de suas pesquisas, vamos nos deter somente em cinco deles, que tratam das seguintes questões: da percepção estereognóstica que, em neurologia e em psicologia experimental, trata do reconhecimento tátil dos objetos pelo contato direto sem vélos; das noções do ponto e do contínuo que estão longe de serem consideradas como conceitos simples, e que se escalonam da percepção às operações concretas; da reta projetiva e a perspectiva, que para uma simples linha transformar-se numa reta, é necessário introduzir um sistema de pontos de vista ou um sistema de deslocamentos, de distâncias e de medidas; da projeção das sombras, que obedece às mesmas leis geométricas da projeção, na qual consiste a perspectiva, e, por último, do relacionamento das perspectivas, que se refere à diferenciação dos pontos de vista de um sistema de conjunto, que põe em relação perspectivas diversas entre si.

A seguir, apresentaremos os aspectos dos estudos destacados acima que consideramos mais relevantes para nossa pesquisa, pois pretendemos aplicá-los em nosso instrumento diagnóstico, motivo pelo qual descreveremos detalhadamente cada uma dessas questões na ordem em que foram citadas.

3. 2.1 A intuição das formas (“A Percepção Estereognóstica”)

Para introduzir o estudo do espaço representativo, Piaget e Inhelder (1993) iniciaram pelas intuições espaciais relacionadas à forma dos objetos, através da

percepção estereognóstica que se refere à percepção simples ou primária dos objetos pelo contato direto. Considerando a importância da movimentação desses objetos para conceituá-los, a atividade de exploração tátil, sem a ajuda do visual, foi o recurso utilizado para essa pesquisa, que envolveu crianças de dois a sete anos, com o objetivo de observarem a passagem da percepção das formas à sua representação. Para analisarem a construção das intuições figuradas, os autores utilizaram a seguinte técnica:

APRESENTA-SE À CRIANÇA UM DETERMINADO NÚMERO DE OBJETOS QUE CONSISTEM DE SÓLIDOS FAMILIARES (UMA BALA, TESOURA, ETC.) E CARTÕES COM UMA ESPESSURA MÍNIMA QUE, NESTE CASO, OS PESQUISADORES NÃO MATEMÁTICOS, CONSIDERARAM COMO FORMAS GEOMÉTRICAS (UM QUADRADO, UM CÍRCULO, ETC.). O SUJEITO QUE TOCA E APALPA TAIS OBJETOS SEM VÊ-LOS DEVE NOMEÁ-LOS, DESENHÁ-LOS OU IDENTIFICÁ-LOS DENTRE OS DIVERSOS DESENHOS PREPARADOS, À ESCOLHA. (P. 33)

Nesse estudo, destacam-se duas ações do sujeito: a criança deve representar graficamente a imagem mental proveniente dos dados táteis e dos movimentos de exploração e identificar entre os desenhos apresentados visualmente, os objetos que toca sem ver. Os pesquisadores iniciaram o estudo do espaço representativo através da observação da passagem da percepção tátil-cinestésica à imagem visual. Com isso, pretendemos começar o nosso instrumento diagnóstico com atividades que envolvam a exploração tátil, sem uso da visão.

Segundo Piaget e Inhelder (1993), a partir de sete a oito anos, a criança já faz a correlação entre as formas e a coordenação das ações, mas ainda apresenta dificuldade em desenhar as figuras que requerem agrupar muitos elementos, como os ângulos e os lados paralelos em torno de um ou mais pontos estáveis de referência. Com relação ao reconhecimento, eles observaram que os sujeitos tiveram

mais facilidade em reconhecer do que desenhar, como se percebe no seguinte depoimento sobre a cruz gamada de sua pesquisa:

TUS (7,9) apresenta dificuldades em desenhar e quando é apresentado um conjunto de modelos: reconhece todas as formas e mostra a cruz gamada rindo: “Era isso”. (p.52)

3. 2. 2 As noções do ponto e do contínuo.

Dando continuidade aos estudos sobre a psicologia das relações topológicas elementares, Piaget e Inhelder (1993) investigaram quais as noções que a criança tem sobre o ponto e o contínuo. Essa pesquisa envolveu crianças de quatro a doze anos, e o método adotado foi a entrevista (método clínico-piagetiano)¹, na qual surgiram quatro questionamentos: (1) o seccionamento de um quadrado, (2) o seccionamento de uma linha, (3) a forma do elemento residual da partição de uma linha e (4) a recomposição da linha a partir de seus elementos. A seguir, descreveremos os procedimentos utilizados para os questionamentos:

(1). DADO UM QUADRADO QUALQUER NUMA FOLHA BRANCA, PEDE-SE PARA A CRIANÇA QUE DESENHE AO LADO UM QUADRADO TÃO PEQUENO QUE NÃO SEJA POSSÍVEL FAZER MENOR. A SEGUIR PEDE-SE O MAIOR QUADRADO QUE SEJA POSSÍVEL FAZER NUMA OUTRA FOLHA BRANCA E QUADRADA.

(2). O SECCIONAMENTO DE UMA LINHA E DA POSSIBILIDADE ILIMITADA DE UMA TAL PARTIÇÃO. PARA UM SEGMENTO DE RETA DADA PEDE-SE AO SUJEITO QUE DESENHE A METADE DESSE SEGMENTO, DEPOIS A METADE DA METADE E ASSIM POR DIANTE; QUANDO NÃO FOR POSSÍVEL, QUE TENDE CONTINUAR COM O PENSAMENTO.

(3). A FORMA DO ELEMENTO RESIDUAL DA PARTIÇÃO. QUESTIONA-SE A CRIANÇA COM O OBJETIVO DE VERIFICAR SE EXISTE OU NÃO O ÚLTIMO TERMO DA PARTIÇÃO E, SE EXISTE, QUAL A SUA CONFIGURAÇÃO.

(4). A RECOMPOSIÇÃO DO TODO A PARTIR DE SEUS ELEMENTOS. QUESTIONA-SE A CRIANÇA SE PODE IMAGINAR UMA LINHA COMO CONSTITUÍDA POR UM CONJUNTO DE PONTOS. PARA ESSE FIM É NECESSÁRIO, ALÉM DO QUESTIONAMENTO, PEDIR AO SUJEITO QUE INTERCALE TANTOS PONTOS QUANTO FOR POSSÍVEL ENTRE DOIS PONTOS-LIMITE, PROCURANDO SABER SE, SEGUNDO ELE, ISSO CONSTITUIRÁ UMA LINHA.(P. 142-144)

¹ Método clínico-piagetiano é um tipo especial de entrevista que procura descobrir, através da obtenção de justificativas e da apresentação de novas indagações, que formas de raciocínio o sujeito está utilizando.

Selecionamos abaixo os depoimentos de crianças com idades de dez e onze anos, que é a faixa etária que estamos interessadas em investigar, com o intuito de apresentar um parâmetro do desempenho que as crianças envolvidas neste estudo tiveram com relação aos questionamentos citados acima. O motivo de nos prolongarmos nesses depoimentos é para obtermos condições, quanto a nossa análise, de discutir se as crianças envolvidas em nosso estudo apresentam argumentações como as descritas a seguir. O quadro abaixo contém exemplos extraídos literalmente dos estudos de Piaget e Inhelder (1993, p. 155 e 160), que estão listados, na mesma ordem numérica das quatro questões.

ALF (10 ANOS E 2 MESES)

- (1) O MENOR QUADRADO ELE DESENHA UM PONTO MINÚSCULO.
- (2) CORTA-SE ESSA LINHA SEM PARAR, O QUE FICA NO FIM? – UM PONTO.
- (3) PODEMOS CORTÁ-LA EM PENSAMENTO? – SIM, SERÁ CADA VEZ MENOR E DEPOIS NÃO TEM MAIS.
- (4) ENTRE ESSES PONTOS PRÓXIMOS PODEMOS COLOCAR OUTROS? – AH, SIM, E FAZ DIRETAMENTE UM TRAÇO, UM TRAÇO É PEQUENOS PONTOS JUNTOS.
 PODEMOS CONTÁ-LOS? – NÃO, PORQUE ESTÃO JUNTOS.
 E ENTRE DOIS PONTOS? – NÃO HÁ NADA ENTRE ELES.(= ELES SE TOCAM).

GIN (10 ANOS E 4 MESES)

- (1) O MENOR QUADRADO POSSÍVEL É UM PONTO.
- (2) E SE CORTAMOS ESSA LINHA SEM PARAR? – ACABARÁ EM NADA.
- (3) E JUSTO ANTES? – UM TRAÇO. SE A GENTE CORTA? – A METADE, DEPOIS A METADE DA METADE.

Piaget e Inhelder (1993) afirmam “*que para essas crianças os pontos têm uma forma e são distribuídos em números finitos*”. (p.157). Eles acreditam que essas crianças apresentam dificuldades em prosseguir as operações de modo ilimitado, por

oposição aos limites do concreto, e que somente por volta de onze a doze anos tem início o pensamento formal ou hipotético, em que o sujeito consegue libertar-se do concreto e situar o real num conjunto de transformações possíveis, como mostram os seguintes depoimentos, extraídos da página 161 dessa mesma obra:

DAN (11 ANOS E 7 MESES)

(4) E SE CONTINUARMOS CORTANDO A LINHA? – PONTOS AINDA.

COMO SÃO OS PONTOS? – COMO POEIRA QUE DANÇA NO AR.

QUANTOS HÁ NO TRACINHO? – NÃO DÁ PARA CONTAR MAIS, NUNCA TERMINA. (P. 161)

DUC (12 ANOS E 9 MESES)

(2) VOCÊ PODE CORTAR ESSA LINHA ATÉ ONDE? – INDEFINIDAMENTE.

MAS NO FIM A GENTE ENCONTRA O QUÊ? – ESPÉCIES DE PONTOS. NO FIM ELES SE MISTURAM.

(4) PODE-SE COLOCAR PONTOS ENTRE ESSES DOIS PONTOS? – QUANTOS A GENTE QUISER. (P. 161)

Os pesquisadores, partindo dos depoimentos verbais e das representações gráficas efetuadas pelas crianças, concluíram que neste nível do pensamento formal, os últimos elementos da partição de uma linha são aceitos como pontos invisíveis e puramente hipotéticos referentes à sua manipulação, mas dedutíveis em pensamento de modo ilimitado. Observam que:

“Num dado momento o sujeito toma consciência do dinamismo da operação enquanto composição formal indefinida, e que nesse momento sua divisão e recomposição cessam de figurar como simples operações aditivas que se apóiam em objetos concretos e finitos para ligar-se à série ilimitada, como tais, dos encaixes” (p.162).

Considerando esses dados, pretendemos observar em nosso estudo, quais os procedimentos das nossas crianças referentes à representação da composição e recomposição de figuras geométricas. A próxima questão ressaltada será a representação da reta, iniciando o estudo do espaço projetivo.

3.2.3 A reta projetiva e a perspectiva

Com relação à reta, Piaget e Inhelder (1993) argumentam que a idéia dela no espaço projetivo está longe de ser elementar. *“Uma coisa é perceber a reta, outra é representá-la, isto é, construí-la ou reconstruí-la”*. (p.169). Portanto, seus estudos referentes a essa questão desenvolvem-se em três tarefas, cada uma mostrando aspectos diferentes, como comentaremos a seguir. Em uma tarefa inicial, os pesquisadores observaram a gênese da reta no espaço projetivo a partir da ação de “mirar”:

A CRIANÇA RECEBEU PALITOS DE FÓSFOROS ESPETADOS EM PEQUENAS QUANTIDADES DE MASSA DE MODELAR PARA CONSTRUIR UMA LINHA TELEFÔNICA BEM RETA, NUMA MESA DE FORMA QUADRADA E OUTRA DE FORMA CIRCULAR. (P. 170)

A reta em perspectiva é considerada como uma seqüência de pontos, onde o primeiro esconde todos os outros. Uma vez construída essa noção sob sua forma concreta, o sujeito consegue agrupar as relações topológicas de vizinhança e de separação, de ordem e de envolvimento, bem como de continuidade segundo um conjunto de pontos de vista coordenados entre si.

Observando no quadro abaixo a evolução do desempenho das crianças envolvidas nesse estudo, verificamos que no estágio III cuja idade é a partir de sete anos, as crianças ao mirar ao longo de uma linha, tornam-se capazes de formar a reta, apresentando habilidades para realizarem a tarefa com sucesso.

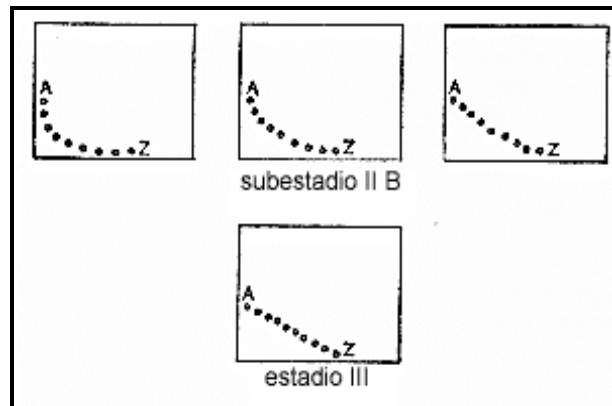


Figura 3.1: As etapas da construção da noção de reta pela “mira”. (P. 172)

Pretendemos aplicar em nossa pesquisa atividade similar e esperamos o mesmo desempenho das crianças envolvidas, visto que estão na faixa etária de dez a onze anos.

Prosseguindo os estudos, Piaget e Inhelder (1993) consideram que o espaço projetivo inicia, psicologicamente, quando a criança observa um objeto em relação a um ponto de vista, isto é, ela começa a compreender quais as formas dos objetos quando estes são vistos de posições diferentes. Portanto, na próxima tarefa, as crianças terão que imaginar sob que forma se apresentará um objeto (agulha ou disco) colocado em diversas posições, que foi submetido a pontos de vista diferentes em relação ao sujeito e a um outro observador. Essa atividade envolve transformações projetivas provenientes das várias posições do objeto. Em seguida,

A CRIANÇA É SOLICITADA A REPRESENTAR AS FORMAS DE UM OBJETO (AGULHA OU DISCO) COLOCADO EM DIVERSAS POSIÇÕES, SEGUNDO SEU CAMPO DE VISÃO E SEGUNDO O DE UMA OUTRA PESSOA SITUADA A 90° DELA. (P. 185 E 186)

Apresentaremos uma figura para facilitar o entendimento do que os pesquisadores esperavam da representação da agulha e do disco. Essa figura relaciona respectivamente os deslocamentos (A, B, C, D e E) da agulha e do disco com suas imagens gráficas (A, B, C, D e E) correspondentes.

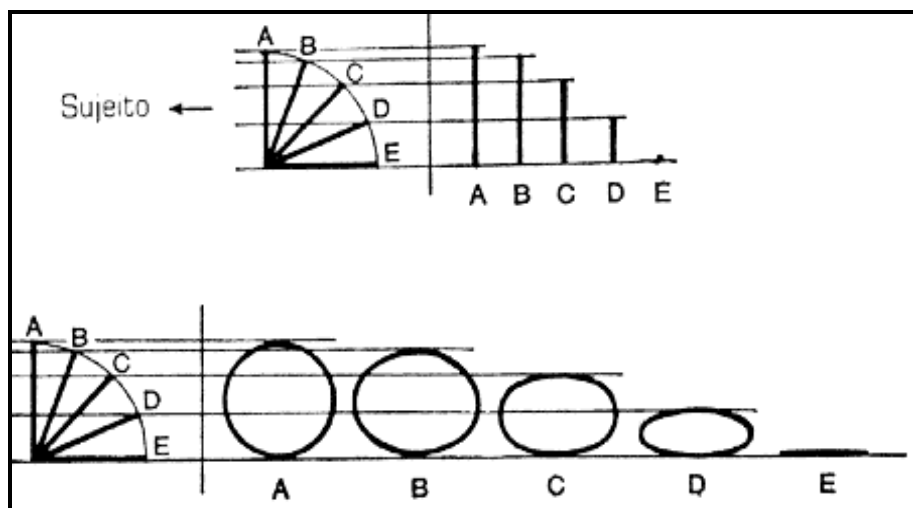


Figura 3.2: Apresentações sucessivas da agulha e do disco. (p.187)

Esta tarefa introduz um sistema de pontos de vista (espaço projetivo) e um sistema de deslocamentos, envolvendo distâncias e medidas (espaço euclidiano). Pretendemos dividir o nosso experimento em duas atividades: uma com as variações das posições da haste vertical, e a outra, do disco, a fim de verificar se a forma do objeto influi na representação feita pela criança.

A tarefa seguinte tem como objetivo analisar o desenho (revelador de idéias) de duas paralelas feito pela criança para representar dois trilhos retilíneos ou as bordas de uma estrada reta, que consiste em conservar a forma retilínea, modificando comprimentos, paralelismos, ângulos, etc.

A CRIANÇA DEVERIA DESENHAR AS BORDAS DE UMA ESTRADA RETILÍNEA, CONTENDO NAS MARGENS BARRAS VERTICAIS QUE SE SUCEDEM ATÉ O HORIZONTE OU ESCOLHER ENTRE OS DESENHOS APRESENTADOS. (P. 186)

Com esta tarefa os pesquisadores tinham o intuito de observar as variações de tamanho e posição das barras e as deformações decorrentes da perspectiva. Abaixo encontramos exemplos de desenhos dos estudos de Piaget e Inhelder sobre a tarefa citada acima, referentes aos níveis: subestádio II A (idade de quatro a seis anos), subestádio III A (idade de sete a oito anos) e o subestádio III B (idade de oito e seis meses a nove anos).

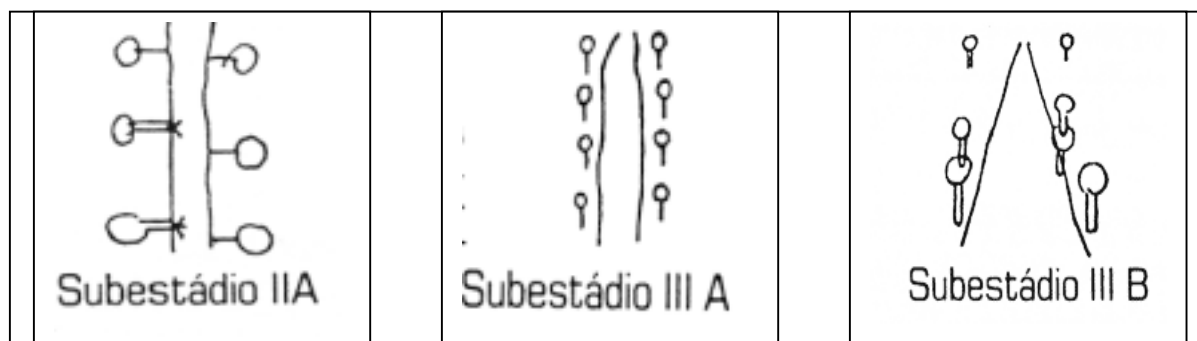


Figura 3.3: Evolução do desenho segundo o nível de Piaget e Inhelder. (p. 188)

Piaget e Inhelder (1993) concluíram que a partir de mais ou menos nove anos (nível III B), as crianças conseguem superar, através das relações topológicas, os problemas de perspectivas, com a diferenciação dos pontos de vista e a descoberta de regras de transformações. O objeto considerado de um certo ponto de vista terá elementos à sua esquerda ou à sua direita (dimensão de comprimento), acima ou abaixo (dimensão da altura) e na frente ou atrás (dimensão da profundidade) dele. Para os autores, é através dessas relações estabelecidas como pontos de referência (esquerda, direita, acima, abaixo, frente e atrás), e

subordinadas a um ponto de vista, que o sujeito chega à compreensão das transformações projetivas. No nosso instrumento diagnóstico, pretendemos observar quais as habilidades e conhecimentos que as crianças trazem consigo sobre as transformações que aparecem quando representamos em perspectiva.

Para dar prosseguimento ao estudo de visualização dos objetos, isto é, de compreender o que realmente as crianças estão vendo, o próximo estudo visa ao entendimento das projeções das sombras.

3.2.4 A projeção das sombras

Para Piaget e Inhelder (1993), o experimento que envolveu a questão da projeção das sombras teve como objetivo a compreensão da forma da sombra em função do objeto correspondente. Essa atividade serviu para trabalhar a diferenciação dos pontos de vista da criança, que só é possível, segundo os autores, em torno de sete a oito anos, pois até essa idade, aproximadamente, a criança é dominada pelo ponto de vista egocêntrico, ou seja, ela admite apenas o seu ponto de vista como único.

PARA O EXPERIMENTO, OS OBJETOS UTILIZADOS FORAM SEGUROS POR MEIO DE UMA HASTE RÍGIDA MUITO FINA E COLOCADOS ENTRE UMA LÂMPADA E UMA PAREDE BRANCA, ESTANDO A LÂMPADA, O OBJETO E O PLANO DE PROJEÇÃO (A PAREDE) A ALGUNS CENTÍMETROS UNS DOS OUTROS. ALGUNS OBJETOS QUE FORAM UTILIZADOS NESTE ESTUDO COMO, (CONE REGULAR, DOIS CONES UNIDOS PELOS VÉRTICES, CARTÃO CIRCULAR, CARTÃO RETANGULAR E UM LÁPIS) FORAM APRESENTADOS À CRIANÇA EM POSIÇÕES OBLÍQUAS VARIADAS, DE MODO A PROVOCAR DIFERENTES FORMAS DE SOMBRA. PARA O DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO, PEDE-SE A CRIANÇA QUE OU DESENHE A FORMA QUE TERÁ A SOMBRA, OU ESCOLHA ENTRE OS DESENHOS OFERECIDOS, A FORMA JULGADA CONVENIENTE. (P. 210)

Essa questão trata da previsão e da forma das sombras projetadas, através da qual a criança tem a oportunidade de comparar suas idéias sobre a previsão que fez da forma do objeto com a projeção da sombra do objeto que está vendo

projetada, ou seja, fazer uma relação entre o ponto de vista conhecido subjetivamente pela criança com as projeções das sombras que correspondem a dados objetivos constatáveis de fora. Ilustramos sombras de sólidos na figura abaixo.

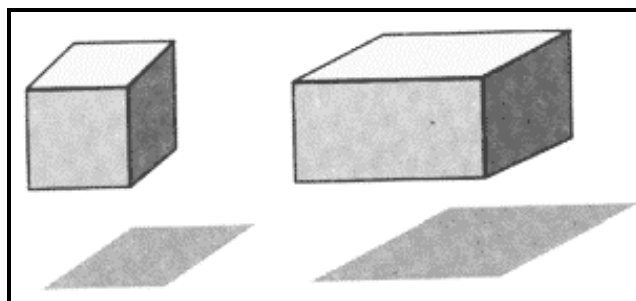


Figura 3.4: sombras de sólidos geométricos

Com o desenvolvimento dessa tarefa, a criança que percebe a sombra como resultado da ausência de luz devido ao espaço ocupado pelo objeto que se interpõe, consegue verificar que ocorrem mudanças nas formas das sombras dos objetos quando apresentados em posições diferentes, isto é, aprende com a participação no experimento que a forma da sombra depende da forma do objeto, bem como da sua posição em relação à fonte luminosa. Empregaremos tal tarefa em nosso estudo com o intuito de investigar quais os procedimentos utilizados pelas crianças para visualizar e interpretar as sombras projetadas.

A questão que se segue dá continuidade ao estudo da atitude egocêntrica da criança e da coordenação de pontos de vista.

3.2.5 O relacionamento das perspectivas

Na questão do relacionamento das perspectivas, Piaget e Inhelder (1993) referem-se à construção que leva o sujeito a relacionar simultaneamente objetos

entre si, no caso três montanhas bem distintas entre si, e a análise das relações estabelecidas pelo sujeito entre seu ponto de vista e o dos outros observadores. A tarefa que iremos descrever envolveu crianças na faixa etária entre quatro a doze anos de idade:

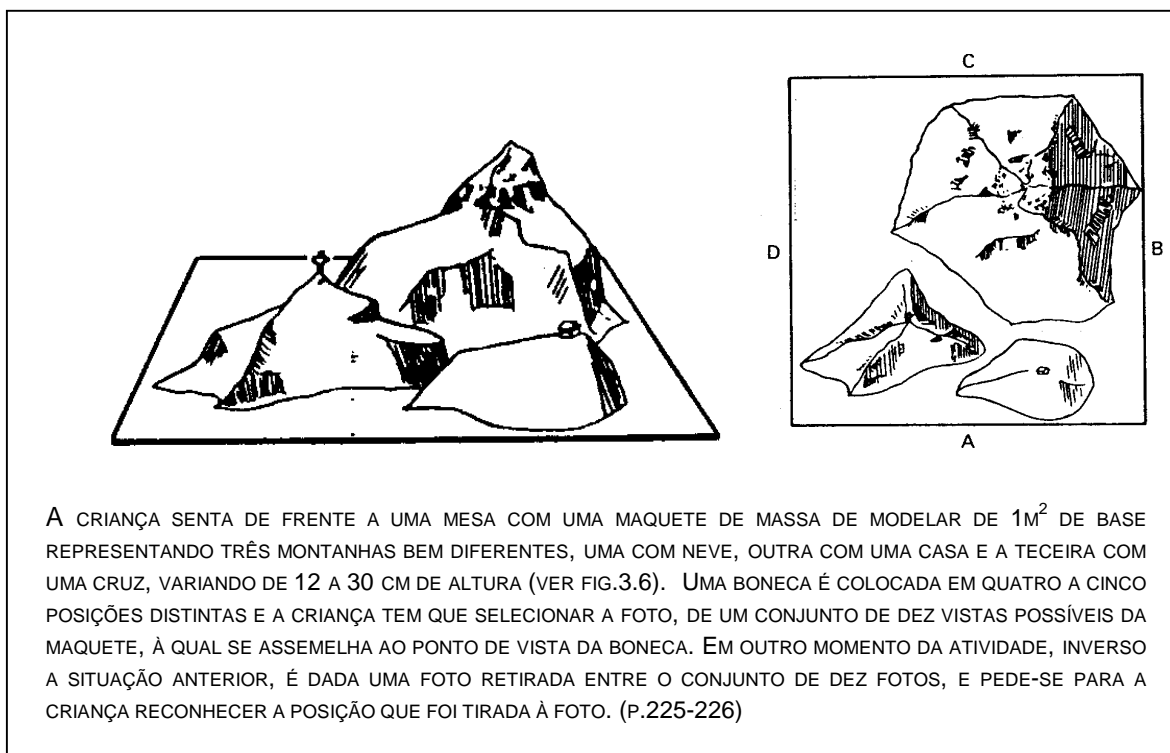


Figura 3.5: Tarefa da MAQUETE DAS MONTANHAS DE PIAGET E INHELDER (1993, P. 225).

Essa questão envolve novamente o problema do egocentrismo da criança, pois esta considera que o seu ponto de vista é o único possível e acredita colocar-se no ponto de vista do próprio objeto, transformando em uma espécie de falso absoluto. Para os pesquisadores, quando a criança percebe que existem outros pontos de vista, diferentes do seu, ela inicia a compreensão do relacionamento das perspectivas. Eles afirmam que: “... *diferenciação dos pontos de vista supõe uma liberação do egocentrismo inicial e uma coordenação das perspectivas, por meio de um agrupamento das relações constitutivas das três dimensões do espaço projetivo...*” (p. 208).

Consideramos essa tarefa relevante para o estudo da perspectiva, pois trata de problemas que envolvem o egocentrismo e também o relacionamento de vários pontos de vista. Pretendemos aplicá-la, fazendo adaptações para um contexto que esteja mais próximo das nossas crianças brasileiras.

A seguir ,apresentaremos e discutiremos algumas pesquisas relacionadas com o nosso estudo, encontradas na nossa revisão da literatura.

3.3 PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As pesquisas com relação ao conhecimento geométrico destacam os seguintes componentes: dado, conceito, procedimento e atitude. Segundo Coll (1998), 'dado' constitui a informação solicitada pelo conhecimento numa certa área científica ou não, e 'conceito' é a idéia sobre algum dado. Exemplificando, no ensino da geometria, temos dados como: um quadrilátero é um polígono de quatro lados, e para entender essa informação, há necessidade do conceito de polígono. Para o mesmo autor, 'procedimento' é o ato de exercer uma ação ordenada e orientada para executar uma tarefa, e a 'atitude' é uma norma de proceder, que envolve o aspecto cognitivo, afetivo e de comportamento, portanto, essas atitudes influenciam a aprendizagem com relação aos conceitos ou aos procedimentos.

Ressaltaremos uma definição de conceito feita por Brito (1996), que corresponde ao conceito como construto mental do sujeito, que se refere à idéia que cada indivíduo desenvolve, a fim de pensar sobre o mundo físico e social. Deste modo, notamos como os conceitos, procedimentos e atitudes são importantes para a aprendizagem da geometria.

Em nosso estudo, pretendemos observar atentamente os procedimentos que resultam de ações e decisões das crianças, envolvendo dados, conceitos, imagens e representações. Nos procedimentos em geometria, podemos incluir as habilidades de desenhar e reconhecer figuras tridimensionais e bidimensionais, compor e recompor figuras, realizar medições e partições em figuras, etc.

O estudo que discutiremos primeiramente sobre o conhecimento geométrico foi realizado por Clements e Battista (1989). Os autores fizeram um estado da arte sobre pesquisas realizadas nos Estados Unidos na década de 80, nas quais investigaram o estudo da Geometria e o raciocínio geométrico. A partir da análise dessas pesquisas, chegaram às seguintes conclusões:

- a) A geometria é importante, pois oferece um modo de interpretar e refletir sobre o meio físico e serve, também, como ferramenta para estudar outros assuntos nas ciências, portanto, merece mais atenção na aula e na pesquisa, visto que o desempenho dos estudantes na Geometria é fraco. Nem o que os estudantes aprendem, nem os métodos através dos quais eles aprendem são satisfatórios e tem havido pouca atenção instrucional nos EUA ao raciocínio espacial;
- b) As evidências indicam uma posição construtivista sobre como as crianças aprendem as idéias espaciais e geométricas. Parece que existe uma construção progressiva dos conceitos geométricos de um plano perceptivo para um conceitual;
- c) São necessárias pesquisas para identificar as construções cognitivas que as crianças fazem em todos os níveis, especialmente em contextos de ambientes com o suporte adequado, por exemplo, computadores e objetos manipuláveis.

Essas futuras investigações precisam considerar como o pensamento visual se manifesta nos níveis do pensamento geométrico.

Ainda baseados nessas pesquisas, os autores apontam alguns exemplos de concepções errôneas que estudantes americanos nos níveis correspondentes ao Ensino Fundamental e Médio apresentam em Geometria. Destacaremos as referentes ao quadrado e ao triângulo, porque pretendemos trabalhar com essas formas em nosso estudo, e verificar se também aparecem entre nossos sujeitos de estudo, concepções do tipo: “triângulos são somente equiláteros”, “toda figura que tem quatro lados é um quadrado” e “quanto à posição, só será um quadrado se sua base for horizontal”.

Os pesquisadores Clements e Battista (1989), nesse mesmo artigo, relatam algumas críticas com relação aos estudos de Piaget e Inhelder. Dentre elas, podemos apontar:

- a) A imprecisão no uso da terminologia da Matemática, relacionada com a questão de classificação dos objetos em figuras topológicas e figuras euclidianas extraídas dos estudos de Darke (1982), Kapadia (1974) e Martin (1976a);
- b) As propriedades que capacitam as crianças a distinguir formas não são, necessariamente, topológicas em contraste com as euclidianas e, sim, de outra natureza, extraída dos estudos de Esty (1970);
- c) As mesmas dúvidas com relação à teoria da primazia do topológico são levantadas com relação aos desenhos, e pesquisas mostram outros tipos de hierarquização do desenvolvimento como os estudos de Rosser et al (1988).

Levando em consideração essas críticas, tivemos o cuidado de explicar a terminologia empregada por Piaget e Inhelder (1993) em nossa pesquisa. Nosso

objetivo, porém, não é comprovar que as relações topológicas aparecem antes das projetivas e euclidianas.

Com relação às habilidades espaciais, encontramos ainda no artigo, várias pesquisas de Battista e Clements (1990), Ben-Chaim et al. (1988), Fennema e Tartre (1985) e Tartre (1990b), que mostram as diferenças no desempenho de habilidades geométricas entre homens e mulheres. Os resultados indicaram que os homens superavam significativamente as mulheres nas atividades da visualização espacial. Os estudos que consideramos mais relevantes a nossa pesquisa foram os de Fennema and Carpenter (1981) e de Liben e Golbeck (1980). Os primeiros pesquisadores defendem a hipótese de que tal visualização é um dos possíveis fatores que podem explicar as diferenças no aprendizado da geometria entre os sexos. E os segundos constataram, em estudos relacionados às atividades de Piaget sobre a horizontalidade (nível da água) e a verticalidade, que as meninas apresentavam um número significativamente inferior de acertos comparado aos meninos, na idade de quatro a doze anos.

Com base nos resultados dessas pesquisas, pretendemos fazer a comparação dos desempenhos dos meninos em relação às meninas no que se refere às habilidades disponíveis em tarefas que envolvem a representação de objetos em perspectiva.

Quanto à natureza dessas habilidades espaciais, Gardner (1995), que realizou estudos sobre os tipos de inteligências, expõe que as capacidades para perceber detalhadamente o mundo visual, para representar transformações e modificações sobre uma percepção inicial e para criar aspectos de uma experiência visual, mesmo na ausência do estímulo físico relevante, são os fatores fundamentais

para o desenvolvimento da inteligência espacial. Para o autor, “*A inteligência espacial é a capacidade de formar um modelo mental de um mundo espacial e de ser capaz de manobrar e operar utilizando esse modelo*” (p. 15).

Partindo dessa idéia, ele defende que a habilidade para discernir similaridades entre os diversos domínios deriva, em muitas instâncias, da manifestação da inteligência espacial. Relata, ainda, em seus estudos, que as crianças de dez anos de idade encontram-se num período de “*aprendizado rumo à perícia em domínios específicos*” e “*a hábitos de uma cultura*” (p. 55). Esses dados reforçam que as crianças, nessa faixa etária, estão aptas a desenvolver habilidades para desenhar em perspectiva através do desenvolvimento da inteligência espacial.

Ainda com relação às habilidades espaciais, Bishop (1983) apontou dois componentes espaciais que ele acredita serem especialmente relevantes para o ensino da Geometria: a habilidade para interpretar a informação da figura (**IFI**) que envolve o entendimento das representações visuais e o vocabulário espacial usado em atividade geométrica, gráficos, mapas e diagramas de todos os tipos, e a habilidade de processamento visual (**VP**), envolvendo a visualização e a tradução de relações abstratas e a informação não figurativa em forma visuais.

Para o autor, a visualização espacial significa a compreensão e a representação dos movimentos imaginados dos objetos em duas e três dimensões do espaço, e a orientação espacial significa o entendimento e a operação nas relações entre as posições dos objetos no espaço com relação a uma posição própria.

A habilidade **IFI** (interpreting figural information) está relacionada ao conhecimento das convenções visuais usadas em representações gráficas e a

interpretação de termos geométricos, e essa habilidade possibilita a passagem da imagem que visualizamos para o objeto que tocamos.

A habilidade **VP** (visual processing) refere-se ao modo de resolver um problema, que pode ser por um processo visual ou analítico. Tal habilidade possibilita a passagem do objeto para a imagem visual.

Exemplos de atividades apresentadas pelo pesquisador que envolvem essas habilidades: **IFI** é necessária na construção de modelos com palitos a partir de desenhos, e **VP** contribui para a elaboração de mapas, como no caso do caminho construído por alunos desde a sua sala de aula até um outro ambiente da escola.

Quanto às representações das idéias geométricas, Vinner e Hershkowitz (1980) apontam que em pensamento as crianças não usam definições dos conceitos, mas, imagens conceituais, combinações de todas as figuras mentais e propriedades que têm sido associadas ao conceito. Esses pesquisadores descobriram através dos resultados de pesquisas que: *“cada conceito tem um (ou mais) exemplo protótipo que são forjados inicialmente e, portanto, existem na imagem conceitual da maioria dos sujeitos”* (p.17). Dentre alguns exemplos, destacaremos o quadrilátero, forma com a qual pretendemos trabalhar: *“os lados e ângulos iguais do quadrado como exemplo de quadrilátero”* (p.17). Esse modelo é usado como um sistema de referência, na qual a criança baseia seus julgamentos nos atributos do protótipo, como por exemplo: *“Todas as figuras, exceto o quadrado, não são quadriláteros porque elas podem ter lados iguais, mas elas não possuem ângulos iguais”* (p.18).

Nesse mesmo artigo, encontramos estudos de Mukhopadhyay (1987) que exemplificam a influência da cultura e da experiência de crianças entre oito e doze anos. A autora dessa pesquisa descobriu que as crianças das famílias que

trabalhavam com cerâmica, portanto, com objetos tridimensionais, produziram representações de sólidos mais adequadas do que as crianças de agricultores e das famílias de tecelões, conforme podemos constatar no quadro abaixo.

	Tecelões	Artesões	Agricultores
cilindro			
Pirâmide			

Figura 3.6. Representações de sólidos 3D da pesquisa.
de MUKHOPADHYAY (1987, P. 13).

Os resultados dessa pesquisa reforçam a importância da influência da cultura e da experiência das crianças. Com isso pretendemos observar esse fato através dos procedimentos das crianças envolvidas em nosso estudo com relação às tarefas efetuadas em nosso instrumento diagnóstico.

As crianças, ao desenharem, na maioria das vezes, representam o que sabem a respeito dos objetos, mas quando têm que interpretar uma figura, adotam como critério a semelhança entre o desenho e a realidade.

Parzysz (1988), realizou estudos referentes à representação das figuras em 3D e observou que alunos franceses, correspondentes ao nosso Ensino Médio,

tentavam desenhar figuras usando as propriedades que conheciam do objeto que estava sendo desenhado. Por exemplo, os alunos desenhariam um quadrado, ao invés de um paralelogramo na base de uma pirâmide regular. As relações dos indivíduos com a representação gráfica de um objeto espacial é, segundo o autor, uma interação entre o “ver” e o “saber”. Como referência teórica, o autor se refere a Piaget, na qual o “saber” corresponde ao realismo intelectual, e o “ver”, ao realismo visual.

O autor afirma que representar figuras tridimensionais no plano torna-se uma tarefa difícil devido ao conflito ver/saber, que têm características próprias, ficando complicado para as crianças operarem as escolhas apropriadas para a representação gráfica. Essa representação do objeto geométrico espacial enfatiza, por um lado, abandonar uma parte das propriedades geométricas (parte do saber) e, por outro, não apresentar um único aspecto (parte do ver).

Por fim, comentaremos pesquisas brasileiras nos três níveis de Ensino que, de uma forma ou outra, estão relacionadas com o nosso estudo. No Ensino Fundamental, citaremos os estudos de Bertonha, no Ensino Médio, temos a pesquisa de Medalha e, no Ensino Superior, a de Cavalga.

Bertonha (1989) relata em pesquisa sua experiência de sala com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental referente ao ensino de Geometria, envolvendo discriminação, classificação e denominação de figuras geométricas. Através da análise, conclui que os alunos, embora ainda apresentem dificuldades na discriminação do nome das figuras tridimensionais, como por exemplo, colocando triângulo ao invés de pirâmide, prisma ao invés de retângulo, quadrado ao invés de cubo, conseguiram assimilar, de modo significativo, a maioria dos conceitos. A autora

explica, num primeiro momento, a troca dos nomes pelo fato de que, ao visualizar o sólido geométrico, o aluno memoriza as imagens das faces que o compõem. A discriminação do nome diante do material concreto era correta, pois associava primeiramente o nome de sua face para, depois, elaborar a forma como um todo e, assim, recuperar o nome do sólido geométrico num segundo momento.

Medalha (1997), em seu estudo diagnóstico sobre pirâmide, voltado para alunos da 2ª série do Ensino Médio, conclui em sua pesquisa que o desenvolvimento das habilidades de visualização e a melhoria nas representações dos problemas propostos levam um melhor desempenho desses alunos nas aulas de Matemática. A autora valoriza a multiplicidade de representações para a construção dos objetos matemáticos, apontando que essas representações fazem parte dos elementos facilitadores do ensino-aprendizagem da Geometria Espacial e do desenvolvimento do pensamento espacial.

Cavalga (1997), em seu estudo sobre o espaço e a representação gráfica, focando a visualização e a interpretação, aplicou um teste diagnóstico a um grupo de estudantes do Ensino Superior, observando dificuldades ligadas às capacidades de visualizar e interpretar objetos do espaço e suas representações gráficas matemáticas. O autor aplicou uma seqüência didática, visando ao desenvolvimento dessas capacidades e encontrou como resultado que os alunos observados passaram a relacionar espaço tridimensional e sua representação gráfica plana de maneira mais apropriada.

Essa breve análise de uma parte da literatura a respeito das pesquisas relatadas sobre o pensamento geométrico torna possível, através de algumas tarefas, averiguar quais as habilidades que as crianças na idade de dez a onze anos trazem consigo sobre a representação gráfica das relações projetivas envolvidas no seu conhecimento geométrico.

CAPÍTULO 4

PLANEJAMENTO DO ESTUDO

4.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo destina-se à apresentação do nosso estudo. Primeiramente, são narradas algumas características relevantes dos sujeitos da pesquisa e do ambiente da aplicação da investigação. Em seguida, são descritos os procedimentos relativos à aplicação do experimento. Na apresentação das atividades desenvolvidas no experimento, foram expostas as metas e expectativas de cada uma delas, com algumas amostras das situações apresentadas, selecionadas pela sua representatividade. O conteúdo do experimento encontra-se nos anexos.

4.2 - SUJEITOS DO ESTUDO

Os sujeitos escolhidos para este estudo foram 36 alunos da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo, na cidade de Santos. Para esse estudo foram escolhidas aleatoriamente 18 crianças de duas classes da quarta série do Ensino Fundamental do período da manhã. Nesta escola, os alunos são separados pelo seu desempenho escolar. Dessa forma, os alunos da 4^aA eram considerados com bom aproveitamento, alfabetizados e com raciocínio lógico satisfatório, já os da 4^aB eram considerados alunos com aproveitamento insatisfatório, que apresentavam dificuldades em leitura e de raciocínio lógico matemático. Trabalhamos com alunos de ambas as classes, os quais foram distribuídos conforme o diagrama a seguir.

População: 36 alunos			
18 alunos		18 alunos	
11 alunos 4 ^a A	07 alunos 4 ^a B	07 alunos 4 ^a A	11 alunos 4 ^a B

Quadro 4.1: Distribuição das crianças envolvidas na pesquisa.

A escolha da escola foi feita por conveniência e a escolha da série deveu-se ao fato de esta ser a última série dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental, considerado por nós um momento oportuno para observar e refletir sobre as habilidades das crianças para reconhecer e explorar as formas geométricas, pré-requisitos necessários para iniciar as séries seguintes.

O planejamento da Escola onde o experimento foi aplicado, vem sendo executado, desde 1998, seguindo as orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997). A professora de Matemática das duas classes envolvidas na pesquisa ressaltou que o trabalho dela está direcionado a desenvolver no aluno um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Embora não fosse conhecida dos alunos, a pesquisadora foi bem recebida por eles, que demonstraram grande interesse na participação do projeto. A curiosidade deles em saber do que se tratava foi um ponto muito importante para levá-los a participar e se comprometer-se com o estudo.

4.3 MATERIAL

Para a realização da nossa pesquisa, foram necessários os seguintes materiais: papel, lápis, borracha, régua, dez fichas com 13 atividades, 14 objetos

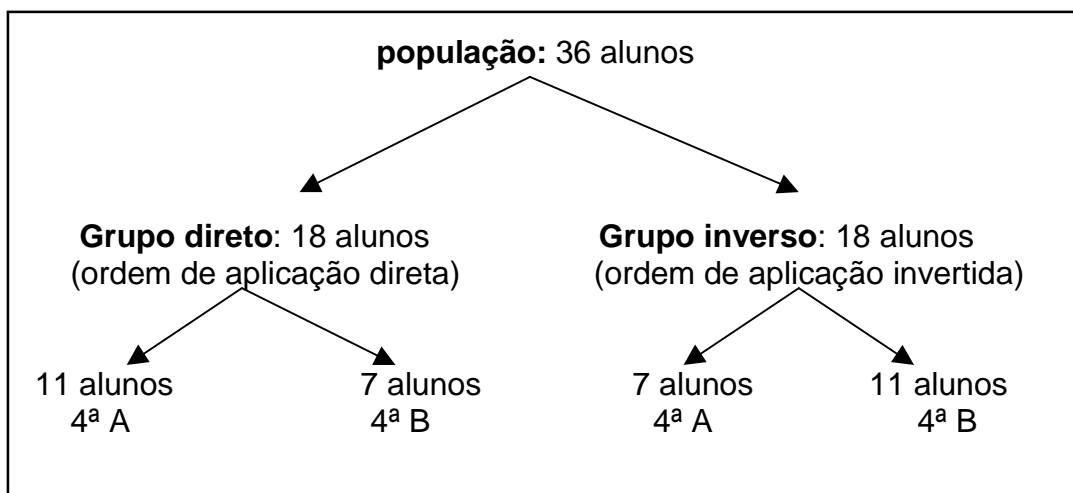
feitos em papel cartão, sete sólidos geométricos, fósforos, massa de modelar, duas tábuas de madeira nas formas redonda e quadrada, archote, dez fotos e uma pista de skate de dedo, que serão detalhados posteriormente, neste mesmo capítulo, quando da descrição das atividades utilizadas no experimento.

4.4 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTO

O instrumento foi aplicado em momentos diferentes. Cada criança foi chamada separadamente e as atividades foram realizadas individualmente em duas sessões não consecutivas de pesquisa, pois eram 13 atividades e percebemos que ficaria muito cansativo aplicá-las num mesmo dia. Assim, cada sessão durou em média uma hora e meia. Foi estabelecido, na primeira sessão da pesquisa, que a criança estaria ali para dar esclarecimentos a respeito do que sabia sobre Matemática, não se tratando de uma avaliação, e sim de uma coleta de dados sobre conhecimentos de Geometria.

A pesquisadora teve a preocupação de esclarecer às crianças que se houvesse insistência nas perguntas era simplesmente para melhorar a informação, e não para insinuar que a resposta estava errada ou certa. Ela manteve, em todas as sessões, o mesmo procedimento de não interferir nas conclusões das crianças. Elas constantemente perguntavam se tinham acertado as respostas das atividades, e sempre eram lembradas de que não se tratava de avaliação, e sim de uma coleta de informações de seus conhecimentos.

O trabalho foi aplicado pela própria pesquisadora, sem a presença da professora, numa sala de atividades extra-classe e em horário paralelo ao da aula do mesmo período. Cada criança levou em média três horas para a aplicação das duas sessões.



Quadro 4.2: Distribuição dos alunos em grupos.

O diagrama mostra que tivemos 18 alunos fazendo parte do grupo direto (GD) e 18 alunos participando do grupo inverso (GI). Essas denominações dizem respeito à ordem da aplicação das atividades do instrumento diagnóstico, que foi composto por 13 atividades (que serão detalhadas posteriormente).

Para o grupo de 18 crianças, a aplicação das atividades seguiu a ordem crescente, ou seja, da questão 1 até a 13 chamamos de grupo de ordem direta ou simplesmente grupo direto (GD). Ao grupo de crianças cuja aplicação das atividades seguiu o caminho decrescente, isto é, da questão 11 à questão 3, chamamos de grupo de ordem inversa ou simplesmente grupo inverso (GI). Na ordem invertida, não foi modificada a ordem de aplicação das atividades 1 e 2 e das atividades 12 e 13, pelo fato de essas atividades serem organizadas de modo a uma complementar a outra. A idéia de aplicar as atividades do experimento em ordens diferentes deu-se pela necessidade de observar a eventual influência que as mesmas poderiam exercer no desempenho das crianças. Assim, foi possível observar se as atividades apresentadas em ordem diferente interferiram nos resultados.

Na primeira sessão foram desenvolvidas as atividades de 1 a 6 e, na segunda sessão, de 7 a 13, na ordem direta. Na ordem invertida, a primeira sessão foi de 13 a 7 e, na segunda sessão, de 6 a 3, além das questões 1 e 2.

O código indica o número do aluno na pesquisa, a classe que freqüentou no ano de 2000, a ordem de aplicação das atividades, a idade do aluno e o sexo. Por exemplo: 1M10BD indica que se trata do sujeito número 1, do sexo masculino, com dez anos, vindo da 4ªB e fazendo parte do grupo direto.

Número do aluno na pesquisa	Sexo	Idade	Classe 4ªA ou 4ª B	Ordem de aplicação
1	M	10	B	D
2	F	11	A	D
3	F	10	A	D
4	F	11	A	D
5	M	11	B	D
6	F	10	A	D
7	F	10	B	D
8	F	11	A	D
9	M	10	A	D

Número do aluno na pesquisa	Sexo	Idade	Classe 4ªA ou 4ª B	Ordem de aplicação
10	F	11	A	D
11	M	10	B	D
12	F	11	A	D
13	M	10	A	D
14	F	10	B	D
15	M	11	A	D
16	M	10	B	D
17	M	11	A	D
18	M	11	B	D

Número do aluno na pesquisa	Sexo	Idade	Classe 4ªA ou 4ª B	Ordem de aplicação
19	M	11	B	I
20	F	10	B	I
21	F	10	B	I
22	M	10	A	I
23	F	10	B	I
24	M	11	A	I
25	M	11	B	I
26	M	11	B	I
27	F	11	A	I

Número do aluno na pesquisa	Sexo	Idade	Classe 4ªA ou 4ª B	Ordem de aplicação
28	M	10	B	I
29	M	11	A	I
30	F	10	B	I
31	M	11	B	I
32	F	11	B	I
33	M	11	A	I
34	M	11	B	I
35	F	10	A	I
36	F	10	A	I

Quadro 4.3: Distribuição das crianças da pesquisa, conforme o sexo, idade, classe e ordem de aplicação.

Havia entre as crianças dezenove meninos, dos quais sete com dez anos, e doze com onze anos; e dezessete meninas, das quais dez com dez anos, e sete com onze anos, totalizando dezessete crianças com dez anos e dezenove crianças com onze anos. Esse detalhamento entre meninos e meninas justifica-se pelo fato

de desejarmos verificar se havia diferenças no desempenho de habilidades geométricas entre meninos e meninas.

Com esse grupo de crianças, pretendemos observar os procedimentos e habilidades que elas disponibilizam quando resolvem tarefas referentes à perspectiva, através de seus registros de representação de figuras tridimensionais no plano. Esperamos que essas crianças façam uso do seu conhecimento geométrico desenvolvido na escola e de suas experiências de vida em relação ao espaço que as rodeia.

A elaboração das atividades aplicadas aos alunos foi inspirada nas pesquisas que Piaget e Inhelder (1993) realizaram, as quais, como já dissemos anteriormente, foram retiradas do livro: “A representação do espaço na criança”. Faremos citações da referida obra sempre que se fizer necessário para o melhor entendimento da descrição das atividades.

4.5 - DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

O experimento será descrito de acordo com a seguinte ordem: descrição da parte que serviu de base para o instrumento diagnóstico e comentários da adaptação da pesquisa de Piaget e Inhelder (1993) na atividade discutida; o título que demos à atividade; seu objetivo; material utilizado; desenvolvimento; resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993); e a nossa expectativa com relação à atividade.

Iniciaremos com duas primeiras atividades inspiradas no estudo de Piaget e Inhelder (1993), intitulado “*A intuição das formas (Percepção estereognóstica)*”, envolvendo sujeitos de dois a sete anos, para analisar como o sujeito forma a imagem (imitação interiorizada) de objetos através da exploração tátil.

Para a adaptação, modificamos os objetos de forma a ficarem mais apropriados para as crianças de dez a onze anos, pois a pesquisa de Piaget e Inhelder (1993) era voltada para crianças de dois a sete anos, envolvendo sólidos familiares como: uma bala, tesouras, etc. Outra modificação foi utilizar sólidos geométricos (cilindro, cubo, prisma de base retangular, pirâmide de base quadrada e um prisma de base hexagonal) para observar as habilidades das crianças em representá-los. Piaget e Inhelder (IBID), em suas entrevistas, argumentavam sobre o que a criança produzia, questionavam a resposta dela, como uma clara condição de situação-conflito. Essas entrevistas visavam à construção do conhecimento pela investigação psicológica das operações do pensamento. Em contrapartida, nós, em nosso estudo, não tínhamos a intenção de provocar conflitos; ficamos, entretanto, mais atentas em observar as ações que as crianças realizavam.

1ª ATIVIDADE: ATRAVÉS DO TOQUE, DESENHE E DÊ NOMES AOS OBJETOS DADOS

ATRÁS DO ANTEPARO, VOCÊ NÃO PODERÁ VÊ-LOS. CONCENTRE-SE E CAPRICHE.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17			

Quadro 4.5: Folha da atividade 1.

1ª Atividade. Desenhos a partir de exploração tátil.

Objetivo: Observar a construção dos desenhos dos objetos a partir da exploração tátil.

Material necessário: Uma série de 12 cartões recortados em formas geométricas e

cinco sólidos geométricos. Os objetos são numerados para viabilizar a análise e a aplicação: 1ª) coroa circular aberta, 2ª) coroa circular fechada, (3ª) cruz, 4ª) círculo, 5ª) X, 6ª) triângulo, 7ª) quadrado, 8ª) pentágono regular, 9ª) estrela, 10ª) hexágono regular, 11ª) Pentágono não convexo, 12ª) prisma de base retangular, 13ª) prisma de base hexagonal, 14ª) cubo, 15ª) cilindro, 16ª) losango e 17ª) pirâmide de base quadrada (fotos dos objetos estão no anexo 1). Uma folha (anexo 2) dividida em 17 partes suficientes para fazer os desenhos pedidos, um anteparo de papelão, lápis e borracha.

Desenvolvimento: Foram apresentados à criança os 17 objetos. A criança toca, apalpa tais objetos sem vê-los, deve nomeá-los e desenhá-los. A criança é colocada diante de um anteparo e é atrás deste que ela toca os objetos apresentados, de modo que a pesquisadora possa analisar o método de exploração tátil.

2ª Atividade: Você tem várias figuras a sua frente, descubra qual é o desenho que melhor corresponde ao modelo apalpado. Será que você é um bom detetive? Dê nome a figura

Figura 1 _____	Figura 2 _____
Figura 3 _____	Figura 4 _____
Figura 5 _____	Figura 6 _____
Figura 7 _____	Figura 8 _____
Figura 9 _____	Figura 10 _____
Figura 11 _____	Figura 12 _____
Figura 13 _____	Figura 14 _____
Figura 15 _____	Figura 16 _____
Figura 17 _____	

Quadro 4.6: Folha de atividade 2.

2ª Atividade. O reconhecimento de formas.

Objetivo: Observar o reconhecimento dos desenhos dos objetos dados através da exploração tátil.

Material necessário: Um anteparo de papelão, lápis e borracha. Uma série de 12

objetos (numerados para viabilizar a análise) de papel cartão, recortados nas seguintes formas geométricas: 1ª) coroa circular aberta, 2ª) coroa circular fechada, 3ª) cruz, 4ª) círculo, 5ª) X, 6ª) triângulo, 7ª) quadrado, 8ª) pentágono regular, 9ª) estrela, 10ª) hexágono regular, 11ª) Pentágono não convexo, 16º) losango. Cinco sólidos geométricos: 12ª) prisma de base retangular, 13ª) prisma de base hexagonal, 14ª) cubo, 15ª) cilindro e 17ª) pirâmide quadrangular. Uma folha (anexo 3) com linhas numeradas de 1 a 17, suficientes para colocar os números dos desenhos identificados, e três folhas (anexo 4) com 31 desenhos. Vale observar que os objetos eram feitos de papel cartão e, devido à sua espessura ser muito pequena, todos os desenhos foram representados sem considerar a espessura do objeto, por exemplo, o objeto de papel cartão na forma quadrada foi representado por um quadrado. Acreditamos que esta falta de precisão na representação do sólido não acarretará problemas.

Desenvolvimento: Foram apresentados à criança os mesmos 17 objetos da primeira atividade. A criança toca, apalpa tais objetos sem vê-los, só que agora ela tem que reconhecê-los. A criança é colocada diante de um anteparo e é atrás deste que ela toca os objetos apresentados, de modo que a pesquisadora possa analisar o método de exploração tátil. A criança escolhe entre 31 figuras, que estão desenhadas em três folhas (anexo 4).

Apesar de utilizar os mesmos objetos, a criança, ao apalpar, terá diante de si desenhos entre os quais terá que escolher o que mais se parece com o que está na mão dela. É esperado que esse procedimento influencie na maneira de exploração da criança, visto que ela terá que associar o objeto palpado à figura que está visualizando.

Resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993): Os estudos indicam que as

crianças a partir de sete anos já conseguem explorar as formas dos objetos por um método operatório. Neste nível, que envolve crianças de 10 a 11 anos, toda forma percebida é assimilada ao esquema das ações coordenadas, necessárias à sua reconhecimento e à sua representação. Os autores não se estenderam à questão da representação dos sólidos geométricos.

Expectativa: Primeiramente as crianças poderão encontrar dificuldades em desenhar e reconhecer os sólidos geométricos, previsão essa, baseada em nossa experiência. Com relações aos 12 cartões, acreditamos que as crianças apresentem habilidades para desenhar e reconhecer todos apresentados, através de uma exploração tátil sistemática, referente a uma correlação entre as formas e a coordenação das ações, fazendo um retorno a um ponto fixo de referência, para formar a idéia do objeto.

As próximas três atividades foram inspiradas no estudo de Piaget e Inhelder (1993), intitulado “*As noções do ponto e do contínuo*”, envolvendo sujeitos de quatro a 12 anos, para analisar a psicologia das relações topológicas elementares e a noção do contínuo, desde suas idéias iniciais até a estrutura que adquirem em torno de 11 a 12 anos. O método adotado para este estudo foi a entrevista, na qual surgiram questionamentos referentes a quatro problemas: (1) o seccionamento de um quadrado, (2) o seccionamento de uma linha, (3) a forma do elemento residual da partição de uma linha e (4) a recomposição da linha a partir de seus elementos.

3ª Atividade: Observe o quadrado abaixo e tente desenhar um quadrado tão pequeno que não seja possível fazer menor.



Responda:

- 1) Qual é a forma do menor quadrado possível?
 - 2) Se alguém conseguir diminuir ainda mais, qual seria essa figura?
- Agora, desenhe o maior quadrado possível na parte detrás da folha.

Quadro 4.7. Folha da atividade 3.

3ª Atividade. Relações entre o comprimento do lado e a forma do quadrado.

Objetivo: Observar se a criança conserva a forma do quadrado quando se varia o comprimento do lado.

Material necessário: lápis, borracha, uma folha (anexo 5), onde na parte da frente há um quadrado desenhado e duas perguntas, e atrás da folha há um espaço em branco.

Desenvolvimento: Apresenta-se o desenho de um quadrado e duas perguntas: Que forma tem o seu desenho? Se alguém conseguir diminuir ainda mais, que forma terá o desenho?

A seguir, pede-se que a criança desenhe o maior quadrado possível atrás da folha branca retangular.

Na adaptação, aplicamos a figura de um quadrado e trocamos a folha quadrada pela retangular para podermos avaliar melhor se o aluno faz o quadrado com os quatro lados com a mesma medida porque tem conhecimento da propriedade ou se simplesmente acompanhou a borda da folha.

4ª Atividade: Observando o desenho abaixo, desenhe a metade desse segmento de reta. depois a metade da metade, e continue dividindo até não dar mais.



Pergunta: Se a gente divide cada vez menor, o que encontra no fim?

Quadro 4.8. Folha da atividade 4.

4ª Atividade. Forma da figura obtida por sucessivas divisões de um segmento de reta.

Objetivo: Investigar a forma atribuída pela criança sobre a figura obtida por sucessivas divisões de um segmento de reta e verificar quantas divisões ela admite como possíveis.

Material necessário: Uma folha (anexo 6) com o desenho de um segmento de reta,

seccionamento, e os pontos sem forma. As composições constituem o inverso dessa decomposição ilimitada, e a criança pode não ter mais contradições entre o caráter descontínuo dos elementos e a continuidade do todo.

Expectativa: Acreditamos que as crianças envolvidas em nossa pesquisa estejam ainda no nível das operações concretas, não consigam generalizar além do finito, do visível e do manipulável.

As atividades 6, 7, 8, 9 e 10 foram adaptadas dos estudos de Piaget e Inhelder (1993), intitulado “*A reta projetiva e a perspectiva*”, com crianças de dois a doze anos, para saber o que é necessário pensar a respeito da construção propriamente dita de uma reta. Essencialmente, discute o problema da reta no espaço projetivo, considerando que a reta conserva sua forma no curso das mudanças projetivas.

A atividade 6 do experimento teve uma adaptação de material da atividade original, trocou-se a mesa retangular e a redonda por duas tábuas, respeitando as formas das mesas, por ser mais fácil de transportar. Não foi utilizada a forma quadrada.

6ª Atividade. A reta.

Objetivo: Observar a habilidade das crianças na construção da reta, a partir da ação de “mirar”.

Material necessário: uma tábua quadrada, uma tábua redonda, nove fósforos, sendo cada um plantado pela cabeça, em uma rodela de massa de modelar que lhe serve de suporte.

Desenvolvimento: Explica-se à criança que esses fósforos verticais representam postes e que ela deve colocá-los de modo a construir uma linha telefônica bem reta ao longo de uma estrada também perfeitamente reta. Inicia-se situando o primeiro e

o último fósforo a 30 cm, e pede-se que os postes estejam a igual distância de uma das bordas da tábua quadrada, de modo que a criança, intercalando os postes entre esses extremos, construa uma reta paralela à borda da tábua.

Acabada essa primeira construção, colocamos os dois postes extremos, desta vez de modo a evitar todo paralelismo e toda diagonal, um perto de um dos lados da tábua e o outro ao longo do lado adjacente, e fazemos o mesmo pedido para a criança, que intercale os sete postes formando uma linha telefônica bem reta. Pede-se à criança a mesma coisa para a tábua redonda.

Em seguida, utilizando só a tábua redonda, apresentamos à criança uma seqüência de nove postes já colocados, mas distribuídos em ziguezague, solicitando à criança que a retifique. Perguntamos, então, onde é necessário que ela se coloque para julgar melhor se o alinhamento dos postes está bem reto ou não.

Se a criança não se colocar espontaneamente no prolongamento da seqüência dos postes para melhor alinhá-los, nós a colocaremos em diferentes situações, questionando-a sobre as vantagens ou inconvenientes dessas diversas posições.

Resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993): Em seus estudos, as crianças a partir de sete anos constrói a reta em qualquer posição em relação à mesa, e por meio de “miradas” espontâneas, situando-se no prolongamento dos postes a serem alinhados.

Expectativa: Esperamos encontrar os mesmos resultados com as crianças envolvidas em nossa pesquisa.

Para a adaptação das atividades 7 e 8 do experimento, foram utilizados um lápis e um cartão circular.

diz: você está vendo a parte cinza de acender o fósforo e eu estou vendo a parte branca que abre a caixa, se eu inverter (giro de 90°) a posição, você passará a enxergar o que eu estava vendo e eu passo a enxergar o que você estava vendo. A atividade só começava se a criança tivesse entendido bem a situação.

Desse modo, um lápis visto em todo o seu comprimento pela criança será igualmente visto de “ponta” pela pesquisadora, e reciprocamente resulta daí que, se a criança desenha o lápis no seu comprimento, pode-se então perceber que não se trata da forma do objeto tal como ela o vê, mas tal como a pesquisadora o vê, o que facilita, ao mesmo tempo, a compreensão da perspectiva e a esquematização das formas-limite.

8ª Atividade: Observar o disco visto por você e por mim (a 90° de você). Desenhe o que você e eu observamos nas cinco posições apresentadas.	
O desenho visto por você.	O desenho visto por mim.
1ª posição:	
2ª posição:	
3ª posição:	
4ª posição:	
5ª posição:	

Quadro 4.11. Folha da atividade 8.

8ª Atividade. A representação de várias posições de um disco.

Objetivo: Observar como a criança constrói a representação de um disco visto segundo alguns deslocamentos, e a representação desse mesmo disco em relação

a um observador.

Material necessário: Lápis, borracha, disco de papel cartão e uma folha (anexo 8) dividida em duas colunas. Cada coluna dividida em cinco partes, espaços para desenhar as cinco posições da haste. Na primeira coluna, desenhos referentes ao que a criança vê, e na segunda coluna, desenhos que a pesquisadora vê.

Desenvolvimento: Pede-se à criança para observar e depois desenhar o disco visto por ela e pela pesquisadora, que se encontra a 90° dela, sem sair do seu lugar. Será apresentado o disco em cinco posições diferentes: 1ª) a criança vê o disco total na vertical, 2ª) Inverte esta posição, 3ª) disco inclinado em direção à criança, 4ª) inverte a terceira posição e 5ª) o disco mais inclinado em direção à criança. A criança deverá desenhar o que ela está vendo na primeira coluna e, na segunda coluna, o que a pesquisadora está vendo.

Resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993): Os resultados indicam que as crianças em torno de 7 a 11 anos apresentam uma diferenciação dos pontos de vista. O sujeito inicia-se com o desenho sem variação de tamanho com relação às posições apresentadas e termina variando as dimensões e a forma do objeto. Com crianças ao redor de nove anos, observa-se intervenção sistemática da perspectiva no grafismo espontâneo da criança, as modificações de forma são representadas e acompanhadas de transformações quantitativas adequadas ao desenho.

Expectativa: Acreditamos que as crianças nas atividades 7 e 8 encontrem dificuldades em visualizar e representar os deslocamentos dos objetos (lápis e disco) em diferentes posições, pela difícil tarefa de perceber o que é visto realmente.

As atividades 9 e 10 do instrumento diagnóstico são, respectivamente, baseadas no estudo de Piaget e Inhelder, que consiste em fazer a criança desenhar uma estrada reta com traves perpendiculares nas margens e escolher entre os

desenhos oferecidos, os que representam as margens de uma estrada reta. Para a adaptação, no lugar de traves foram pedidos postes e utilizou-se um enunciado para estimular a imaginação da criança, referente a uma longa estrada reta.

9ª Atividade: Imagine uma estrada muito longa, como se fosse uma reta sem fim. A estrada está interditada por um motivo qualquer, ou seja, não tem nenhum carro na estrada. Imagine você nesta estrada olhando esta reta até a “visão se perder”. Como você desenharia esta estrada. Em seguida desenhe alguns postes nas margens da estrada

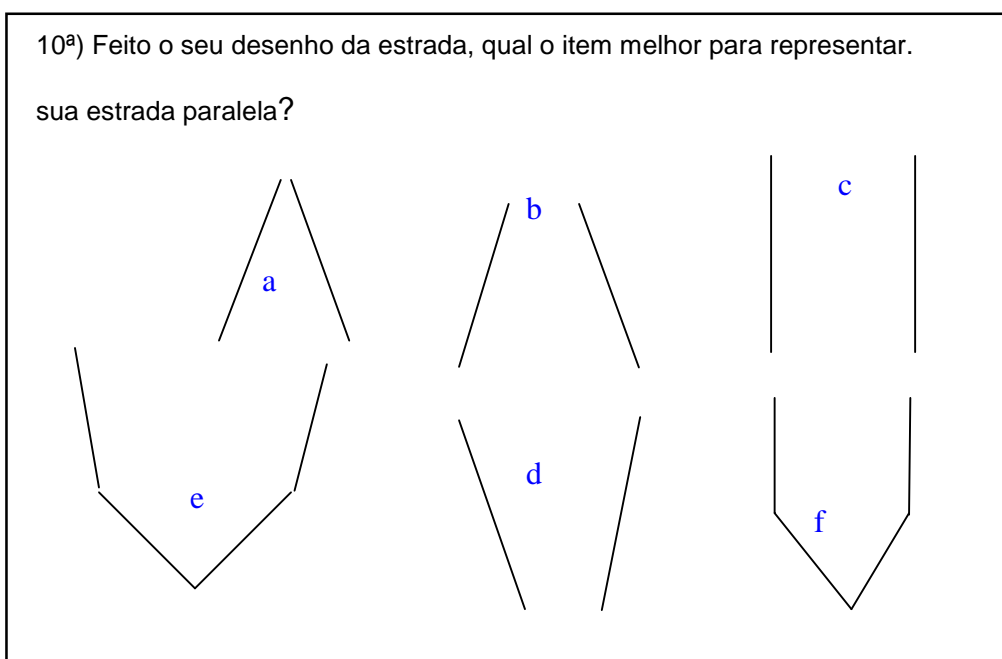
Quadro 4.11: Folha da atividade 9.

9ª Atividade. Representação de uma estrada reta.

Objetivo: Investigar qual a habilidade da criança para representar uma estrada em perspectiva.

Material necessário: Lápis, borracha, régua e uma folha (anexo 9) para a criança desenhar a estrada.

Desenvolvimento: Ler com a criança o enunciado e pedir a ela para desenhar as margens de uma estrada reta muito longa. Em seguida solicitar que desenhe alguns postes nas margens da estrada.



Quadro 4.12: Folha da atividade 10.

10ª Atividade Reconhecimento de uma estrada reta.

Objetivo: Observar como a criança reconhece a representação das margens paralelas de uma estrada retilínea.

Material necessário: Lápis, borracha e uma folha (anexo10) com seis alternativas de desenho.

Desenvolvimento: São apresentados à criança desenhos com margens paralelas e concorrentes. Pedir para a criança marcar o desenho que mais se parece com a sua estrada de margens paralelas.

Resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993): Os resultados indicam que a criança, de 7 a 11 anos de idade, já demonstra capacidade de conceber as transformações projetivas referentes ao ponto de vista do objeto.

Expectativa: Esperamos que a criança desenhe a estrada, diminuindo a distância entre as margens, e que os postes sejam desenhados com tamanhos diferentes, e não escolha a alternativa **c** na atividade 10.

A atividade 11 foi adaptada do estudo de Piaget e Inhelder (1993), intitulado “*A projeção das sombras*”, com crianças de 5 a 12 anos, para a compreensão da forma espacial que tomará a sombra em função do objeto correspondente. Na adaptação, pediu-se somente que a criança desenhasse a forma da sombra projetada de apenas cinco dos objetos propostos no estudo.

11ª) ATIVIDADE
OBSERVE AS SOMBRAS DOS OBJETOS E DESENHE AS RESPECTIVAS PROJEÇÕES (SOMBRAS).
1) lápis
2) cartão circular
3) cartão retangular
4) cone
5) cones ligados pelo vértice

Quadro 4. 13: Folha da atividade 11.

11ª Atividade A representação das sombras.

Objetivos: Observar a habilidade da criança para interpretar, prever e desenhar a forma espacial que tomará a sombra em função do objeto.

Material necessário: Lápis, borracha, folha (anexo 11) e cinco objetos: lápis, cartão circular, cartão retangular, cone e dois cones ligados por seus vértices.

Desenvolvimento: Pede-se à criança que diga como será a forma da sombra do objeto apresentado. Em seguida, ela deverá desenhar como está vendo a sombra projetada. Os objetos são colocados entre uma lâmpada e uma parede branca, estando a lâmpada, o objeto e o plano de projeção a alguns centímetros uns dos outros. O lápis e os cartões são apresentados em quatro posições: vertical, inclinado na direção do anteparo, mais inclinado na direção do anteparo e na horizontal. O cone é apresentado na posição vertical, com a base para baixo, e na horizontal, com a base voltada para a luz, de modo que a sombra constitua um círculo. A bobina em duplo cone é apresentada deitada, de modo a obter uma sombra circular e na posição vertical.

Resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993): Os resultados indicam que a criança, entre 9 e 12 anos de idade, é capaz de perceber que a sombra é concebida como a forma do objeto que bloqueia a luz e, portanto, ela consegue interpretar que a fonte de luz equivale a o ponto de vista do observador.

Expectativa: Não esperamos que a criança acerte a previsão da sombra projetada do lápis por ser o primeiro objeto, mas que consiga desenhar as sombras do lápis nas várias posições apresentadas e, com o prosseguimento da atividade, consiga prever melhor as próximas projeções e desenhar com maior precisão as posições dos outros objetos apresentados.

As atividades 12 e 13 foram adaptadas da pesquisa de Piaget e Inhelder

(1993), intitulada “*o relacionamento das perspectivas*”, com crianças de 4 a 12 anos, para estudar a construção de um sistema com várias perspectivas entre si e analisar as relações estabelecidas pelo sujeito entre seu ponto de vista e o de outros observadores. Na adaptação, a pesquisadora fez o papel da boneca e, no lugar da maquete das montanhas, utilizamos uma pista de skate de dedo, por ser um objeto mais conhecido das crianças.

12ª) Atividade: Observe bem a pista de skate de dedo e todos os detalhes, como: a foto pendurada, a rampa prata, a plataforma plana, a curva da pista com o desenho da mão verde em cima de um skate, a mão vermelha em cima do skate nas laterais. Vamos considerar cinco posições. Observe o que você vê nestas cinco posições, observe bem direitinho. A posição **A** vista de frente, a posição **B** (à direita da pista, em relação à posição A), posição **C** (oposta à posição A ocupada no início), a posição **D** (à esquerda da pista, em relação à posição A) e a posição **E** (vista de cima da pista, em relação à posição **A**). As dez fotografias diferentes são da pista de skate. Você permaneça na posição A, sem se mexer, você vai escolher a melhor foto que corresponde ao que eu (observador) estou vendo, isto é, se você estivesse no meu lugar, imagina o que você estaria vendo.

a) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição B.

b) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição C.

c) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição D.

d) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição E.

Quadro 4.14: Folha da atividade 12.

12ª Atividade A representação de várias posições de uma pista de skate.

Objetivo: Investigar a capacidade da criança de reconhecer e interpretar os diferentes pontos de vista de um objeto.

Material necessário: Uma pista de skate de dedo e dez fotos (anexo 12) da pista de skate, numeradas de 1 a 10.

Desenvolvimento: Foi utilizada uma pista de skate de dedo. Da posição **A** (frente), a criança vê uma foto de uma moça pendurada no meio da parte curva da rampa. Em cima da rampa, vê o desenho de uma mão verde, à sua direita, uma rampa prata e, à sua esquerda, uma plataforma plana. Da posição **B** (à direita da pista, em relação à posição A) ela vê a parte atrás da rampa prata e uma mão vermelha em cima de um skate. Da posição **C** (oposta à posição A ocupada no início da tarefa), vê a parte curva da rampa, que tem um desenho de uma mão verde em cima de um skate, a rampa prata à esquerda e a plataforma plana à direita. Da posição **D** (à esquerda da pista, em relação à posição A) ela vê, em primeiro plano, uma mão vermelha em cima de um skate e a plataforma plana, no fundo, vê a rampa prata. Da posição **E** (vista de cima da pista, em relação à posição A), vê a rampa prata à direita, a plataforma plana à esquerda e, no meio, a curva da rampa, que tem o desenho de uma mão verde em cima de um skate.

São apresentadas simultaneamente dez fotos numeradas da pista de skate. Pede-se à criança que escolha aquela que corresponde à posição da pesquisadora. As crianças são questionadas a respeito das cinco posições.

13ª) Atividade. Em que posição eu (como fotógrafo) deveria estar para

tirar as seguintes fotos:

Fotografia nº 01. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 03. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 07. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 09. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 05. Resposta: posição _____.

Quadro 4.15: Folha da atividade 13.

13ª Atividade. O reconhecimento de várias posições de uma pista de skate.

Objetivo: Investigar as relações estabelecidas pela criança entre seu ponto de vista e o de outro observador.

Material necessário: Uma pista de skate de dedo e cinco fotos da pista de skate.

Desenvolvimento: Foi utilizada a mesma pista de skate de dedo. Esta atividade é o inverso da atividade 12. São apresentadas cinco fotos para a criança, uma de cada vez, e é solicitado a ela que reconheça em que posição a pesquisadora deveria estar para tirar essas fotos.

Resultados obtidos por Piaget e Inhelder (1993): Os resultados indicam que o sujeito a partir de nove anos de idade consegue coordenar seu ponto de vista com o dos outros. O sujeito consegue simultaneamente reconstituir o ponto de vista dos outros e diferenciar o seu.

Expectativa: Acreditamos que algumas crianças não consigam responder com sucesso à tarefa. Isso pode ser atribuído ao fato de estarem na fase egocêntrica, na qual a criança apresenta dificuldade de considerar, para se orientar, qualquer outro elemento que não o seu próprio corpo como ponto de referência.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1- EXPLICAÇÕES SOBRE OS CRITÉRIOS DE ANÁLISE

A análise deste experimento diz respeito aos resultados obtidos nas atividades sobre o problema da representação do espaço. Sempre que possível, focaremos nossas observações e reflexões sobre as habilidades e procedimentos das crianças para interpretar e representar objetos em perspectiva.

Uma vez que os estudos de Piaget e Inhelder (1993) são o sustentáculo de nosso trabalho, nada mais natural do que procedermos à análise dos nossos resultados com base nessa teoria. Esta considera o espaço representado pela criança como algo construído a partir das ações do sujeito e de sua trajetória.

Segundo Piaget e Inhelder (IBID), a representação do espaço comporta uma construção progressiva das relações espaciais. Nossa análise será efetuada observando as ações e reconhecimentos das crianças para um melhor entendimento dessas relações. Consideramos como ação os atos de desenhar, construir e prever, e como reconhecimento, os atos de escolher ou identificar.

Em nosso instrumento diagnóstico temos dez atividades de ação e três de reconhecimento. Nas dez questões de ação, a criança foi instruída a:

- desenhar, nas atividades 1, 3, 4, 5, 7, 8 e 9.
- construir uma linha reta através do alinhamento de fósforos pela conduta de “mirar”, na atividade 6 ;
- desenhar e prever as sombras dos objetos, na atividade 11;

- prever a melhor posição de um observador ao visualizar a foto de uma pista de skate, na atividade 13.

Nas três atividades de reconhecimento 2, 10 e 12, solicitou-se à criança:

- reconhecer entre os desenhos apresentados, os sólidos percebidos através da exploração tátil, atividade 2;
- identificar entre os desenhos apresentados, qual o mais apropriado para representar uma estrada longa e retilínea, atividade 10;
- associar as fotos de uma pista de skate de dedo às diversas posições de um observador, atividade 12.

Com o propósito de comparar os resultados obtidos em nosso estudo, com os obtidos por Piaget e Inhelder (1993), teremos como parâmetro o estágio III, que envolve crianças entre 10 e 11 anos de idade e que, segundo esses pesquisadores, estão aptas à aprendizagem referente ao espaço projetivo.

As respostas das crianças foram categorizadas conforme suas habilidades nas tarefas propostas, em três níveis: X, Y e Z, sendo que no nível Y há duas subdivisões Y_1 e Y_2 . Ressaltamos que, em nenhum momento, tivemos a pretensão de usar esses níveis para avaliar as crianças. O procedimento de cada uma diante da atividade é que distingue e classifica os níveis de desempenho.

Esses níveis serão descritos posteriormente em cada atividade, pois são elaborados a partir do que a criança é capaz de interpretar e fazer nas atividades do instrumento diagnóstico, isto é, são indicadores das habilidades apresentadas por ela.

A análise dos resultados desse instrumento diagnóstico será feita, simultaneamente, no grupo direto (GD) e no grupo inverso (GI), com o objetivo de observar se essa variável influenciou nos resultados. A partir desse dado, indicaremos os grupos somente pelas siglas.

Visando a uma melhor organização de nossa análise, separaremos as atividades em grupos, por estarem relacionadas a um objetivo comum. Dessa forma, fazem parte do Grupo A as atividades 1 e 2; do grupo B, as atividades 3, 4 e 5; do C, as 6, 9 e 10; do D, a 7, 8 e 11 e, finalmente, do grupo E, as atividades 12 e 13. Em seguida, mencionaremos os objetivos de cada grupo.

O Grupo A (1 e 2) mostra como as crianças desenham e reconhecem os objetos a partir da exploração tátil. Com o objetivo de verificar quais atributos do objeto elas preservam, as atividades 1 e 2 constam de cinco sólidos geométricos e de doze objetos feitos de papel cartão, com uma espessura diminuta que, para as crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental, passa despercebida, já que não é mensurável com os instrumentos geométricos disponíveis nessas séries. Logo, é desprezível pelo rigor apropriado nessa fase. Com isso, não nos preocuparemos com a ausência dessa dimensão em nossa análise.

O grupo B (3, 4 e 5) evidencia a noção do ponto e a conservação da forma de uma figura. Com as atividades 3, 4 e 5, pretendemos observar os procedimentos das crianças mediante a correspondência entre os conceitos (abstrato) e a representação das imagens (concreto) com relação à noção de ponto. Tal observação será feita através do desenvolvimento das atividades em torno da questão do todo e da partição de uma figura.

O grupo C (6, 9 e 10) trata da representação da reta no espaço projetivo. Esse grupo envolve a questão das retas paralelas em perspectiva. Os procedimentos das crianças serão observados através de seus desenhos e de como elas constroem um alinhamento de postes com a relação frente e atrás, que, segundo Piaget e Inhelder

(1993), significa a técnica de “mirar”, onde o primeiro poste esconde todos os seguintes se estiverem em linha reta.

O grupo D (7, 8 e 11) refere-se à coordenação das diversas distâncias e proporções que os objetos, observados de pontos de vista diferentes, têm entre si, e a questão das projeções das sombras. Para a análise das atividades 7 e 8, examinaremos como as crianças constroem a representação de um lápis e de um disco vistos em diversas posições, segundo seu ponto de vista e em relação ao ponto de vista de um observador colocado a 90° de sua posição de observação. Além disso, observaremos a previsão e o desenho que elas fazem da forma espacial que tomará as sombras dos seguintes objetos: lápis, cartão circular e retangular, cone e dois cones ligados pelo vértice.

Finalmente, o grupo E (12 e 13) dedica-se à questão do egocentrismo da criança. Pretendemos investigar a capacidade dela em reconhecer e prever um conjunto de situações em diferentes pontos de vista. O procedimento a ser observado será como a criança reconhece a foto que melhor representa a posição em que um observador se encontra em relação a uma pista de skate de dedo e como prevê quais são as posições correspondentes às cinco fotos da mesma pista citada.

A seguir, relataremos os resultados encontrados na aplicação das atividades, seguindo a ordem alfabética dos grupos, juntamente com a nossa análise interpretativa.

5.2 – RESULTADOS E ANÁLISE DO EXPERIMENTO

5.2.1 Grupo A - A intuição das formas

Para visualizar os objetos utilizados na exploração tátil nas atividades 1 e 2, apresentamos abaixo a figura 5.1

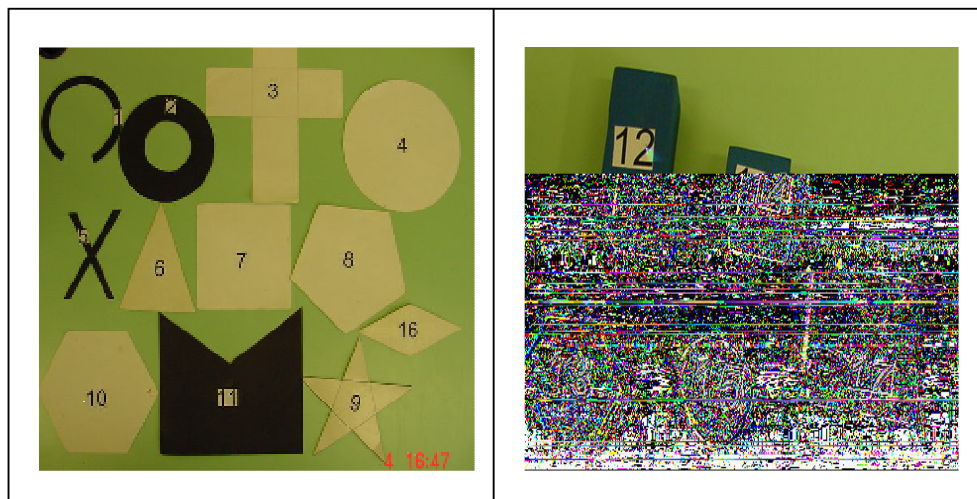


Figura 5.1: Objetos da exploração tátil das atividades 1 e 2, divididos em dois blocos.

Na figura, o bloco da esquerda corresponde aos doze cartões de formas geométricas, e o bloco da direita, aos cinco sólidos geométricos.

A seguir, descrevemos os níveis quanto ao desempenho das crianças na questão do reconhecimento e da construção dos desenhos dos objetos das atividades 1 e 2.

classificação do desempenho	critérios
Nível X	desenho inadequado e reconhecimento inadequado
Nível Y ₁	desenho inadequado e reconhecimento adequado
Nível Y ₂	desenho adequado e reconhecimento inadequado
Nível Z	desenho adequado e reconhecimento adequado

Tabela 5.1.: Critérios de classificação das crianças, nas atividades 1 e 2.

Com relação a essas atividades, no nível X a criança não desenhou e nem reconheceu adequadamente, no nível Y₁ ela reconheceu adequadamente, mas não

desenhou devidamente, no nível Y_2 , ao contrário do anterior, desenhou adequadamente, mas reconheceu indevidamente, e no nível Z, ela reconheceu e desenhou a contento, conforme podemos verificar na tabela 5.1.

Para a análise, dividimos o grupo A em dois blocos. O primeiro com os objetos de 1 a 11 e o 16 (bloco da esquerda da figura 5.1) e, posteriormente, os objetos 12 a 15 e o 17 (bloco da direita da figura 5.1). Daqui para frente, indicaremos os objetos por “obj” e seus números com índices, por exemplo, “obj₁” refere-se ao objeto número um.

Durante a aplicação da atividade 2 (que tratava do reconhecimento da representação gráfica – desenho – dos objetos explorados tatilmente), observamos que as crianças faziam uma exploração tátil dos objetos mais sistematicamente, retornando a um ponto fixo de referência, enquanto procuravam um desenho mais apropriado ao objeto que estava sendo explorado. Já na atividade 1, essa exploração não era tão sistemática, isto é, raramente elas contornavam todo o objeto, não pareciam ter um ponto de referência para retomar, deslocavam seus dedos, limitando-se às pontas e aos lados.

Nas atividades 1 e 2, iniciando pelos cartões de espessura diminuta, observamos cada figura separadamente e pudemos notar os seguintes resultados:

a) Os objetos de formas circulares explorados pelas crianças: coroa circular aberta (obj₁), coroa circular fechada (obj₂) e o círculo (obj₄) foram os desenhos em que elas apresentaram melhor desempenho, tanto para desenhar como para reconhecer.

Notamos que os índices do nível Z (desenhar e reconhecer adequadamente) foram no GD obj₁ (83%), obj₂ (83%) e obj₄ (77%), e no GI obj₁ (66%), obj₂ (88%) e obj₄ (61%). Tais resultados, relativamente próximos, não nos permitiram inferir que a ordem influenciou nos procedimentos das crianças com relação a esses objetos. A seguir, apresentamos a tabela 5.2 através da qual visualizaremos melhor esses índices.




OBJETOS	 obj ₁	 obj ₂	 obj ₄
GRUPO DIRETO	83%	83%	77%
GRUPO INVERSO	66%	88%	61%

Tabela 5.2. Índices do nível Z das crianças.

Outro fato que nos chamou a atenção nessas atividades foi que nenhuma criança desenhou e reconheceu inadequadamente, ou seja, não tivemos ninguém no nível X. Uma possível explicação para esse desempenho pode ser o fato dessas figuras serem de formato arredondado, portanto não requerem a identificação de ângulos, seja para desenhá-los ou reconhecê-los. Algumas crianças desenharam obj₁ e obj₂ sem representar sua largura, o que indicou a não preocupação com a dimensão na exploração tátil. Como o obj₁ tinha 1 cm de largura, e o obj₂, 3 cm, consideramos como desenhos inadequados os das crianças que não consideraram essa dimensão em seu desenho. O contorno do obj₄ apareceu representado por uma curva aberta e também foi considerado desenho inadequado. A seguir, apresentamos um exemplo desses desenhos considerados inadequados.

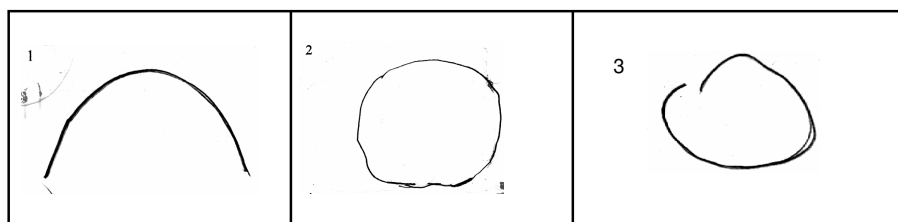


Figura 5.2.: Protocolo dos desenhos da criança 12F11AD, dos objetos: (obj₁), (obj₂) e (obj₄).

Notamos, nesse protocolo, que essa criança apresentou os três problemas citados anteriormente, isto é, considerou desprezível as larguras dos objetos (obj₁ e obj₂), e desenhou o círculo (obj₄) com uma linha aberta. É importante ressaltar que ela

reconheceu adequadamente os três objetos na atividade 2, ou seja, apresentou melhor desempenho para reconhecer do que desenhar.

A tabela 5.3, a seguir, apresenta os resultados referentes às formas circulares obj_1 , obj_2 e obj_4

Atividades 1 e 2 Classificação		CARTÕES COM FORMA		
		Circular obj_1 obj_2 obj_4		
GRUPO DIRETO	Nível X	0 em 54 (0%)		
	Nível Y_1	7 em 54 (13%)		
	Nível Y_2	3 em 54 (6%)		
	Nível Z	44 em 54 (81%)		
GRUPO INVERSO	Nível X	0 em 54 (0%)		
	Nível Y_1	10 em 54 (19%)		
	Nível Y_2	5 em 54 (9%)		
	Nível Z	39 em 54 (72%)		

Tabela 5.3: Índices de desempenho das crianças em função do total de respostas.

A tabela foi formada considerando que cada grupo era composto de 18 crianças originando, nesse caso, de cada uma delas, três respostas, totalizando 54. Analisando os dados quanto ao desempenho intermediário, podemos notar que nos dois grupos os índices foram maiores no procedimento de desenhar de maneira inadequada e reconhecer adequadamente (nível Y_1), reforçando a idéia de que reconhecer esses objetos foi mais fácil do que desenhar.

b) Quanto aos objetos (obj_3 , obj_5 , obj_9 e obj_{11}) que apresentavam reentrâncias, sendo considerados polígonos côncavos, os resultados apresentados pelos grupos direto e inverso foram, respectivamente: para o objeto em forma de cruz (obj_3) 61%, e 67% das crianças reconheceram adequadamente, 28% e 39% desenharam adequadamente. O objeto na forma de um X (obj_5) também teve um alto índice de sucessos nos dois grupos (89% e 94%) quanto à identificação adequada, mas esse índice diminuiu bastante (33% e 55%) quanto a desenharem adequadamente.

O estudo do objeto na forma de estrela com cinco pontas (obj_9) foi mais um indicador de que há uma diferença no percentual de sucesso entre identificar (reconhecer) e desenhar (ação) 77%, e 72% das crianças identificaram

adequadamente, enquanto apenas 28% e 22% desenharam adequadamente. No objeto que tem a forma de um pentágono(obj₁₁), aparece novamente essa diferença significativa, de 77% e 83% que identificaram de maneira adequada contra 22% e 33% que desenharam adequadamente. Portanto, esses índices indicaram que as crianças tiveram mais habilidade para reconhecer do que desenhar esses objetos. A tabela 5.4 ilustra esses dados.





Objetos		 obj ₃	 obj ₅	 obj ₉	 obj ₁₁
Grupo Direto	Reconheceram adequadamente	61%	89%	77%	77%
	Desenharam adequadamente	28%	33%	28%	22%
Grupo Inverso	Reconheceram adequadamente	67%	94%	72%	83%
	Desenharam adequadamente	39%	55%	22%	33%

Tabela 5.4: Índices do nível Z das crianças nas atividades 1 e 2.

Examinando os dados, percebemos que o GI apresentou melhor desempenho que o GD nos objetos: obj₃ , obj₅ e obj₁₁. Quanto ao obj₉, notamos que o GD foi um pouco melhor que o GI.

Com esses dados, podemos apontar que os objetos que necessitam de uma exploração mais detalhada em relação aos ângulos das reentrâncias, apresentam maior dificuldade para serem desenhados do que para serem reconhecidos, como ilustra a figura 5.3, extraída do protocolo de uma criança (9M10AD) do sexo masculino, de dez anos pertencente à 4^aA do GD. A seguir, apresentamos quatro exemplos dos desenhos desses objetos:

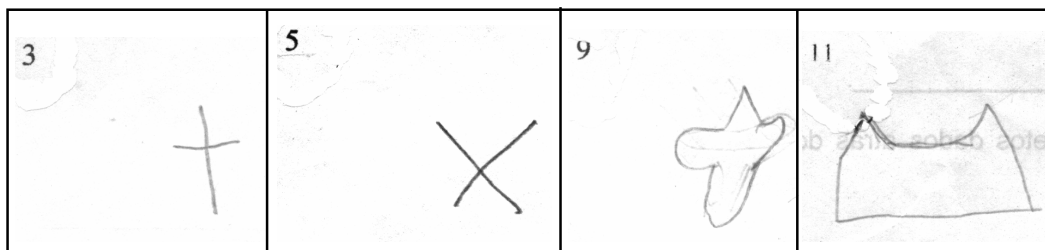


Figura 5.3: Protocolo dos desenhos da criança 9M10AD, dos objetos: obj₃, obj₅, obj₉ e obj₁₁.

Observamos que essa criança não se preocupou com a largura dos objetos (obj_3) e (obj_5), mas sim com a forma, o que traz como consequência o cuidado com os ângulos. No obj_9 , ela reconheceu que era uma estrela, porém disse que não sabia fazer. No seu desenho nota-se que ela não preservou as cinco pontas do objeto. No desenho do obj_{11} , ela preservou o contorno com uma linha fechada e não se preocupou com os ângulos retos formados pelos lados e nem com o ângulo da reentrância. Ressaltamos que essa criança reconheceu adequadamente todos esses quatro objetos, portanto ela demonstrou mais habilidade para reconhecer do que desenhar, reforçando nossa observação feita anteriormente.

A próxima criança que destacamos também identificou os quatro objetos adequadamente, todavia seus desenhos têm aspectos lúdicos, parecem bichinhos. Os contornos dos desenhos são diferentes das formas exploradas, com exceção do desenho do obj_3 que está mais próximo da forma da cruz. Pareceu-nos que por ela apresentar muita dificuldade para desenhar o que estava explorando, resolveu desenhar algo da sua imaginação, mais apropriado às suas habilidades e conhecimentos. Segundo Parzys (1988), a criança desenha o que sabe. A figura 5.4 ilustra os desenhos dessa criança.

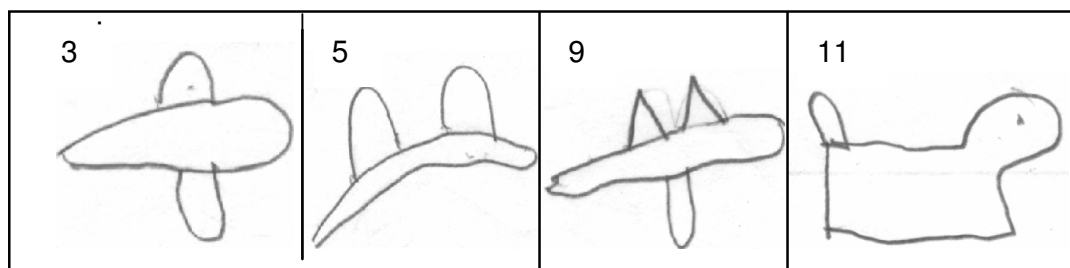


Figura 5.4: Protocolo dos desenhos da criança 22 M10AI, dos objetos: obj_3 , obj_5 , obj_9 e obj_{11} .

Os dois protocolos que apresentamos em seguida são das crianças que reconheceram adequadamente os objetos (obj_3 , obj_5 e obj_{11}), e com relação ao objeto (obj_9), elas 25M11BI e 30F10BI escolheram respectivamente as opções de uma estrela de seis pontas e uma de sete pontas, portanto não preservaram o

número de pontas da estrela que era cinco, mas detiveram-se na forma do objeto. Com os desenhos dessas crianças, pretendemos exemplificar mais uma vez as dificuldades que elas apresentaram em desenhar figuras com reentrâncias.

Nos desenhos da figura 5.5, notamos que a forma do **X** não tem o contorno retilíneo, a estrela foi apagada várias vezes até o desenho definitivo, demonstrando que não se tratava de uma tarefa fácil, e a reentrância do obj₁₁ ficou representada de maneira inadequada, a criança percebeu a abertura, mas não se deteve no ângulo.

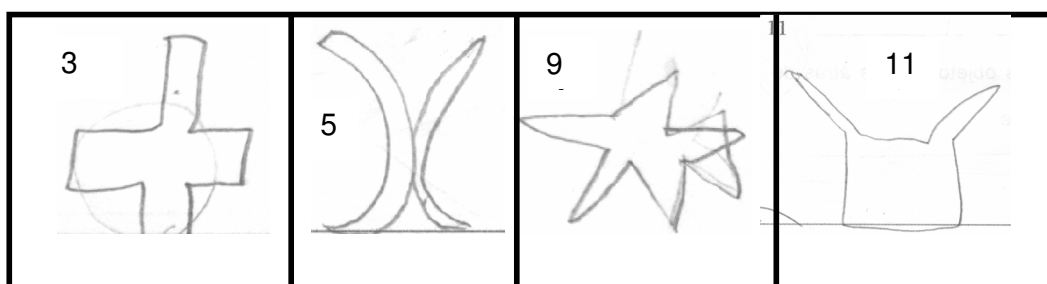


Figura 5.5: Protocolo dos desenhos da criança 25 M11BI, dos objetos: obj₃, obj₅, obj₉ e obj₁₁.

Com relação ao próximo protocolo, notamos que os quatro desenhos dessa criança preservam as formas retilíneas dos lados e existe uma preocupação com as igualdades de comprimentos dos lados, com o contorno representado por uma linha fechada e com uma certa simetria. No desenho do obj₉, como ocorreu no reconhecimento, repetiu-se a mesma falta de preocupação com o número de pontas. A criança não se deteve à diferenciação dos ângulos da cruz (ângulos retos) e do **X** (dois ângulos agudos e dois obtusos). Quanto ao desenho do obj₁₁, acreditamos que por falta de uma exploração tátil mais detalhada não percebeu que não havia reentrância nos dois lados.

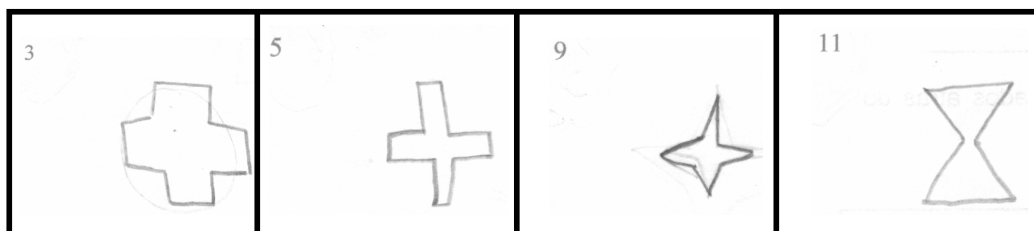


Figura 5.6: Protocolo dos desenhos da criança 30F10BI, dos objetos: obj₃, obj₅, obj₉ e obj₁₁.

Portanto, analisando os procedimentos dessas crianças, observamos que para identificar e desenhar adequadamente as figuras com reentrâncias, é necessário mais concentração na coleta de atributos do objeto, quanto aos ângulos e aos lados.

Como já relatamos anteriormente, Piaget e Inhelder (1993) consideram que a criança após sete anos já faz a correlação entre as formas e a coordenação das ações e, portanto, consegue desenhar e reconhecer figuras que requerem um agrupamento maior de elementos.

Lembramos que a nossa expectativa era a de que a maioria das crianças de nossa pesquisa já estivesse desenhando adequadamente, como ilustra o protocolo de uma criança do nosso experimento, na figura 5.8, com relação aos objetos: obj₃, obj₅, obj₉ e obj₁₁.

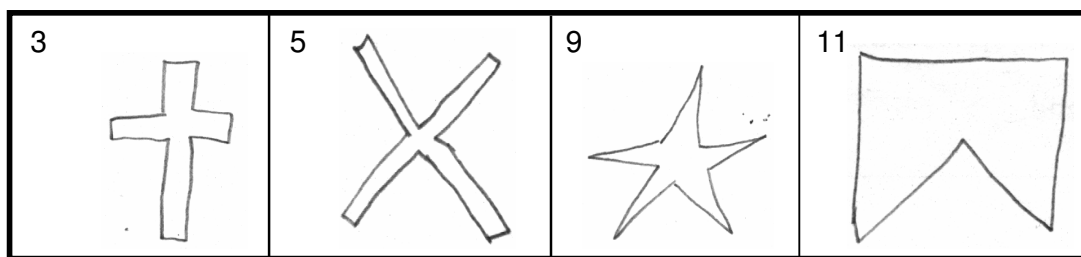


Figura 5.7: Protocolo dos desenhos da criança 27F11A1, dos objetos: obj₃, obj₅, obj₉ e obj₁₁.

Nesses desenhos percebemos que a criança preservou as formas retilíneas dos lados, apresentou uma preocupação com a simetria, com os contornos feitos com linhas fechadas e ainda se deteve na diferenciação dos ângulos da cruz e da forma do **X**.

c) Com relação ao obj₈, as crianças apresentaram pouca habilidade com a forma de cinco lados, 50 % no GD e 39% no GI desenharam e reconheceram inadequadamente. Os nossos resultados mostram que a maioria das crianças preservou a forma retilínea dos lados e não se deteve ao número de lados,

acreditamos que por falta de uma exploração tátil mais sistemática. A seguir, apresentamos alguns exemplos desses desenhos.

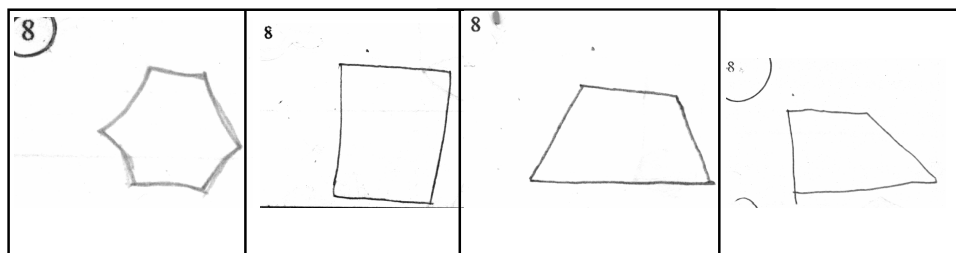


Figura 5.8: Exemplos dos desenhos das crianças com relação ao objeto obj_8 .

Observamos que, entre os desenhos apresentados acima, a figura de cinco lados não deve ter sido muito explorada com essas crianças, visto que predominam as de quatro lados, portanto o pentágono não deve ser muito familiar para elas. Parece que os quadriláteros são as figuras mais conhecidas pelas crianças. De fato, no total das crianças, 36% (13/36) desenharam figuras de quatro lados em vez de cinco lados. Mostramos, a seguir, os desempenhos dos dois grupos do nosso experimento, com relação ao obj_8 .

Atividades 1 e 2		obj_8
Grupo Direto		Nº de respostas
	Nível X	9 em 18 (50%)
	Nível Y_1	4 em 18 (22%)
	Nível Y_2	1 em 18 (6%)
	Nível Z	4 em 18 (22%)
Grupo Inverso	Nível X	7 em 18 (39%)
	Nível Y_1	3 em 18 (17%)
	Nível Y_2	2 em 18 (11%)
	Nível Z	6 em 18 (33%)

Tabela 5.5: Desempenho das crianças com relação à figura obj_8 .

Visualizando a tabela 5.5, podemos notar que o GI apresentou um índice maior de aproveitamento do que o GD, o que nos faz acreditar que a ordem das atividades deve ter influenciado no desempenho dessas crianças. Reparamos, pelos índices

dos níveis Y_1 e Y_2 , que foi mais fácil para a criança identificar do que desenhar tal figura.

d) No caso do cartão de forma quadrada (obj_7), os grupos direto e inverso tiveram aproximadamente a mesma porcentagem de respostas inadequadas, 28% tanto na identificação quanto no desenho. Independente da adequação escolhida quanto ao reconhecimento, só 8% (3 das 36 crianças) do total das crianças não se detiveram na característica dos quatro lados. Segundo Vinner e Hershkowitz (1983), o quadrado é um protótipo de quatro lados e ângulos iguais, isso nos permite interpretar que, com relação a esse objeto, essas crianças preservaram o atributo quatro lados, provavelmente porque para elas é uma característica do quadrado muito marcante, devido talvez a sua aprendizagem, o que facilitou o reconhecimento e a ação dessas crianças.

Ainda com relação à forma quadrada (obj_7), no GI, 50% desenharam e identificaram adequadamente, contra 22% do GD, indicando com isso que deve ter havido influência na ordem de aplicação do experimento. Em outras palavras, é possível que as crianças do GI, por já terem respondido mais questões do instrumento diagnóstico, estivessem mais atentas em reconhecer e desenhar as figuras (mais prática), reflexo de uma aprendizagem na evolução do experimento.

e) Os cartões na forma de triângulo (obj_6), de hexágono (obj_{10}) e de losango (obj_{16}) apresentaram 77%, 66% e 61%, respectivamente de desenhos adequados, sendo possível notar que essas figuras são mais conhecidas pelas crianças, sendo portanto, mais fáceis de desenhar.

Segundo Piaget, a imagem é uma imitação interiorizada. Diante disso, as crianças já deveriam possuir essas figuras na mente, o que facilitou as representações. Encontramos duas escolhas diferentes de identificação do obj_6 (triângulo isósceles): a

opção 17 (triângulo escaleno) e a opção 22 (triângulo equilátero), o que nos levou a crer que essas escolhas ocorreram devido à falta de uma exploração sistemática, em que as crianças encontraram dificuldades para a identificação, talvez por terem explorado as figuras numa única posição, assim um triângulo isósceles com a base na posição oblíqua pode ter sido confundido, numa exploração tátil, com um triângulo escaleno.

Com relação à opção pela forma equilátera deve ter sido porque essa seja talvez a forma mais conhecida por elas na classificação dos triângulos. Segundo Vinner e Hershkowitz (1983), o protótipo de um triângulo é uma figura de três lados iguais. Para visualizar melhor esses resultados, apresentamos a tabela 5.6.

Atividades 1 e 2		obj ₆ , obj ₇ , obj ₁₀ e obj ₁₆
Grupo Direto	Nível X	Nº de respostas 14 em 72 (19%)
	Nível Y1	11 em 72 (15%)
	Nível Y2	27 em 72 (38%)
	Nível Z	20 em 72 (28%)
Grupo Inverso	Nível X	14 em 72 (19%)
	Nível Y1	15 em 72 (21%)
	Nível Y2	17 em 72 (24%)
	Nível Z	26 em 72 (36%)

Tabela 5.6: Desempenho das crianças com relação aos objetos: obj₆, obj₇, obj₁₀ e obj₁₆.

Nessa tabela encontramos os índices obtidos dos desempenhos dos dois grupos (com 18 crianças em cada), desenhando e identificando quatro figuras, totalizando 72 respostas. Os cartões nas formas mais familiares apresentaram um índice de desempenho das crianças maior do que das outras formas, que acreditamos se deva ao fato de serem as mais conhecidas pelas crianças na escola.

Iniciamos agora a análise dos sólidos geométricos: prisma de base retangular (obj₁₂), prisma de base hexagonal (obj₁₃), cubo (obj₁₄), cilindro (obj₁₅) e a pirâmide de base quadrada (obj₁₇), conforme mostra a figura 5.9, a seguir.



Figura 5.9: Sólidos geométricos do experimento.

Passaremos a expor os resultados dos desenhos referentes às representações tridimensionais no plano, questão essa não trabalhada por Piaget e Inhelder (1993) em suas tarefas de exploração tátil.

f) Apontamos inicialmente o sólido em que as crianças apresentaram mais habilidade, tanto no desenho como no reconhecimento, que foi o cilindro (obj₁₅) cujas faces não têm vértices. Podemos observar na tabela 5.7 que novamente as crianças tiveram mais facilidade em reconhecer do que desenhar (22% contra 17% e 27% contra 6% respectivamente no GD e GI), e que as crianças dos dois grupos apresentaram um bom desempenho quanto a esse sólido (50% no GD, e 61% no GI). Esses índices referentes ao cilindro (forma redonda) foram considerados significativos porque em comparação aos outros quatro sólidos, as crianças não apresentaram muita habilidade para desenhá-lo e reconhecê-lo.

Atividades 1 e 2		Cilindro obj15
Grupo Direto	Nível X	2 em 18 (12%)
	Nível Y1	4 em 18 (21%)
	Nível Y2	3 em 18 (17%)
	Nível Z	9 em 18 (50%)
Grupo Inverso	Nível X	1 em 18 (6%)
	Nível Y1	5 em 18 (27%)
	Nível Y2	1 em 18 (6%)
	Nível Z	11 em 18 (61%)

Tabela 5.7: Desempenhos das crianças com relação ao cilindro.

Apresentamos, abaixo, os tipos de desenhos feitos pelas crianças no instrumento diagnóstico, para mostrar o que encontramos em nosso estudo.


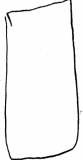






	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)			
									
	(7)						(9)		
					(8)				
Desenhos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quantidade	2	3	16	5	4	1	1	1	4
A frequência dos tipos de desenhos do cilindro.									

Tabela 5.8: Desenhos do cilindro apresentados em nosso experimento.

Destacamos todos os tipos diferentes de desenhos do experimento e apresentamos uma tabela que indica o número de vezes em que eles aparecem. Dentre esses desenhos, podemos distinguir a dificuldade relacionada à percepção de profundidade no desenho, caso das representações: (1), (2), (4), (8) e (9). As representações (3), (5) e (6) têm tendência à perspectiva paralela que oferece a vantagem de conservar mais as propriedades do objeto como as bases circulares paralelas. Na representação (7) observamos que a base circular está representada na forma de elipse, caso de uma criança do GD, portanto pode ter havido influência da atividade das projeções da sombra, indicando que existe a necessidade de uma orientação específica para representar objetos tridimensionais no plano.

Na figura 5.8, o tipo de representação do cilindro mais encontrado foi o representação (3), no qual percebemos que as crianças tentaram dar a idéia de profundidade, mas notamos que se tratava de um desenho espontâneo, já que as partes não visualizadas, estavam desenhadas.

g) No prisma de base retangular (obj_{12}), 72% das crianças no GD e 61% no GI desenharam e reconheceram inadequadamente. Os desenhos apresentados, tanto no GD como no GI, estavam na forma de retângulo, portanto desenharam só uma face do prisma, não conseguindo representar o restante do sólido. Nossos dados estão em consonância com os trabalhos de Parzysz (1988), nos quais as crianças representam os objetos tridimensionais através de uma face do objeto. Com relação ao reconhecimento desse objeto surgiram escolhas entre o quadrado, o paralelogramo e o retângulo. Essas escolhas indicaram que, além do atributo dos quatro lados, o paralelismo dos lados opostos também foi preservado por essas crianças.

Apresentamos, a seguir, os tipos de representações do prisma de base retangular que encontramos no nosso instrumento diagnóstico.

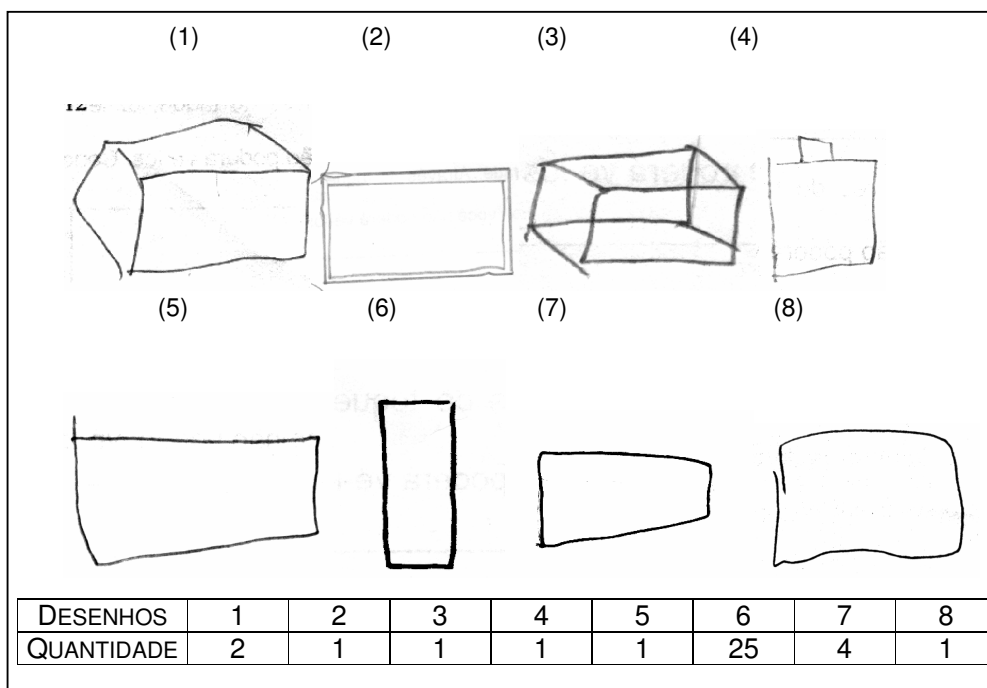
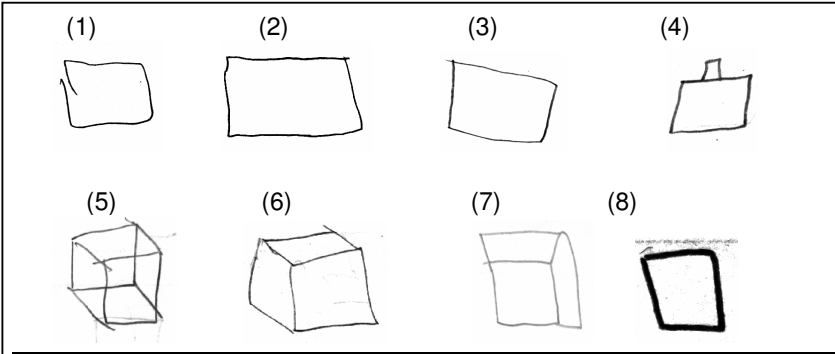


Tabela 5.9: A freqüência dos tipos de desenhos do prisma de base retangular.

Nos desenhos de (1) a (4), notamos que cinco crianças tentaram representar a profundidade do prisma, sendo que três delas apresentaram procedimentos bem adequados, é o caso dos desenhos (1) e (3). Nos desenhos (5) e (7) nota-se que essas cinco crianças não se preocuparam com o paralelismo dos lados da face do prisma. No desenho (8) a criança não se preocupou com o contorno, representou com uma linha aberta. Nos desenhos (2) e (4) observa-se que essas duas crianças tentaram, de algum modo, representar a terceira dimensão.

h) Os objetos obj_{13} (prisma de base hexagonal) e obj_{14} (cubo) apresentaram respectivamente 50% e 61% de identificação adequada no GD e 61% e 56% no GI, e, respectivamente, 12% e 6% no GD e 6% e 12% no GI desenharam adequadamente. Esses resultados confirmam, portanto, nossas hipóteses de que a criança, nos sólidos geométricos apresentados neste instrumento diagnóstico, tem, também, mais facilidade para identificar do que desenhar, sendo que, nesse caso, pelos baixos índices, notamos que a dificuldade é maior para desenhar, porque ainda não houve aprendizado. Parece-nos que o baixo desempenho das crianças estava no fato de ainda não terem conhecimento suficiente dos procedimentos para fazer esse tipo de representação, visto que os comentários delas demonstravam insatisfação com o desenho, pois através da exploração tátil, percebiam que tinha mais uma dimensão, porém não sabiam como representar, conseguindo desenhar apenas uma face do sólido.

A seguir apresentamos os desenhos encontrados do cubo.



DESENHOS	1	2	3	4	5	6	7	8
QUANTIDADE	1	13	2	1	1	1	2	15

Tabela 5.10: A freqüência dos tipos de desenhos do cubo.

Os desenhos apresentados, tanto no GD como no GI, foram na forma de quadrado e de hexágono, contudo as crianças desenharam só uma face do cubo e do prisma hexagonal, não conseguindo representar o restante dos sólidos. Nossos dados estão em consonância novamente com os trabalhos de Parzysz (1988), nos quais a criança representa os objetos tridimensionais através de uma face do objeto.

Com relação aos desenhos do prisma hexagonal, podemos observar que duas crianças desenharam uma figura de oito lados, e as outras duas, uma figura de quatro lados, isto é, elas não se preocuparam com o atributo número de lados das faces.

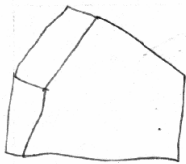





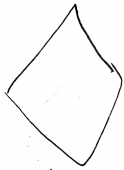
	(1)	(2)	(3)	(4)			
							
	(5)	(6)	(7)				
							
DESENHOS	1	2	3	4	5	6	7
QUANTIDADE	1	13	2	1	1	1	2

Tabela 5.11: A freqüência dos tipos de desenhos do obj₁₃.

Reparamos que os desenhos (1), (2), e (6) apresentaram uma tentativa de expressar a profundidade do sólido. Duas crianças representaram o prisma através de um quadrilátero numa posição que parece demonstrar percepção do contorno, mas não se detiveram no atributo número de faces.

Em seguida, apresentamos os desempenhos das crianças com relação aos três prismas: prisma de base retangular (obj₁₂), prisma de base hexagonal (obj₁₃) e cubo (obj₁₄).

Atividades 1 e 2		Prismas obj ₁₂ , obj ₁₃ e obj ₁₄
Grupo Direto	Nível X	28 em 54 (52%)
	Nível Y ₁	22 em 54 (40%)
	Nível Y ₂	2 em 54 (4%)
	Nível Z	2 em 54 (4%)
Grupo Inverso	Nível X	25 em 54 (46%)
	Nível Y ₁	24 em 54 (44%)
	Nível Y ₂	2 em 54 (4%)
	Nível Z	3 em 54 (6%)

Tabela 5.12: Resultados do desempenho das crianças com relação aos prismas: obj₁₂, obj₁₃ e obj₁₄.

Esses resultados encontrados na tabela 5.12 indicam os índices obtidos nos desempenhos dos dois grupos (com 18 crianças em cada), desenhando e identificando 3 figuras, totalizando 54 respostas. Com isso observamos, pela comparação dos níveis Y₁ e Y₂, que novamente nesses sólidos foi mais fácil para as crianças reconhecerem do que desenharem. Com relação ao desempenho dos dois grupos, o inverso se destaca com uma diferença mínima, demonstrando pouco reflexo de aprendizagem. Como já tínhamos enfatizado, as crianças apresentaram melhores desempenhos em relação ao cilindro do que com esses sólidos, ou seja, a forma arredondada parece apresentar mais facilidade a essas crianças também com os sólidos.

i) A pirâmide de base quadrada (obj₁₇), tendo como faces laterais triângulos equiláteros, foi o objeto que apresentou maior dificuldade para as crianças, apresentando índices de 50% e 71%, respectivamente aos grupos direto e inverso com relação a desenharem e identificarem inadequadamente. Essas crianças desenharam um triângulo para representar a pirâmide, novamente a representação do sólido através de uma única face lateral. Na identificação, as escolhas mais constantes foram as opções de formas triangulares (triângulo equilátero, isósceles e escaleno), e uma pirâmide de base quadrada, cujas faces laterais eram triângulos isósceles, confirmando

a indicação da conservação do atributo número de lados das faces laterais. Apresentamos, abaixo, a tabela de desempenho das crianças com relação à pirâmide.

Atividade 1 e 2		Pirâmide obj ₁₇
Grupo Direto	Nível X	9 em 18 (50%)
	Nível Y1	2 em 18 (11%)
	Nível Y2	7 em 18 (39%)
	Nível Z	0 em 18 (0%)
Grupo Inverso	Nível X	13 em 18 (71%)
	Nível Y1	1 em 18 (6%)
	Nível Y2	3 em 18 (17%)
	Nível Z	1 em 18 (6%)

Tabela 5.13: Resultados do desempenho das crianças com relação à pirâmide.

Destacamos que só tivemos uma criança (29M11AI) do GI das 36 que identificou e desenhou adequadamente a pirâmide, apontando, assim, a necessidade de uma aprendizagem para desenvolver a habilidade para representar sólidos no plano. Encontramos no nosso experimento uma criança (16M10BD) que depois de várias tentativas para representar a pirâmide, desenhou um triângulo e escreveu embaixo: “*não da para fazer atraz*”. Segundo Bishop (1983), a criança precisa desenvolver a habilidade (VP) que engloba a tradução das relações entre as três dimensões do espaço em uma representação no plano.

Com relação à ordem de aplicação das atividades, o GI não apresentou melhor desempenho que as crianças do GD, não refletindo, portanto, aprendizagem no transcorrer do experimento. Acreditamos que esse fato ocorreu por tratar-se de uma aprendizagem que requer orientação do professor.

As crianças apresentaram mais habilidade para desenhar do que reconhecer, tanto no GD (sete desenharam adequadamente contra duas que reconheceram adequadamente), como no inverso (três desenharam adequadamente contra uma que reconheceu adequadamente).

Na figura 5.14 observamos os diferentes desenhos da pirâmide encontrados nesse instrumento diagnóstico.


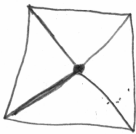




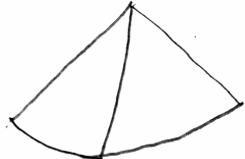

	(1)	(2)	(3)	(4)				
								
	(5)	(6)	(7)	(8)				
								
DESENHOS	1	2	3	4	5	6	7	8
QUANTIDADE	1	3	1	2	3	1	7	18

Tabela 5.14: A freqüência dos tipos de desenhos da pirâmide de base quadrada.

O desenho (8) foi o de maior freqüência. A representação da pirâmide foi feita através de uma de suas faces laterais. Apesar do sólido ter apresentado maior dificuldade para as crianças, destacamos que 50%, do grupo das 36 crianças, apresentaram alguma preocupação em representar a profundidade da pirâmide.

Segundo nossas expectativas, as crianças envolvidas em nossa pesquisa deveriam ter condições para representar e reconhecer pelo menos os 12 cartões das atividades 1 e 2, contudo observamos que tal fato não ocorreu.

Em síntese, no grupo A, com relação às duas atividades, o GI apresentou melhor desempenho nos 12 cartões do que o GD, com exceção dos cartões de formas

circulares, onde o GD apresentou desempenho maior. Como podemos observar na tabela 5.15.

Atividades 01 e 02 Classificação		CARTÕES COM FORMA				SÓLIDOS GEOMETRICOS		
		Circular obj1 obj2 obj4	Polígono Convexo obj3 obj5 obj9 obj11	Polígono Côncavo		Prisma obj12 obj13 obj14	Pirâmide obj17	Cilindro obj15
				obj6 obj7 obj10obj16	obj8			
Grupo Direto	Nível X	0 em 54 (0%)	14 em 72 (19%)	14 em 72 (19%)	9 em 18 (50%)	28 em 64 (2%)	9 em 18 (50%)	2 em 18 (11%)
	Nível Y ₁	7 em 54 (13%)	38 em 72 (53%)	11 em 72 (15%)	4 em 18 (22%)	22 em 54 (40%)	2 em 18 (11%)	4 em 18 (22%)
	Nível Y ₂	33 em 54 (6%)	3 em 72 (4%)	27 em 72 (38%)	1 em 18 (6%)	2 em 54 (4%)	7 em 18 (39%)	3 em 18 (17%)
	Nível Z	44 em 54 (81%)	17 em 72 (24%)	20 em 72 (28%)	4 em 18 (22%)	2 em 54 (4%)	0 em 18 (0%)	9 em 18 (50%)
Grupo Inverso	Nível X	0 em 54 (0%)	12 em 72 (17%)	14 em 72 (19%)	7 em 18 (39%)	25 em 54 (46%)	13 em 18 (71%)	1 em 18 (6%)
	Nível Y ₁	10 em 54 (19%)	33 em 72 (46%)	15 em 72 (21%)	3 em 18 (17%)	24 em 54 (44%)	1 em 18 (6%)	5 em 18 (27%)
	Nível Y ₂	5 em 54 (9%)	3 em 72 (4%)	17 em 72 (24%)	2 em 18 (11%)	2 em 54 (4%)	3 em 18 (17%)	1 em 18 (6%)
	Nível Z	39 em 54 (72%)	24 em 72 (33%)	26 em 72 (36%)	6 em 18 (33%)	3 em 54 (6%)	1 em 18 (6%)	11 em 18 (61%)

Tabela 5.15: Resultados das respostas das crianças nas atividades 1 e 2.

Ressaltamos que, também com relação aos sólidos, nota-se o melhor desempenho do GI com relação ao GD. Acreditamos que essa melhora pode ter sido reflexo de uma aprendizagem no transcórre do experimento. Para Piaget e Inhelder (1998), o sujeito aprende através das experiências físicas e lógico-matemáticas adquiridas durante as atividades propostas.

As crianças, na questão das habilidades para desenhar e reconhecer através da exploração tátil dos objetos apresentados neste estudo, tiveram mais sucesso em reconhecer do que desenhar, na maioria dos objetos. Vale ressaltar, neste momento, que os PCNs também apontam que as crianças reconhecem algumas formas geométricas bem mais cedo que as desenharam.

Curiosamente, encontramos as cinco mesmas exceções tanto no GD como no GI com relação aos cartões referentes ao triângulo (obj₆), ao quadrado (obj₇), ao hexágono (obj₁₀) e ao losango (obj₁₆), e quanto aos sólidos, a pirâmide (obj₁₇), que

apresentaram índices maiores no nível Y_2 , que corresponde ao que as crianças desenharam adequadamente e reconheceram inadequadamente, ou seja, para esses objetos, elas tiveram mais facilidade para desenhar do que reconhecer.

Destacamos que, nos dois grupos, as crianças apresentaram mais habilidades com relação às formas circulares tanto nos cartões (obj_1), (obj_2) e (obj_4) como nos sólidos geométricos (cilindro), como apontam os índices do desempenho nível Z, ressaltado de amarelo na tabela 5.15.

Finalizando a análise do grupo A, salientamos que, dos 17 objetos, as crianças tiveram mais dificuldade para desenhar e reconhecer os sólidos geométricos, que apresentavam arestas como os prismas e a pirâmide.

5.2.2 Grupo B – Noção do ponto e a conservação da forma de figura

O grupo B envolve as atividades 3, 4 e 5 cujo assunto enfatizou a noção do ponto e a conservação da forma de figuras, segmento de reta e quadrado. Iniciaremos nossa análise apresentando os dados obtidos nos procedimentos das crianças referentes a essas três atividades na tabela 5.16.

ATIVIDADE 3						ATIVIDADE 4			ATIVIDADE 5		
CONSERVAÇÃO DA FORMA DO QUADRADO						FIGURA OBTIDA DE SUCESSIVAS DIVISÕES			FORMA OBTIDA DE PONTOS		
MENOR				MAIOR		PONTO	TRAÇO	NADA	LINHA	NÃO LINHA	
DESENHANDO		IMAGINANDO		QUADRADO	ETÂNGULO						
QUADRADO	PONTO	QUADRADO	PONTO								
GD	17 94%	1 6%	10 56%	8 44%	6 33%	12 67%	7 39%	3 17%	8 44%	13 72%	5 28%
GI	14 78%	4 22%	7 39%	11 61%	7 39%	11 61%	11 61%	5 28%	2 11%	13 72%	5 28%

Tabela: 5.16. Resultados das respostas das atividades 3, 4 e 5.

A tabela 5.16 trata do percentual dos tipos de respostas referentes às atividades 3, 4 e 5. A atividade 3 (conservação da forma do quadrado) está dividida em duas tarefas: desenhar o menor e o maior quadrado. Com relação a desenhar o menor quadrado, havia duas situações: uma para desenhar e outra para imaginar a forma do menor quadrado. Quanto à representação, obtivemos dois tipos: quadrado e ponto, com 17 e 14 crianças desenhando um quadrado, e 1 e 4 desenhando um ponto, nos grupos GD e GI, respectivamente. Quanto a imaginar a forma do menor quadrado, tivemos duas respostas: 10 e 7 crianças responderam quadrado e 8 e 11 responderam ponto no GD e GI, respectivamente.

Com relação ao maior quadrado, obtivemos dois tipos de quadriláteros: quadrado e retângulo. Percebe-se a predominância da forma retangular nos dois grupos, 67% e 61%, respectivamente, no GD e GI.

Quanto à atividade 4, que se refere aos procedimentos das crianças em dividir um segmento de reta sucessivamente pela metade, ao perguntarmos o que se encontra no final dessa partição, obtivemos três respostas distintas: “*ponto*”, “*traço*” e “*nada*”. Os resultados encontrados no GD e GI foram, respectivamente: “*ponto*” (39% e 61%), “*traço*” (17% e 28%) e “*nada*” (44% e 11%). Comparando os procedimentos dos dois grupos, observamos que no GD predominou a resposta “*nada*” e no GI a resposta “*ponto*”, indicando uma diferença de procedimentos na inversão da aplicação.

Na atividade 5, observando os procedimentos das crianças com relação à recomposição da linha através da representação de um conjunto de pontos, obtivemos coincidentemente a mesma porcentagem nos dois grupos: 72% responderam que muitos pontos formam uma linha, e 28% responderam que não formam uma linha. Portanto, nessa atividade, a ordem de aplicação do experimento não influenciou os procedimentos dos dois grupos.

É interessante ressaltar três situações com relação à atividade 3:

1ª situação: A criança desenha o menor quadrado que ela consegue e quando é indagada sobre sua forma, afirma que é um quadrado. Quando pedimos para continuar, em pensamento, a diminuir o quadrado, persiste em afirmar que por menor que seja o desenho, sempre será um quadrado.

2ª situação: A criança desenha o menor quadrado que ela consegue e quando é indagada sobre sua forma, afirma que é um quadrado. Mas, quando pedimos para continuar, em pensamento, a diminuir o quadrado, diz que o desenho dará a idéia de ponto.

3ª situação: A criança desenha o menor quadrado que ela consegue e, quando é indagada sobre sua forma, afirma que é um ponto. Quando pedimos para continuar, em pensamento, a diminuir o quadrado, continua afirmando ser um ponto.

Em resumo, as respostas das crianças com referência à três situações dessa atividade estão expostas na tabela abaixo.

GRUPOS	1ª SITUAÇÃO	2ª SITUAÇÃO	3ª SITUAÇÃO	TOTAL
GRUPO DIRETO	10/18	7/18	1/18	18
	55%	39%	6%	100%
GRUPO INVERSO	7/18	7/18	4/18	18
	39%	39%	22%	100%
TOTAL	17/36	14/36	5/18	36
	47%	39%	14%	100%

Tabela 5.17: Respostas das crianças da atividade 3.

Nessa tabela podemos observar que predominou a primeira situação (dez crianças) no GD, e no GI, houve igual destaque para as duas primeiras (sete crianças em cada). No geral, a primeira situação predominou (17 de 36 crianças), ou seja, se a criança tem a idéia da figura, ela preservará sempre a forma, mesmo que as dimensões variem.

A primeira situação indica que a criança preserva a forma independente da dimensão. Esse procedimento (desenha e imagina um quadrado na menor forma) foi observado em 55% e 39% das crianças do GD e GI respectivamente.

Na segunda situação, interpretamos que a idéia da criança está entre a representação do quadrado – o aspecto concreto –, e algo muito pequeno, adimensional, o ponto. Nesse caso, o “ponto de vista” da representação é preservado. Apesar de o enunciado (Qual é a forma do menor quadrado possível?) reforçar a idéia da forma do quadrado, a representação (nesse caso o quadrado estava tão pequeno que estava representado por um ponto) parece interferir no conceito; surgem as ambigüidades do desenho e o conflito ver/saber. Nesse caso prevaleceu o “ver”, interpretando segundo Parzysz (1988) ou como Piaget (1993), prevaleceu o realismo visual. Encontramos 39% de crianças tanto no GD como no GI.

Na terceira situação, tanto no desenho (concreto) como na imaginação (abstrato), a criança representa e imagina que o menor quadrado possível é um ponto. É a percepção voltada para o que está imaginando. Obtivemos, nesse caso, uma criança no GD (6%), e quatro crianças no GI (22%).

Com esse último resultado, surge uma questão: Será que o fato de as crianças do GI já terem passado pelas atividades que envolvem transformações projetivas, influenciou nesse resultado? Lembramos que a nossa intenção não era interferir nas respostas dadas pelas crianças. Vale ressaltar que, segundo Piaget, a criança não pode formar conceitos somente através de observações. De fato, existe a necessidade de construir esquemas de operações mentais que se baseiam na coordenação das ações realizadas. Isso implica uma orientação na direção da aprendizagem desse conceito.

Ainda sobre a atividade 3, na questão em que se pediu para as crianças desenharem numa folha retangular o maior quadrado possível, obtivemos no GD e GI 33% e 39% de crianças que desenharam um quadrado, e 67% e 61% que desenharam um retângulo para representar o maior quadrado, respectivamente, portanto notamos que não houve uma diferença acentuada na inversão da aplicação do experimento.

Para Vinner e Hershkowitz (1983), o quadrado é um protótipo de quatro lados e ângulos iguais. As crianças do nosso experimento que desenharam um retângulo para representar um quadrado, preservaram o atributo 'quatro ângulos retos', mas não se preocuparam em manter os 'quatro lados com a mesma medida'. Podemos, supor dessa maneira, que a forma da folha retangular provavelmente interferiu na construção dos desenhos. Voltaremos a investigar se a borda influencia na construção de figuras quando analisarmos as ações das crianças ao realizarem a atividade 6 (atividade da reta).

Em relação à atividade 4, que trata dos procedimentos da criança em dividir um segmento de reta sucessivamente pela metade, ao indagarmos o que se encontra no final dessa partição, obtivemos 39% e 61% das crianças no GD e GI respectivamente, que responderam 'ponto'. Como nossa intenção era diagnóstica, interpretamos que a pergunta pode ter induzido as crianças do GD e GI a uma idéia de fim. No GI, devem ter sido, provavelmente, mais influenciadas por já terem feito atividades sobre projeção.

Vale ressaltar que, enquanto Piaget e Inhelder (1993), através de seu processo típico de entrevista clínica, conseguiam fazer as crianças de seu estudo chegarem à idéia ilimitada dessas divisões, nós, por pararmos com as perguntas bem antes,

podemos tê-las induzido à idéia de fim, deixando os resultados limitados a essas três respostas. Sugerimos adaptações para não ocorrer tal fato em próximas pesquisas.

Quanto à habilidade para dividir pela metade, algumas crianças usaram a régua, outras, a estimativa, outras, os dedos, mas todas conseguiram efetuar a divisão. Houve crianças que apresentaram dificuldades de entendimento sobre a idéia da metade da metade, sendo necessário interferência da pesquisadora.

Quanto às respostas obtidas, interpretamos que as crianças que responderam “*ponto*” têm a idéia de ponto como um objeto concreto, e o identificam como a menor representação geométrica de uma figura, indicando que não conseguem imaginar senão por meio de analogias do mundo concreto. Houve um depoimento em que a criança (5M11BD) marca a folha com a ponta do lápis e diz: “*Não tem nada menor que isso*”, isto é, desenha o ponto para confirmar a fala. Sobre a resposta “*traço*”, pode-se supor que as crianças conservaram a forma semelhante ao todo. A resposta “*nada*”, provavelmente indica que as crianças não conseguem imaginar essa partição além do concreto.

Quanto ao tipo de respostas obtidas, na atividade 5 – linha e não linha – elas parecem indicar que a maioria das crianças aceita que, se o ponto pertence à linha, vários pontos formam uma linha. Mas, considerando que as noções abstratas são difíceis de entender a partir do concreto, tivemos crianças (cinco de cada grupo) que responderam “*não forma uma linha*”. É possível que essas crianças tenham ficado em dúvida entre a intuição e a representação da linha através de vários pontos.

A respeito da idéia de ilimitado, Piaget e Inhelder (1993), afirmam que o sujeito descobre uma contradição entre o caráter descontínuo dos pontos reunidos e a continuidade do todo resultante dessa união, e esta ele não consegue eliminar antes de 11-12 anos.

Em seguida, apresentamos o depoimento de uma das crianças do nosso instrumento diagnóstico, que muito bem ilustra esse fato. Trata-se de um menino com 11 anos, da 4ªB do GI, que, ao ser perguntado sobre as questões das atividades 3, 4 e 5, fornece as seguintes respostas:

QUAL É A FORMA DO MENOR QUADRADO POSSÍVEL? — “UM PONTO”.

SE A GENTE DIVIDE CADA VEZ MAIS O SEGMENTO DE RETA O QUE ENCONTRA NO FIM?
— “UM PONTINHO”.

VÁRIOS PONTOS FORMAM UMA LINHA? — “SIM”.

ENTRE ESSES DOIS PONTOS BEM JUNTOS DÁ PARA COLOCAR OUTRO PONTO?
— “NÃO, ENTRE ELES EXISTE UM PEDAÇO DE NADA QUE NÃO CABE NENHUM PONTINHO” (34M11BI)

Essa criança desenhou 56 pontos entre dois pontos, distantes 48 cm, como podemos constatar no protocolo a seguir. Como vemos, os conceitos geométricos introduzidos a partir do concreto, precisam de situações adequadas, que propiciem o desenvolvimento da capacidade reflexiva da criança, levando em conta as limitações, nesta faixa etária, para as abstrações. Para Piaget e Garcia (1987), essa abstração reflexiva emerge das ações e operações realizadas pela criança, respeitando seu nível de abstração.

Colocar tantos pontos quanto possível entre os pontos abaixo:

A B

Quantos pontos existem entre A e B? 56

O que existe entre dois pontos bem juntos? pedaço de nada

Figura 5.10: Protocolo de uma criança referente à atividade 5.

Finalizando a análise do grupo B, observamos que as crianças que participaram desse experimento têm a idéia do ponto como um objeto concreto, e se confundem entre o conceito (abstrato) e a representação (concreto) do ponto. Portanto,

nossa previsão de que as crianças não conseguiriam generalizar além do finito, do visível e do manipulável, foi constatada.

5.2.3 Grupo C – Espaço Projetivo

Iniciaremos nossa análise pela atividade 6, em que percebemos que todas as crianças sabiam reconhecer uma linha reta e distingui-la de uma curva. Algumas crianças apresentaram dificuldade em entender a relação “entre” os postes, o que necessitou de uma explicação da pesquisadora para que a criança pudesse executar a atividade. Todas as crianças acompanharam a borda da tábua, tanto a circular como a retangular. Segundo Piaget e Inhelder (1993), a criança, a partir de sete anos, já é capaz de construir a linha paralela à borda, pois se trata de limitar-se a um alinhamento aproximativo, que não requer mirada. Essa é a segunda atividade na qual as crianças produzem a partir da borda. Nessa atividade, pede-se explicitamente para acompanhar a borda e 100% das crianças conseguiram, enquanto na atividade 3, numa folha retangular, em que se pedia para desenhar um quadrado, 64% das crianças (23 de 36 crianças) desenharam um retângulo acompanhando a borda. Com isso, notamos que essas crianças apresentam habilidade de acompanhar o contorno, e o utilizam como referência para a construção. Esses dados sugerem futuras pesquisas, para observar até que ponto a borda influencia a ação das crianças.

As técnicas mais comuns utilizadas pelas crianças para manter a distância constante entre os postes foram a visual em conjunto com a largura dos dedos. E 33% das crianças do GD e 44% do GI colocaram-se no prolongamento dos postes com mirada.

De acordo com Piaget e Inhelder (1993), a criança em torno de sete anos procura substituir a operação projetiva ou euclidiana por um simples apelo à configuração perceptiva, quando se trata de construir uma linha reta não paralela à

borda, algumas sentem-se incapazes, por ausência de mirada ou de deslocamento ordenado e métrico.

Encontramos quatro crianças (22%) no GD que descobriram a melhor posição para ver o alinhamento dos postes. No GI este número dobrou para oito crianças (44%), que descobriram sozinhas essa posição. Tal fato nos leva a supor que a ordem do experimento influenciou nos resultados e, novamente, deve ter havido aprendizagem no transcorrer do experimento. Em conversa com duas dessas quatro crianças do GD, ficamos sabendo de que as mesmas haviam tido experiências com jogos infantis, o que provavelmente deve ter facilitado o bom desempenho.

“É O MESMO JEITO DE JOGAR BOLINHA DE GUDE” (15M11AD).

“AH! EU SOU BOM NO JOGO DE TACO” (18M11BD).

Com esses resultados, verificou-se que as crianças do experimento têm noção da reta como elementos ordenados que se sucedem frente e atrás, sendo que o primeiro elemento esconde todos os seguintes.

Os resultados dos procedimentos das crianças na atividades 6 estão expressos na tabela 5.18. e no gráfico 5.1, para melhor visualizar os dados obtidos

CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO	CRITÉRIOS
NÍVEL X	DESCOBRE A MELHOR POSIÇÃO PARA VER O ALINHAMENTO DE MANEIRA INDUZIDA. USA PARA MANTER A DISTÂNCIA CONSTANTE ENTRE OS POSTES E A VISÃO. NÃO COLOCA OS OLHOS NA ALTURA DOS POSTES. FICA NO PROLONGAMENTO DOS POSTES SEM MIRADA (FECHAR UM OLHO.)
NÍVEL Y	DESCOBRE A MELHOR POSIÇÃO PARA VER O ALINHAMENTO DE MANEIRA INDUZIDA. USA PARA MANTER A DISTÂNCIA CONSTANTE ENTRE OS POSTES A VISÃO E UM OUTRO RECURSO CONCRETO (DEDO, BORRACHA OU RÉGUA). COLOCA OS OLHOS NA ALTURA DOS POSTES. FICA NO PROLONGAMENTO DOS POSTES SEM MIRADA (FECHAR UM OLHO).
NÍVEL Z	DESCOBRE SOZINHO A MELHOR POSIÇÃO PARA VER O ALINHAMENTO. USA PARA MANTER A DISTÂNCIA CONSTANTE ENTRE OS POSTES A VISÃO E UM RECURSO CONCRETO.(DEDO , BORRACHA, OU RÉGUA). COLOCA OS OLHOS NA ALTURA DOS POSTES. FICA NO PROLONGAMENTO DOS POSTES COM MIRADA (FECHAR UM OLHO).

Tabela 5.18: Tabela de desempenho na verificação do alinhamento.

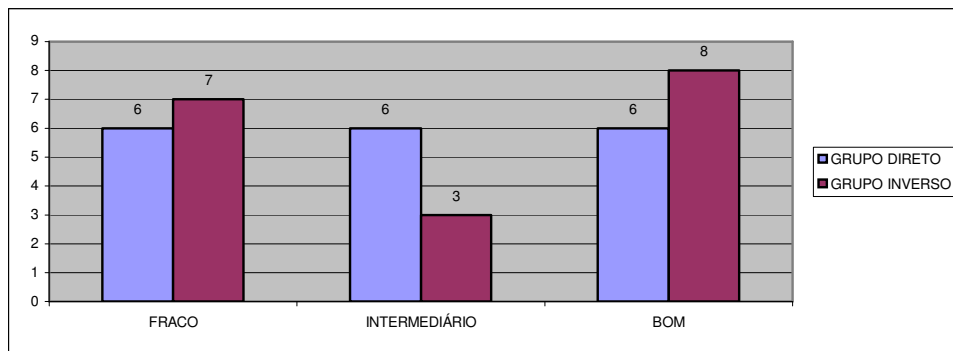


Gráfico 5.1: Desempenho na verificação do alinhamento.

Observamos no gráfico 5.1 que as crianças do GD tiveram um procedimento constante nos três níveis de desempenhos e que no GI predominou os desempenhos correspondentes aos níveis X e Z. A influência da ordem de aplicação não fica explícita nessa atividade.

Na atividade 9, que pedia para a criança desenhar uma estrada longa e reta, nenhuma criança desenhou as margens concorrendo para um ponto e os postes com diminuições gradativas. A maioria desenhou margens paralelas e postes paralelos retos ou inclinados entre si com tamanhos iguais ou diferentes com diminuições sem critérios. Seguem alguns exemplos abaixo:

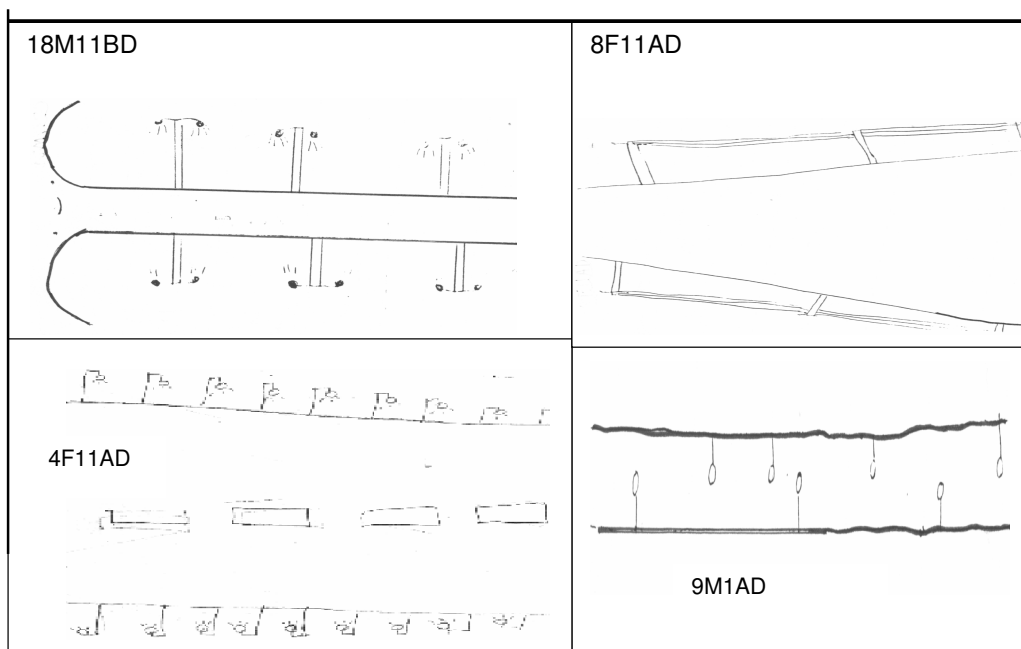


Figura 5.11: Protocolos das crianças com relação à atividade 9.

Com esses exemplos, podemos notar que um menino de 11 anos da 4ªB do GD (18M11BD) desenhou os postes margeando a estrada, com tamanhos praticamente iguais em relação à distância da estrada. Já a criança 8F11AD desenhou os postes margeando a estrada, com tamanhos crescentes em relação à distância da estrada. E a criança 4F11AD desenhou os postes margeando a estrada com tamanhos variados, aumenta, depois diminui em relação à distância da estrada. Por fim, 9M10AD desenhou os postes virados para a parte interna da estrada, margeando com tamanhos praticamente iguais em relação à distância da estrada.

Essas representações exemplificam os diferentes tipos encontrados no experimento, nos quais podemos observar que a maioria desenhou a estrada sem fugidias. Para Piaget e Inhelder (1993), essas crianças, ao desenharem a estrada dessa maneira, não conceberam ainda as relações quantitativas em jogo na perspectiva.

A tabela abaixo apresenta os resultados obtidos das atividades 9 e 10, referentes ao número de crianças que desenharam as margens paralelamente, ou não, e a alternativa que escolheram entre as seis oferecidas na atividade 10.


	ATIVIDADE 9 (DESENHAR)		ATIVIDADE 10 (RECONHECER)	
	MARGENS PARALELAS	MARGENS NÃO PARALELAS	ALTERNATIVA C	ALTERNATIVA B 
GRUPO DIRETO	17 94%	01 6%	16 89%	02 11%
GRUPO INVERSO	16 89%	02 11%	16 89%	02 11%

Tabela 5.19: Tabela do desempenho na representação de uma estrada de margens paralelas.

É possível notar pelos índices na tabela 5.19 que, com relação à atividade 9 (desenho com diminuição das distâncias das margens dando a idéia de profundidade),

só uma criança (5%) no GD e duas (11%) no GI conseguiram fazer esse tipo de representação. O grupo inverso diferencia do direto apenas por uma criança.

Na atividade 10, onde era pedido para que a criança reconhecesse, entre seis desenhos, aquele que mais se parecia com as margens de uma estrada bem longa, só quatro crianças, – duas (11%) de cada grupo – escolheram o desenho mais adequado. Todas as outras escolheram a alternativa **c** que representava as margens paralelamente em todo o prolongamento da estrada. Observamos que essas quatro crianças, ao representarem a estrada, três delas já tinham viajado e lembravam da imagem de uma longa estrada. Aqui, queremos ressaltar a importância da experiência das crianças no entendimento da representação em perspectiva.

Segundo Vinner e Hershkowitz (1980), as representações das idéias geométricas apontam que, em pensamento, as pessoas usam propriedades que têm sido associadas ao conceito, logo, as crianças, ao escolherem a alternativa **c**, estavam preservando a propriedade de que 'a distância entre duas retas paralelas é sempre a mesma', não se atendo ao fato de que se tratava de uma representação em perspectiva de uma estrada de margens paralelas. Observamos, entretanto, que a maioria das crianças envolvidas nesse experimento não apresentaram procedimentos adequados para desenhar a estrada, o que é um indício de que elas não demonstraram habilidade das transformações projetivas referentes ao ponto de vista do objeto.

Na atividade 10, não houve diferença de índices de um grupo para o outro, indicando que a ordem de aplicação não influenciou nessas atividades. É importante lembrar que nesse momento da aplicação, tanto as crianças de um grupo quanto do outro já estão envolvidas em resolver situações que requerem que elas pensem sobre representação em, pelo menos, três atividades.

Ainda sobre as atividades 9 e 10, notamos que uma criança (6F10AD) que escolheu a alternativa **B**, fez a representação da estrada com as margens paralelas, mas oblíquas. Interpretamos tal desenho como uma tentativa de expressar a idéia de profundidade, como vemos no protocolo a seguir.

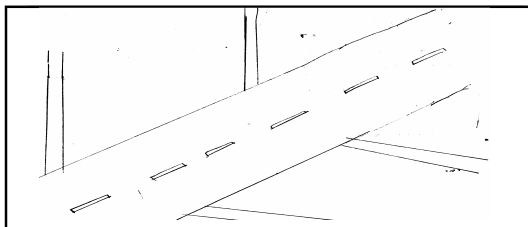


Figura 5.12: Protocolo da atividade 9.

Analisando o grupo **C** como um todo, é possível conjeturar que os procedimentos das crianças nas atividades 6, 9 e 10 estão diretamente relacionadas à ausência de uma tomada de consciência ou de diferenciação representativa dos pontos de vista. Segundo Bishop (1983), as crianças precisam desenvolver as habilidades IFI e VP, ambas requeridas nas atividades do grupo **C**.

5.2.4 Grupo D – Representação de objetos no plano

Iniciaremos a análise do grupo **D** (atividades 7, 8 e 11), que trata da arte de representar os objetos como se apresentam à vista, apresentando a figura 5.13. Nossa intenção com essa figura é exemplificar as representações em perspectivas consideradas adequadas às posições de uma haste vertical e de um disco, objetos, respectivamente, das atividade 7 e 8.

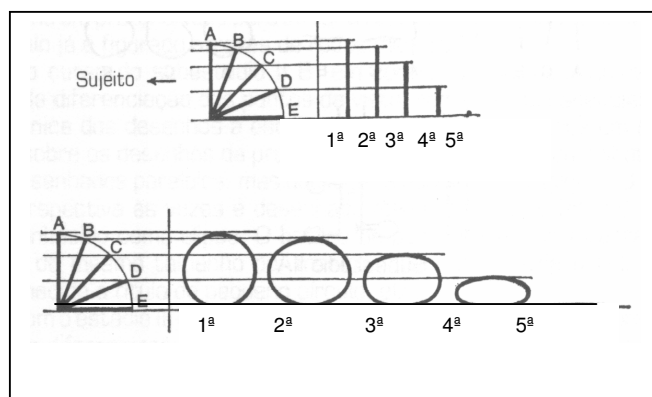


Figura 5.13: Representações em perspectivas de: uma haste linear e um disco.

Nas representações em perspectiva de um lápis e de um disco, observamos que as crianças demonstraram muita dificuldade em interpretar como desenhar as cinco posições desses objetos, tanto de seu ponto de vista, como do ponto de vista do observador que estava ao seu lado a 90°. As cinco posições consideradas foram:

1ª) a criança vê o comprimento total do lápis na horizontal, 2ª) inverte esta posição, 3ª) lápis inclinado em direção à criança, 4ª) inverte a terceira posição e 5ª) o lápis mais inclinado em direção à criança.

Em seguida, exibiremos exemplos de duas crianças na atividade 7, escolhidos para dar a idéia do modo que elas encontraram para interpretar o que estavam vendo.





















20F10BI		12F11AD	
O desenho visto por você.	O desenho visto por mim.	O desenho visto por você.	O desenho visto por mim.
1ª posição: 			
2ª posição: 			
3ª posição: 			
4ª posição: 			
5ª posição: 			

Figura 5.14. Protocolos de duas crianças da atividade 7.

Notemos no protocolo do lado esquerdo que nas primeiras posições a criança não percebeu a diferença de pontos de vista entre sua posição e a do observador (a 90° da criança), e os desenhos das três últimas posições do lápis foram feitos através de linhas curvas para representar as inclinações do lápis. Ressaltamos que a forma retilínea, em oposição às curvas, conserva sua forma qualquer que seja seu ponto de vista. No protocolo da direita, nas duas últimas posições, a criança desenha o lápis

com diferenciações mínimas quanto às direções, e percebe-se uma diminuição dos comprimentos, e nas duas primeiras posições, desenha o comprimento do lápis por inteiro.

Os dois exemplos ilustram o pensamento egocêntrico da criança, pois não há diferenciação do ponto de vista dela e do observador. Considerando que nossas crianças não tiveram aprendizagem formal sobre perspectiva, é razoável supor que a aprendizagem é um dos fatores que interfere no egocentrismo infantil.

Com relação à atividade 8, apresentamos dois exemplos de procedimentos que representam o que encontramos em nosso estudo com relação às cinco posições do disco, que foram: 1ª) a criança vê o disco total na vertical, 2ª) inverte esta posição, 3ª) disco inclinado em direção à criança, 4ª) inverte a terceira posição e 5ª) o disco mais inclinado em direção à criança.

8F11AD		25M11BI	
O desenho visto por você.	O desenho visto por mim.	O desenho visto por você.	O desenho visto por mim.
1ª posição: 			
2ª posição: 			
3ª posição: 			
4ª posição: 			
5ª posição: 			

Figura 5.15. Protocolos de duas crianças da atividade 8.

Os desenhos do esquerdo mostram que essa criança faz uma diferenciação quanto ao ponto de vista do observador, além de diferenciar também a forma e as dimensões do objeto, que variam conforme as posições. Já nos desenhos da direita, é possível perceber que a criança não fez a diferenciação quanto ao ponto de vista do observador e representou as variações das posições do disco, variando apenas o tamanho e a forma dos desenhos, sem critérios aparentes. Vale salientar que, quando as crianças não têm a noção de perspectiva, as curvas conservam suas formas nas transformações projetivas.

A tabela 5.20 apresenta os critérios de desempenhos das crianças referentes aos procedimentos encontrados nas atividades 7 e 8.

CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO	Crerios
NÍVEL X	Sem diferenciação dos pontos de vista possíveis do objeto. Conserva praticamente a forma e as dimensões do objeto
NÍVEL Y ₁	Os desenhos apresentam uma diferenciação quanto ao ponto de vista do observador só nas duas primeiras posições. Conserva parcialmente a forma e as dimensões do objeto
NÍVEL Y ₂	Os desenhos apresentam uma diferenciação quanto ao ponto de vista do observador nas cinco posições apresentadas. As formas e as dimensões do objeto variam sem critérios perceptíveis.
NÍVEL Z	Os desenhos apresentam uma diferenciação quanto ao ponto de vista do observador. As formas e as dimensões do objeto variam com critérios perceptíveis.

Tabela 5.20: Classificação de desempenho com relação às atividades 7 e 8.

A seguir, temos a tabela referente aos resultados encontrados com relação às atividades 7 e 8.

	ATIVIDADE 7 (LÁPIS)				ATIVIDADE 8 (DISCO)			
	X	Y ₁	Y ₂	Z	X	Y ₁	Y ₂	Z
GRUPO DIRETO	5/18	9/18	3/18	11/18	2/18	4/18	11/18	1/18
	28%	50%	17%	5%	11%	22%	61%	5%
GRUPO INVERSO	5/18	7/18	3/18	3/18	4/18	8/18	6/18	0/18
	28%	39%	17%	17%	22%	44%	33%	0%

Tabela 5.21: Porcentagem de acertos.

Observamos que, na atividade 7, não houve diferença no desempenho do nível X e do nível Y_2 , entre os grupos direto e inverso. Tivemos cinco (28%) e três (17%) crianças em ambos os grupos respectivamente. Comparando os índices dos dois grupos, verificamos que o GD teve melhor desempenho que o GI.

Com relação à atividade 8, percebemos que o GD teve melhor desempenho que o GI, devido aos índices dos desempenhos Y_2 e nível Z, que foram respectivamente, 61% e 5% do GD e 33% e 0% no GI. É interessante notar que as crianças do GI já passaram por atividades que envolveram perspectiva e diferentes pontos de vista (questões 9, 10, 11, 12 e 13) e, no entanto, tiveram desempenho aquém do GD. Provavelmente, essas atividades estão muito mais relacionadas com a observação e reconhecimento do que a uma ação efetiva do sujeito sobre o objeto (como é o caso das atividades 7 e 8, nas quais se pede que a criança desenhe). As crianças verbalizavam que seus desenhos estavam inadequados e confessavam que não sabiam fazer. Salientamos, portanto, a necessidade de haver uma aprendizagem direcionada ao modo da criança representar os objetos no plano.

Encontramos nos estudos de Piaget e Inhelder (1993), crianças entre 7 e 11 anos (correspondente ao nível III de seus estudos), apresentando uma diferenciação dos pontos de vista. Esse nível inicia-se com o desenho sem mudanças de tamanho referente à posição e, por volta de nove anos, as modificações de forma são representadas e acompanhadas de transformações quantitativas adequadas ao desenho. Nossa hipótese é a de que as crianças do nosso estudo encontraram dificuldades em representar os deslocamentos dos objetos nas diferentes posições apresentadas, devido à dificuldade em interpretar o que elas estavam realmente vendo e, principalmente, em não saber como se faz essa representação. Mais uma vez

ressaltamos a importância da intervenção da aprendizagem voltada à interpretação e à representação dos objetos.

Lembrando que Piaget, em sua pesquisa, argumentava com a criança e isso não foi feito em nosso estudo, pois o objetivo foi observar as habilidades da criança, sem interferência. Acreditamos que esse seja um dos fatores que contribuiu para a diferenciação entre o nosso estudo e os de Piaget.

Na atividade 11, foi pedido para que a criança desenhasse como visualizava a sombra projetada de cinco objetos (lápiz, cartão circular, cartão retangular, cone e bobina em duplo cone). O objetivo era perceber se a criança conseguia associar a forma da sombra como sendo a mesma da sua visão, como ilustra o quadro abaixo:

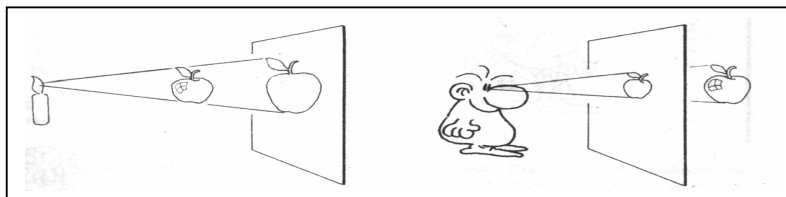


Figura 5.16: Ilustrações sobre a projeção da sombra.
Wilmer e Pereira (1978, p.127).

Lembramos que o lápis e os cartões foram apresentados em quatro posições: vertical, inclinado na direção do anteparo, mais inclinado na direção do anteparo e na horizontal. O cone foi apresentado na posição vertical, com a base para baixo, na horizontal, com a base voltada para a luz, e a bobina em duplo cone, foi apresentada deitada e na posição vertical.

Pelo que foi verbalizado pelas crianças, essa atividade foi bem prazerosa para todas, pois elas demonstraram muito interesse nas comparações de suas previsões sobre as formas das sombras dos objetos com as projeções feitas. Encontramos, abaixo, a tabela dos critérios de desempenhos das crianças nessa atividade.

Classificação do desempenho	Critérios
NÍVEL X	SOMBRA DO LÁPIS : NÃO DIMINUI GRADATIVAMENTE. SOMBRA DO CARTÃO CIRCULAR : PERMANECE CIRCULAR. SOMBRA DO CARTÃO RETANGULAR : PERMANECE RETANGULAR. SOMBRA DO CONE : TRIÂNGULO DE FORMA ARREDONDADA E ELIPSE. SOMBRA DOS DOIS CONES : AMPULHETA ARREDONDADA E ELIPSE.
NÍVEL Y	SOMBRA DO LÁPIS : DIMINUI GRADATIVAMENTE ATÉ O CÍRCULO OU NÃO. SOMBRA DO CARTÃO CIRCULAR : MESCLA ENTRE CIRCULAR E ELÍTICA. SOMBRA DO CARTÃO RETANGULAR : ACERTA SÓ AS POSIÇÕES -LIMITE. SOMBRA DO CONE : TRIÂNGULO E CÍRCULO. SOMBRA DOS DOIS CONES : AMPULHETA E CÍRCULO/ELIPSE.
NÍVEL Z	Sombra do lápis: diminui gradativamente até o círculo. Sombra do cartão circular: representação elítica até um traço. Sombra do cartão retangular: forma correta em todas as posições. Sombra do cone: triângulo e círculo. Sombra dos dois cones: ampulheta e círculo.

Tabela 5.22. Critérios para o desempenho das crianças na atividade 11.

Observamos que esses critérios foram estabelecidos em função dos procedimentos encontrados em nosso instrumento diagnóstico referente a essa atividade. A seguir, apresentamos a tabela 5.23 com os resultados encontrados.

Desempenho	ATIVIDADE 11														
	Lápis			Cartão circular			Cartão retangular			Cone			Dois cones unidos pelos vértices		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
GD	3	12	3	2	16	0	1	17	0	0	7	11	0	8	10
GI	6	12	0	4	14	0	3	15	0	2	9	7	0	15	3

Tabela. 5.23. Resultados do desempenho na atividade 11.

Analisando os desenhos dessa atividade, podemos notar que o GD apresentou um melhor desempenho que o GI nos cinco objetos trabalhados. Acreditamos que a ordem de aplicação influenciou no desempenho do GD, apontando que deve ter havido aprendizagem durante o experimento.

Destacando que algumas crianças do GD lembraram das atividades 7 e 8, tecendo alguns comentários do tipo: “era assim que tinha que fazer”, “não desenhei assim”, “engraçado, o lápis diminui de tamanho quando inclina, não fiz isso”.

Continuando a análise, com relação ao nível X, o número de respostas indica que as crianças tiveram mais dificuldade em desenhar as projeções do lápis do que as

outras formas. Comparando as respostas do desempenho nível Z, verificamos que a forma do cone foi a mais fácil para as crianças, talvez porque deva ser a mais familiar para elas.

Para apurar melhor nossos resultados quanto à influência da forma e da percepção das crianças em relação às transformações projetivas, resolvemos analisar a 3ª posição da sombra do cartão circular e retangular, por ser a posição (muito inclinado em direção ao anteparo) com mais ênfase na modificação da forma. Encontramos os seguintes resultados:

3ª POSIÇÃO DOS OBJETOS DA ATIVIDADE 11	DESENHOS ADEQUADOS	
	CARTÃO CIRCULAR (ELIPSE)	CARTÃO RETANGULAR (TRAPÉZIO)
GRUPO DIRETO	12	11
GRUPO INVERSO	14	06

Tabela 5.24: Porcentagem de acerto na 3ª posição.

Com esses resultados, pressupomos que a forma pode ter influenciado no desempenho das crianças, pois os dois grupos tiveram melhor desempenho na forma circular. Notamos que as crianças apresentaram mais habilidade em interpretar as transformações projetivas da forma circular (círculo para elipse) do que da forma retangular (retângulo para trapézio).

Descreveremos abaixo um protocolo em que a criança não satisfeita com seus desenhos, resolveu escrever para expor suas idéias sobre a projeção do disco.

<p>14F104B: 1ª POSIÇÃO: DESENHO NA FORMA CIRCULAR E A PALAVRA MAIOR;</p> <p>2ª POSIÇÃO: DESENHO NA FORMA CIRCULAR MENOR QUE A ANTERIOR E ESCREVE: INCLINADA E MENOR;</p> <p>3ª POSIÇÃO: DESENHO NA FORMA ELÍPTICA E ESCREVE: INCLINADA PEQUENA;</p> <p>4ª POSIÇÃO: DESENHO DE UM TRAÇO CURVO E NADA ESCRITO.</p>
--

Acreditamos que a criança considerou que o desenho era insuficiente para passar o que estava vendo, e optou em escrever para deixar mais claro. Com esse

exemplo, queremos enfatizar o interesse das crianças em demonstrar suas idéias e a falta de habilidade para representar os objetos tridimensionais no plano.

Apresentamos, em seguida, os desenhos de duas crianças da atividade 11, para exemplificar os procedimentos encontrados neste estudo.

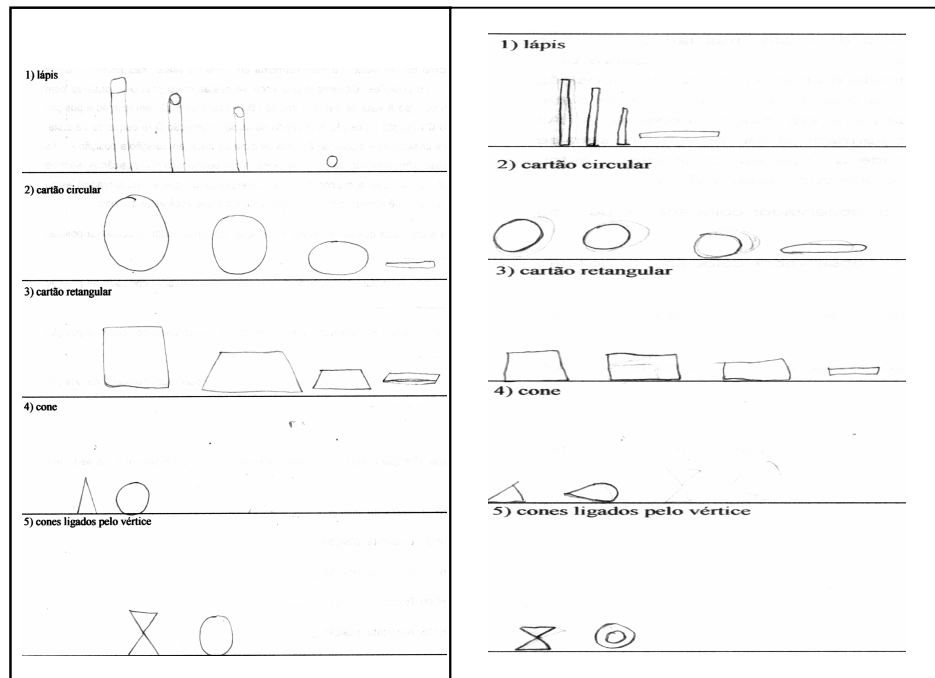


Figura 5.17: Protocolos referentes à duas crianças na atividade 11.

Analisando o protocolo do lado esquerdo, notamos que essa criança representou adequadamente as projeções das sombras dos cinco objetos. Quanto aos desenhos do protocolo do lado direito, notamos o aspecto egocêntrico dessa criança, pois a projeção do lápis, na última posição (horizontal) está com comprimento total; os lados do cartão retangular estão paralelos a partir da segunda posição; o segundo desenho do cone está na posição horizontal com a base voltada para a luz, ou seja, ela apresentou dificuldade em coordenar a imagem projetada na parede e o objeto causador da sombra.

Segundo Bishop (1983), para melhorar seu desempenho nas atividades do grupo **D**, as crianças precisariam desenvolver a habilidade de interpretar a informação da figura (IFI), e a habilidade de desenhar (VP).

5.2.5 Grupo E – Coordenação de pontos de vista

Por fim, temos o grupo **E**, que envolve as atividades 12 e 13, com o intuito de investigar a capacidade das crianças em interpretar os diferentes pontos de vista de uma pista de skate de dedo. Nessas atividades, elas teriam que reconhecer a foto que representa o ponto de vista de um observador (pesquisadora), localizado em diferentes posições com relação à pista de skate. Para organizar nossa análise, resolvemos codificar as fotos, relacionando-as com suas respectivas posições. Por exemplo, associamos a posição **A** (foto nº 7) com o lugar onde as crianças sentaram, identificando como posição **frontal**, lugar onde elas vêem uma foto de uma moça pendurada no meio da parte curva da rampa, conforme foto abaixo.



Figura 5.18: Foto frontal da pista de skate (nº 7), que se refere à posição A.

A seguir, apresentamos a tabela 5.25 com todas as codificações feitas. Essas fotos podem ser observadas no anexo 12.

CODIFICAÇÃO DAS FOTOS	
FOTO 01- LATERAL ESQUERDA - LE	FOTO 06- VISTA AÉREA FRONTAL OPOSTA - AFO
FOTO 02- FRONTAL À DISTANCIA - FD	FOTO 07- FRONTAL - F
FOTO 03- LATERAL DIREITA - LD	FOTO 08- LATERAL ESQUERDA AÉREA - LEA
FOTO 04- LATERAL DIREITA AÉREA - DA	FOTO 09- AÉREA FRONTAL - AF
FOTO 05- OPOSTA À VISÃO FRONTAL - OF	FOTO 10- OPOSTA FRONTAL VISTA INFERIOR - OFI

Tabela 5. 25: Identificação das fotos (**anexo 12**).

Através da análise, percebemos que os erros mais comuns surgiram com relação à lateralidade e ao campo de visão. Notamos algumas trocas como: a esquerda pela direita, frente por atrás, o campo de visão que daria para observar toda a mão verde, por uma foto, onde só dava para ver o pulso dessa mão verde.

Essas trocas apareceram nos dois grupos, portanto, a tabela abaixo apresenta a porcentagem de acertos e erros das 36 crianças envolvidas no instrumento diagnóstico.

PORCENTAGEM DE ACERTOS E ERROS DAS 36 CRIANÇAS											
1ª FOTO nº 03			2ª FOTO nº 05			3ª FOTO nº 01			4ª FOTO nº 09		
ACERTOS	ERROS		ACERTOS	ERROS		ACERTOS	ERROS		ACERTOS	ERROS	
	ÂNGULO	LADO		ÂNGULO	LADO		ÂNGULO	LADO		ÂNGULO	LADO
LD	LDA	LE	OF	OFI	F	LE	LEA	LDA	AF	F	AFO
16	06	09	18	10	1	20	9	4	14	05	08
44%	17%	25%	50%	27%	3%	55%	25%	11%	38%	14%	22%

Tabela 5.26: Resultados referentes às respostas das crianças na atividade 12.

Na tabela 5.26, encontramos as respostas certas e os erros encontrados na aplicação da atividade 12 referentes às quatro fotos. Por exemplo, com relação à foto nº 03, obtivemos 44% de respostas corretas (LD) e encontramos dois erros, 17% escolheram LDA, que corresponde a um erro de ângulo de visão, e 25% escolheram

LE, que corresponde a um erro de lateralidade. O restante de respostas não consta na tabela. Aplicamos esses critérios igualmente nas demais fotos.

Em seguida, apresentamos procedimentos de duas crianças, para exemplificar as respostas obtidas nessa atividade:

A primeira criança escolheu, com relação à foto 03, FD no lugar de LD, na foto 05, LE no lugar de OF, na foto 01 escolheu LDA no lugar de LE, apresentando erro de lateralidade, e na foto 09, escolheu F no lugar de AF, apresentando erro de ângulo de visão (5F10BI.).

A segunda criança escolheu, na foto 03, LE no lugar de LD, apresentando um erro de lateralidade, na foto 05, LDA no lugar de OF; na foto 01 escolheu AF no lugar de LE, e na foto 09 escolheu AFO no lugar de AF, apresentando novamente erro de lateralidade (13M11BI).

A seguir, apresentamos a tabela com os critérios estabelecidos em função dos procedimentos encontrados em nosso instrumento diagnóstico referente à atividade 12, e que foram utilizados para a classificação dos níveis de desempenhos das crianças.

CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO	Critérios			
	Posição B resposta foto LD	Posição C resposta foto OF	Posição D resposta foto LE	Posição E resposta foto AF
NÍVEL X	LE FD AF LEA.	LDA F AFO FD LE AF	AF OFI LDA F LD FD	LEA LD OF F FD OFI
NÍVEL Y	LD LDA	OF OFI	LE LEA	AF AFO
NÍVEL Z	LD	OF	LE	AF

Tabela 5.27: Classificação pelas respostas obtidas referente à atividade 12.

Essa tabela foi organizada levando em consideração os procedimentos das crianças quanto aos erros de lateralidade, de ângulo de visão e do aspecto egocêntrico da criança. Por exemplo, no nível Z, a criança acertou todas as respostas, no nível Y

acertou algumas respostas, mas cometeu alguns erros de lateralidade ou de ângulo de visão e, no nível X, apresentou respostas inadequadas nas quatro fotos.

Mostramos, abaixo, a tabela com os resultados obtidos dos desempenhos das crianças na atividade 12.

DESEMPENHO	NÍVEL X	NÍVEL Y	NÍVEL Z
GRUPO	1/18	15/18	2/18
DIRETO	6%	83%	11%
GRUPO	3/18	11/18	4/18
INVERSO	17%	61%	22%

Tabela 5.28: Classificação do desempenho das crianças na atividade 12.

Observamos que apenas duas crianças (11%) do GD e quatro crianças (22%) do GI acertaram todas as posições. Observamos que essa atividade foi difícil de realizar, uma vez que as dez fotos foram apresentadas ao mesmo tempo. As crianças deveriam visualizar o ponto de vista de cada foto e esta tarefa necessitava de um sistema de coordenação de pontos de vista, que pareceu complexo para a maioria das crianças.

Obtivemos, no nível X, uma (6%) e três crianças do GD e GI respectivamente, que corresponde às crianças que erraram todas as posições. Essas crianças, segundo Piaget e Inhelder (1993), têm a representação centrada no ponto de vista próprio. Por exemplo: respondem em todas, ou na maioria das fotos apresentadas, conforme a posição em que se encontram, ou seja, recaem na construção egocêntrica. Para exemplificar, escolhemos os procedimentos de duas crianças:

7M11BI: escolhe, nas seguintes fotos:

1ª foto: aérea **frontal** no lugar de lateral direita;

2ª foto: **frontal** à distancia no lugar de oposta **frontal**;

3ª foto: **frontal** no lugar de lateral esquerda;

4ª foto: **aérea frontal** oposta no lugar de aérea **frontal**.

18F10AI: escolhe nas seguintes fotos:

1ª foto: **frontal** à distância no lugar de lateral direita;

2ª foto: **frontal** no lugar de oposta **frontal**;

3ª foto: oposta **frontal** inferior no lugar de lateral esquerda;

4ª foto: lateral direita no lugar de aérea frontal.

Comparando os desempenhos dos dois grupos com relação ao nível Y, observamos que no GD, dos 83%, obtivemos **28%**, **33%** e 22% das crianças que acertaram uma, duas e três respostas respectivamente. No GI, dos 61%, temos **27%**, **17%** e 17% das crianças que acertaram uma, duas e três respostas respectivamente. Ressalte-se que **6%** e **17%** da tabela 5.28, as crianças do GD e GI escolheram inadequadamente todas as posições. Com esses dados, constatamos que 67% (**28%,33%** e **6%**) e 61% (**27%**, **17%** e **17%**) do GD e do GI responderam adequadamente, no máximo, duas das quatro posições da atividade. Portanto, essa atividade foi realmente difícil para os dois grupos e eles não se destacaram entre si aparentemente.

Quanto à 13, pedia-se que as crianças reconhecessem as posições de cinco fotos, ou seja, a criança deveria prever (ação) qual a posição correspondente à foto dada, sendo que nessa atividade apresentou-se uma foto de cada vez.

Verificou-se que 13 (72%) e 9 (50%) crianças acertaram todas as posições no GD e no GI, respectivamente, este bom desempenho indica que as crianças perceberam que cada posição do observador corresponde a um certo sistema de relações esquerda x direita e frente x atrás entre as várias posições da pista de skate, ou seja, descubrem a correspondência biunívoca entre as fotos e as posições do observador.

A seguir, apresentamos a tabela com os critérios utilizados para a classificação dos desempenhos das crianças com relação à atividade 13.

CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO	FOTO 01 RESPOSTA LE	FOTO 03 RESPOSTA LD	FOTO 07 RESPOSTA F	FOTO 09 RESPOSTA AF	FOTO 05 RESPOSTA OF
NÍVEL X	LD	LE OF	AF LE	F OF	AF F
NÍVEL Y	LE LD	LD LE OF	F AF OF	AF F LE ALE	OF F LD OFA AF
NÍVEL Z	LE	LD	F	AF	OF

Tabela 5.29: Classificação referente à atividade 13.

Essa tabela foi organizada da mesma maneira que na atividade 12, levando em consideração os procedimentos das crianças quanto aos erros de lateralidade, de ângulo de visão e do aspecto egocêntrico da criança. Quanto aos critérios dos níveis, no nível Z a criança acertou todas as respostas, no nível Y, acertou algumas respostas e cometeu erros de lateralidade ou de ângulo de visão e, no nível X, a criança apresentou respostas sempre com algum erro.

Com esses níveis, organizamos a tabela abaixo com os resultados obtidos dos desempenhos das crianças na atividade 13.

DESEMPENHO	NÍVEL X	NÍVEL Y	NÍVEL Z
GRUPO DIRETO	1/28 6%	4/18 22%	13/18 72%
GRUPO INVERSO	2/18 11%	5/18 28%	9/18 50%

Tabela 5.30: Resultados do desempenho das crianças na atividade 13.

Nota-se, pela tabela, que no GD apenas uma criança (6%) acertou somente duas respostas (1ª e 3ª fotos), os 22% do nível Y erraram uma única posição, porque trocaram a esquerda pela direita (caso da criança 16 M10BD) e a frente por atrás (referente às crianças: 9M10AD, 13M10AD e 12F11AD), e 13 crianças (72%) acertaram todas as posições. No GI 11% não acertaram nenhuma resposta, dos 28% temos 11%,

6% e 11% das crianças que acertaram duas, três e quatro respostas respectivamente, e 9 crianças (50%) acertaram todas as posições. Estes resultados indicam que o GD teve melhor desempenho que o GI, e isso nos faz acreditar que houve aprendizado durante o experimento.

Observamos que as crianças que tiveram um baixo desempenho na atividade 12 (ato de reconhecer), já mostraram um melhor desempenho na atividade 13 (ato de predizer), com exceção de duas crianças do GI que apresentaram falta de habilidade na questão da lateralidade e de ângulo de visão, tanto na atividade 12 como na 13. Descreveremos abaixo o desempenho dessas duas crianças a respeito da atividade 13.

A CRIANÇA (23F10BI) QUE APRESENTOU PROBLEMAS DE LATERALIDADE E DE ÂNGULO DE VISÃO, ESCOLHEU:

NA FOTO 01, **LD** NO LUGAR DE **LE**;
 . NA FOTO 03, **LE** NO LUGAR DE **LD**;
 NA FOTO 07, **AF** NO LUGAR DE F;
 NA FOTO 09, **OF** NO LUGAR DE **AF**;
 NA FOTO 05, F NO LUGAR DE **OF**.

A CRIANÇA (31M11BI) ESCOLHEU:

NA FOTO 01, **LD** NO LUGAR DE **LE**;
 NA FOTO 03, **OF** NO LUGAR DE LD;
 NA FOTO 07, LE NO LUGAR DE F;
 NA FOTO 09, F NO LUGAR DE **AF**;
 NA FOTO 05, **AF** NO LUGAR DE **OF**.

Observamos que, na atividade 12, foi mais difícil para a criança desprender -se da tendência egocêntrica e coordenar e diferenciar os pontos de vista.

Segundo Piaget e Inhelder (1993), a criança apresentará discernimento das relações projetivas quando ela conseguir reconstituir o ponto de vista dos outros

observadores e conseqüentemente descobrir o seu. É para esta diferenciação e coordenação de pontos de vista que a aprendizagem se faz necessária.

Antes de analisar as três últimas variáveis, gostaríamos de lembrar ao leitor que em momento algum este estudo teve juízo de avaliação. O procedimento de cada qual diante da atividade é que diferiu e caracterizou os níveis de desempenho.

A primeira variável que comentaremos é a ordem de aplicação do instrumento diagnóstico, para verificar se a ordem influenciou nos resultados. Fizemos a análise com os grupos direto e inverso, observando o desempenho de todas as crianças ao longo das 13 atividades. Com esses dados organizamos a tabela abaixo, com um resumo do desempenho dos dois grupos com relação às atividades deste estudo.

ATIVIDADES	1 ^a E 2 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	13 ^a
GD			X	X			X		X
GI	X								

TABELA 5.31: Desempenho dos grupos nas atividades deste estudo.

Na tabela 5.31 utilizamos o critério de assinalar com **X** a atividade em que o grupo apresentou melhor desempenho. Nas atividades 6, 9, 10 e 12, não observamos uma diferença acentuada entre os dois grupos. Mas percebemos que o GD se destacou nas atividades 7, 8, 11 e 13, e o GI nas atividades 1 e 2, o que nos faz pressupor que houve uma possível interferência de aprendizagem durante a aplicação do instrumento diagnóstico.

As outras duas variáveis são: quanto ao gênero, para averiguar se houve diferença entre o desempenho das meninas e meninos, e a questão das séries, a 4^aA se destacava na escola em relação à 4^aB em alfabetização e raciocínio lógico.

A tabela abaixo apresenta uma síntese dos desempenhos das meninas e dos meninos, assim como da 4^aA e 4^aB. Assinalamos com **X** a atividade em que a criança apresentou melhor desempenho.

Atividades	Meninas	Meninos	4ªA	4ªB
1 e 2	X	X	X	
6	X			X
7	X			X
8		X	X	
9	X		X	
10	X		X	X
11	X		X	
12		X	X	
13	X		X	

TABELA 5.32: Resumo dos desempenhos nas atividades deste estudo quanto ao gênero e à série.

Com a análise dos resultados da tabela 5.32 quanto à série, notamos que as crianças da 4ªB apresentaram melhor desempenho que a 4ªA apenas em três atividades. Uma possível interpretação para tal fato é que a imagem que as pessoas fazem de si mesmas tem relação com a imagem que os outros têm delas. As crianças da 4ªB tinham a imagem de crianças com desempenho aquém da 4ªA, logo apresentaram um desempenho inferior. Não estenderemos nossa análise sobre essa variável, visto que não era de nosso interesse aprofundar aspectos desse tópico, mas, a partir desses dados, sugerimos uma investigação quanto a até que ponto a imagem que os professores fazem dos alunos influencia em seus desempenhos.

Quanto ao gênero, não notamos uma diferença nas atividades 1 e 2, e já no restante das atividades, observamos que as meninas, de um modo geral, apresentaram melhor desempenho que os meninos. Eles apresentaram melhor desempenho nas atividades 6, 8 e 12, que tratavam de construir uma fileira retilínea de postes com palitos de fósforos, desenhar as cinco posições de um cartão circular e reconhecer quatro fotos referentes a uma pista de skate respectivamente. Enquanto as meninas apresentaram mais habilidades nas atividades 7, 9, 10, 11 e 13, que tratavam de desenhar as cinco posições de um lápis, desenhar uma longa estrada reta, reconhecer entre seis desenhos a imagem mais adequada, às margens de uma longa estrada reta, desenhar as sombras projetadas de cinco objetos e reconhecer as posições de cinco fotos de uma pista de skate respectivamente.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

6.1 INTRODUÇÃO

A realização desta pesquisa, que constou de um instrumento diagnóstico aplicado às crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e formou o nosso conjunto de dados, teve por objetivo determinar os processos e habilidades que as crianças disponibilizam ao lidarem com tarefas referentes à perspectiva (método de representar a ilusão de profundidade espacial numa superfície plana).

O presente capítulo está elaborado em quatro partes, sendo a primeira voltada para a síntese dos principais resultados, a partir dos quais responderemos às nossas questões de pesquisa. Na seqüência faremos sugestões para futuras pesquisas e para o ensino de assuntos relacionados à perspectiva.

6.2. SÍNTESE DOS PRINCIPAIS RESULTADOS

Para melhor expormos nossas conclusões e assim respondermos às nossas questões de pesquisa, apresentaremos uma síntese dos principais resultados discutidos no capítulo da análise, tecendo comentários sobre eles. Ainda, para efeito de organização, esses resultados serão apresentados segundo a ordem das atividades:

1a. A partir dos resultados das questões sobre exploração tátil (atividades 1 e 2), observamos que as formas circulares foram aquelas que as crianças desenhavam e reconheciam melhor.

Explicamos tal resultado pela não necessidade de a criança explorar minuciosamente as figuras, uma vez que estas não apresentam lados nem ângulos. Já nas demais figuras, essa exploração mais detalhada em relação aos ângulos e lados era necessária, o que dificultava o sucesso na atividade. Isso foi observado principalmente no ato de desenhar pois não conseguiam interpretar, pelos procedimentos táteis, que os ângulos entre as faces e o número de lados interferiam na forma do objeto. Esse resultado está em consonância com os encontrados por Piaget & Inhelder (1993).

1b. Quanto às formas não circulares, percebemos que as crianças apresentaram habilidades para desenhar e reconhecer os polígonos com formas mais conhecidas por elas, como o triângulo, o quadrado, o hexágono e o losango, isto é, preservaram a forma. Já os polígonos que apresentavam reentrâncias foram os mais difíceis de serem desenhados e reconhecidos, porque são figuras que requerem agrupar muitos elementos referentes a ângulos e lados.

Fica evidente aqui a influência do fator familiaridade e experiência prévia com determinadas figuras. Em outras palavras, as figuras que, de alguma forma, já tinham sido vistas, manipuladas e/ou desenhadas em sala de aula, foram aquelas que melhor foram reconhecidas e reproduzidas pelas crianças.

1c. As crianças, ao perceberem as faces que compõem o sólido, detinham-se apenas em uma delas, não compondo a configuração desse sólido como um todo, seja no desenho, seja no reconhecimento. É interessante observar que as crianças, ao explorarem os sólidos geométricos, mostravam-se insatisfeitas e inseguras, chegando a tecer comentários como: “*não sei como se faz*”, “*o desenho está errado*”, “*vou tentar*”. Com isso, desenhavam e

identificavam através de uma única face. Segundo Parzysz (1988), as crianças desenham figuras usando as propriedades que conhecem do objeto.

Defendemos a idéia de que as poucas crianças que apresentaram habilidade para representar adequadamente os sólidos geométricos o fizeram por estar relacionada à sua experiência pessoal. Isto é, houve influência do meio no sucesso dessas poucas crianças, já que tal conhecimento não havia sido trabalhado no contexto escolar com essas crianças.

2. A questão da conservação da forma do quadrado (atividade 3), notamos que a maioria das crianças não preservou as dimensões dos lados. Os atributos do quadrado mais lembrados pelas crianças foram os quatro lados e os quatro ângulos retos. Ressaltamos a tendência das crianças em acompanhar a borda da folha para desenhar o maior quadrado.

Embora estivesse nos desenhos das crianças o atributo 'lados paralelos', esse não foi explicitamente considerado por elas.

3a. Na questão da noção do ponto (atividade 4), notamos que as crianças têm a idéia do ponto como um objeto concreto, e fazem confusão entre o conceito (abstrato) e a representação (concreto) do mesmo.

Consideramos que essa é uma dificuldade plausível nesse nível de escolaridade, pois essas crianças encontram-se nos limites do perceptível e do manipulável, provocando conflito entre a representação (concreto) e o conceito (abstrato).

3b. Quanto à atividade em que se pedia para que efetuassem várias divisões de um segmento de reta, notamos que, ao perguntarmos '*Se a gente dividir cada vez mais, o que encontraremos no fim?*', estávamos induzindo as crianças para a existência de um final, o que merece ser repensado para

próximas pesquisas. Visto que os resultados obtidos dessa atividade ficaram limitados às três respostas: *traço*, *ponto* e *nada*.

4. A atividade 5, a criança admitia verbalmente que a reta contém vários pontos, mas, quando da sua representação, feita a partir de um conjunto de pontos, surgia um conflito entre essa idéia (abstrato) e a representação (concreto).

5. A palavra “entre”, ainda, causou dificuldade para algumas crianças, na atividade 6. Não calculamos o número exato de crianças que apresentaram essa dificuldade, mas ela foi freqüente, o que chamou a atenção da pesquisadora. As crianças apresentaram habilidade para acompanhar as bordas das tábuas circular e retangular e têm a noção de alinhamento retilíneo.

Verificamos que a habilidade das crianças para alinhar os postes estava relacionada, mais uma vez, às suas experiências anteriores em jogos infantis, tais como, bolinha de gude, botões e taco, visto que essas brincadeiras proporcionam uma prática de mirar objetos.

6 A análise das atividades 7 e 8 nos permitiu constatar que as crianças apresentaram dificuldades em interpretar e representar as posições de objetos no espaço. As crianças demonstraram mais habilidade em representar as posições horizontal e vertical desses objetos.

Uma explicação possível para esse comportamento é que essas posições sejam as mais familiares para as crianças, as que são mais desenhadas, tanto no contexto escolar como fora dele.

Quanto às posições oblíquas do objeto, as crianças pareciam não ter idéia de que era possível representar essas posições modificando suas dimensões e

forma. De fato, a linha oblíqua que elas desenhavam era usada para indicar a inclinação do objeto (a profundidade).

7. Com relação ao desenho das margens de uma estrada longa e retilínea (atividades 9 e 10), a maioria das crianças não apresentou procedimentos adequados para representá-la. Elas preservaram a propriedade das retas paralelas, na qual a distância entre elas é constante. Ressaltamos que, das quatro crianças que fizeram desenhos adequados, três já tinham viajado e comentaram que lembravam que as margens das estradas pareciam se encontrar.

É possível supor, mais uma vez, que a experiência dessas crianças certamente influenciou os procedimentos de representação em perspectiva.

A questão que envolve essa representação gera uma situação de conflito, visto que, pelo conceito, retas paralelas não se cruzam, mas, por outro lado, temos a imagem visual de que se encontram num determinado ponto. Logo, visualizar e representar um objeto no espaço requer um aprendizado, pois quando vemos algo, existem diferentes maneiras de ver, portanto, diversas interpretações e representações, dependendo do ponto de vista.

8. Na representação das sombras dos objetos (atividade 11), as crianças apresentaram dificuldade de interpretar o que estavam vendo, não conseguiam fazer associação entre as formas da sombra e do objeto. Algumas ficaram surpresas ao notarem essas projeções, nas quais, além das alterações das dimensões, surgiam as mudanças de forma. O fator que mais influenciou foi o aspecto egocêntrico da criança que não conseguia se desprender do seu ponto de vista, pois seus desenhos eram mais semelhantes à forma dos objetos projetados do que às sombras.

Acreditamos que essas crianças tenham tido uma aprendizagem voltada para a Geometria plana e, por isso, não apresentavam habilidades suficientes para interpretar e representar objetos no espaço.

9. Nas atividades 12 e 13, que tratavam do envolvimento de vários pontos de vista, o ato de reconhecer tornou-se mais complexo para as crianças; pois na apresentação de dez fotos, simultaneamente, para reconhecer a mais apropriada, a maioria não conseguiu associar as fotos às devidas posições de onde foram tiradas. Esta tarefa foi considerada difícil pelas crianças. Quando foi apresentada uma única foto para predizer de onde havia sido tirada, a maioria das crianças o fez com facilidade.

Embora o resultado aponte para um melhor desempenho em predizer (agir) que em reconhecer, temos que levar em consideração que, enquanto a atividade de predição envolveu apenas uma foto, a de reconhecimento envolveu dez fotos, o que exigiu da criança uma coordenação entre olhar as fotos e observar a qual posição da pista ela se referia simultaneamente e várias vezes. Portanto, não nos sentimos aptas para concluir que nestas questões (12 e 13) houve um melhor desempenho na predição do que no reconhecimento.

Para Piaget e Inhelder (1993), o entendimento da perspectiva inicia-se quando a criança consegue perceber que, além de seu ponto de vista existem outros, e, a partir disso, notar a diferença entre eles. Essa diferença será assimilada através de atividades que desenvolvam na criança a capacidade de coordenar um conjunto de pontos de vista. Pressupomos que um trabalho desenvolvido com esse tipo de atividade, com a preocupação de variar os objetos entre os significativos e estimulantes para a criança, possa melhorar a habilidade de visualização.

10. Comparando os desempenhos dos dois grupos, observamos que o grupo direto destacou-se nas atividades 7, 8, 11 e 13, e o grupo inverso, nas

atividades 1, 2. Nas demais atividades, os desempenhos foram semelhantes nos dois grupos.

Percebemos com esses dados que houve uma certa influência no desempenho das crianças com relação à ordem do experimento, pois a concentração de destaque do grupo direto deu-se nas últimas atividades, e do grupo inverso, nas primeiras atividades. Para Piaget, o conhecimento é o resultado da ação do sujeito sobre o objeto, logo, pode até ter havido aprendizado com o transcorrer das atividades, mas não o podemos garantir através dos dados obtidos no nosso instrumento diagnóstico.

6.3 RESPOSTAS ÀS NOSSAS QUESTÕES DE PESQUISAS

- *Como as crianças representam, a partir da exploração tátil, as figuras planas e não planas?*

Com base nos itens **1a**, **1b** e **1c** da síntese dos resultados, concluímos que, ao menos para essas crianças, a representação das figuras planas passa necessariamente pela familiarização, e que não há uma preocupação rigorosa com os atributos das figuras (dimensão e ângulo), o que faz com que figuras circulares sejam mais facilmente desenhadas (mais próximo da forma da figura tateada), e que os polígonos côncavos, ao contrário, sejam mais difíceis de representar adequadamente.

Quanto às figuras não planas, as crianças tendem a representá-las como se fossem figuras planas, isto é, com apenas uma face.

Fica evidente, nas representações desses dois tipos de figuras, que a ausência da aprendizagem foi um fator decisivo para uma boa representação e que a familiarização das figuras foi um auxílio determinante.

- *Existem formas de representar mais fáceis do que outras para as crianças?*

Pelos resultados 1A e 1B, podemos afirmar que as formas arredondadas e as mais familiares (triângulo, quadrado, hexágono e losango) para as crianças deste estudo foram as mais fáceis de representar.

- *Como as crianças interpretam objetos em perspectiva? E como as representam?*

A síntese dos resultados 6, 7 e 8 nos permite concluir que as crianças têm dificuldades em interpretar objetos em perspectiva, não conseguem entender como representar esses objetos no plano. Percebemos que suas representações se restringem a figuras planas, ficando evidente a necessidade de uma aprendizagem voltada à representação de objetos tridimensionais no plano.

- *Será que crianças conseguem sair do seu ponto de vista?*

A maioria das crianças pesquisadas não conseguiu sair do seu ponto de vista. Tal fato deve-se aos aspectos egocêntricos e à falta de habilidade para interpretar e visualizar pontos de vista diferentes dos seus. Elas apresentaram problemas de lateralidade e ângulo de visão.

- *As crianças trazem consigo experiências e habilidades distintas?*

Sim, tendo em vista que a maioria das situações envolvidas na pesquisa não era fruto de uma aprendizagem escolar, no decorrer do experimento encontramos diferentes experiências e habilidades individuais.

- *Quais os procedimentos e habilidades que as crianças disponibilizam na 4ª série, quando resolvem tarefas referentes à perspectiva?*

Considerando a síntese dos principais resultados obtidos, quando resolveram as atividades que envolviam a representação da profundidade, as crianças desta pesquisa apresentaram os seguintes procedimentos e habilidades:

- a) desenharam e reconheceram os sólidos geométricos deste estudo através de uma única face.

b) conceituaram reta e retas paralelas, mas não conseguiram representar as margens paralelas de uma estrada longa e reta, a maioria dos desenhos da estrada estava sem fugidias.

c) mostraram dificuldade nas representações dos deslocamentos das diferentes posições oblíquas dos objetos (lápis e disco) e, com menor intensidade, nas posições verticais e horizontais desses objetos.

d) aspecto egocêntrico que dificultou desprenderem-se de seu ponto de vista.

Consideramos, com base em Piaget e Inhelder (1993), que as crianças com 10 e 11 anos já deveriam, a princípio, ter condições de fazer todas as atividades propostas com sucesso. E que os autores consideram, além da questão de maturação, a de aprendizagem. Acreditamos portanto, que as crianças deste estudo já teriam a maturação, mas precisariam desenvolver as habilidades de visualização e representação dos objetos no espaço. Segundo Bishop (1983), essas habilidades são ensináveis, desde que sejam fornecidas experiências apropriadas.

6.4 SUGESTÕES PARA O ENSINO DECORRENTE DAS CONCLUSÕES

Acreditamos que o professor, ao modificar práticas em sala de aula, no sentido de orientar-se por materiais mais comprometidos com a questão da representação, incentivando o uso de desenhos, o manuseio e a construção de sólidos geométricos, por meio de um ensino dinâmico, interativo e criativo, estará criando melhores condições para os alunos desenvolverem o pensamento espacial, o que aumentaria as habilidades das crianças para interpretar as transformações projetivas e facilitaria o entendimento de futuros conceitos geométricos.

Enfatizando a pesquisa de Bishop (1983), que demonstra que existe inter-relações entre a habilidade espacial e o desenvolvimento do pensamento geométrico, e de Freudenthal (1973), educador matemático que defende que o desenvolvimento curricular no estudo da Geometria deva ser em torno de um curso intuitivo visual, antes ou em paralelo ao dedutivo, sugerimos o desenvolvimento do

senso espacial desde as primeiras séries do Ensino Fundamental, com o rigor apropriado à maturação da criança.

Essa aprendizagem voltada para o desenvolvimento do pensamento geométrico, através de descrições e modelos do mundo físico, acreditamos que ajudaria o aluno a identificar, descrever, comparar, modelar, desenhar e classificar figuras em duas e três dimensões.

Salientamos, ao longo desta pesquisa, algumas atividades que se destacaram por serem mais prazerosas para as crianças do que outras. A exploração tátil é um exemplo dessas atividades, pois, pela disposição apresentada pelas crianças na sua execução, mostrou-se mais uma brincadeira do que uma tarefa escolar. Essa observação pode ser comparada com as conclusões de Bertonha (1989). Outra atividade que também nos chamou a atenção foi a de projeção das sombras, devido às mesmas características da exploração tátil e por facilitar o entendimento das transformações projetivas.

6.5 SUGESTÕES PARA FUTUROS ESTUDOS

Para os próximos estudos ligados a esse tema, poderíamos sugerir um aperfeiçoamento das atividades ligadas ao espaço representativo, com ampliações e adaptações das atividades aqui apresentadas, e de outras que constam da obra de Piaget e Inhelder (1993), que não tivemos condições de desenvolver pela amplitude da pesquisa que o livro apresenta.

Observamos, neste estudo, que as crianças perceberam a falta de conhecimento para representar os objetos no plano, portanto, qual seria a influência da aprendizagem da perspectiva desde as primeiras séries do Ensino Fundamental no desenvolvimento das noções geométricas da criança?

Embora não tivéssemos uma questão de pesquisa específica sobre gênero, consideramos essa variável na análise, e nossos resultados indicaram diferença no desempenho geral das crianças a favor das meninas. Esses resultados são

diferentes dos apresentados por Liben & Golbeck (1980), Fennema eTartre (1985) Tartre (1990) e Clement & Batista (1990), que nos seus estudos encontraram que os homens se saem melhor em atividades que envolvem visualização espacial. Por esse motivo, sugerimos que pesquisas mais detalhadas sobre a relação gênero X visualização espacial sejam feitas com crianças brasileiras, explorando, inclusive, diversos níveis de escolaridade e idades.

Na montagem do nosso universo de estudo, tivemos também a preocupação em trabalhar com duas classes – 4^aA e 4^aB – cujos desempenhos estudantis eram considerados diferentes. Os nossos resultados apontaram as crianças da 4^aA como apresentando um melhor desempenho em sete das dez atividades em que pudemos fazer essa comparação. A 4^aB era justamente a classe considerada, pela escola, como a mais 'fraca'. Pareceu-nos que o desempenho das crianças estava diretamente relacionado com a imagem que seus professores faziam delas, mostrando uma possível relação entre a imagem que a escola faz do aluno e seu desempenho (mesmo em atividades cujo conteúdo é novo). Contudo, não temos dados suficientes para ir além de hipóteses. Logo, sugerimos uma investigação que busque estudar a relação entre a imagem que os professores fazem dos alunos e os desempenhos desses alunos.

Consideramos válido repensar a questão que investiga a figura obtida de sucessivas divisões de um segmento de reta. Deixamos como sugestão a entrevista clínica utilizada por Piaget e Inhelder (1993), que através dela, conseguiram levar as crianças de seu estudo à idéia ilimitada dessas divisões.

Constatamos neste estudo que as crianças apresentaram habilidade para acompanhar a borda da tábua tanto de forma circular como retangular e também o contorno do papel. Deixamos como questão: Até que ponto a borda influencia a ação das crianças?

CAPÍTULO 7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

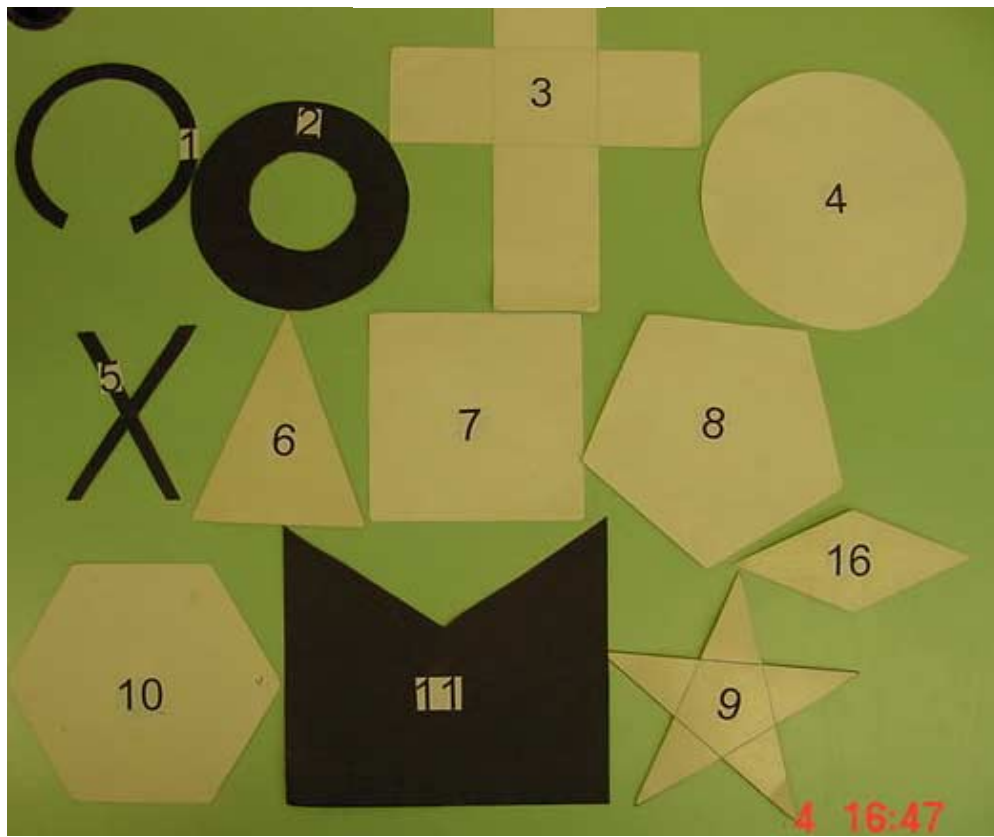
- ABBAGNAMO, N. *Dicionário de filosofia*. Editora Mestre Jou. São Paulo, 1970.
- BECKER, F. “*Saber ou ignorância: Piaget e a questão do conhecimento na escola pública*”. *Psicologia*, USP, p.77-87, São Paulo, 1990.
- BISHOP, A. “*Space and Geometry*”. In: LESH, R; LANDAU, M.” *Acquisition the mathematics concepts and processes*”, p.175-203, Academic Press Inc. Orlando, Florida, 1983.
- BERTONHA, R. A. “*O ensino de geometria e o dia a dia na sala de aula*”. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, 1989.
- BOYER, C. B. “*História da Matemática*”. Tradução de Elza F. Gomide, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1974.
- BRITO, M. R. F. “*Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus*”. Tese de Livre Docência, UNICAMP, Campinas, SP, 1996.
- CAVALGA, A. P. V. “*Espaço e Representação Gráfica: Visualização e interpretação*”. Dissertação de Mestrado, PUC, São Paulo, 1997.
- CLEMENTS, D. H. / BATTISTA, M. T. “*Geometry and spatial reasoning*”. Handbook, cap.18, p.420-463, 1989.
- CLEMENTS, D.H; SWAMINATHA, S; HANNIBAL, M.Z; SARAMA, J. “*Children’s Concepts of shape*”. *Journal for Research in Mathematics Education*. vol. 30. nº 2, p.192-212.

- COLL,C . “*Aprendizagem e o ensino de procedimentos*” In: COLL,C; POZO, J.L; SARABIA, B; VALLS, E. “*Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes*” Tradução de Beatriz Affonso Neves. Artes Médicas, Porto Alegre, 1998.
- CORONA, E/ LEMOS, C. A. C.”*Dicionário de arquitetura brasileira*” Companhia de Artes. São Paulo, 1989.
- CUMMING, R. “*Para entender a arte*” Editora Ática. São Paulo, 1996.
- DIENES, Z. P. GOLDING, E. W. “*Topologia, geometria projetiva e afim*” EPU, São Paulo, 1974.
- DORIN E. “*Dicionário de psicologia*”. Edições Melhoramentos. São Paulo,1978.
- FAZENDA, I. “*Metodologia de Pesquisa Educacional*”, Cortez Editora, São Paulo, 1989.
- FERREIRA, A. B. H. “*Novo dicionário da língua portuguesa*” Editora Nacional. São Paulo,1999.
- FLAVELL, J. H. “*A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*”, 3ª edição, Editora Pioneira, São Paulo, 1988.
- FUYS, D.J.; LIEBOV, A. K. “*Geometry and spatial sense*”. Research ideas for the Classroom – Early Childhood Mathematics, pp. 195 – 221. New York, NY, 1993.
- GARDNER, H. “*Inteligências múltiplas, a teoria na prática*”, Editora Artes Médicas, Porto Alegre, 1995.
- FREUDENTHAL, H. “*Weeding and sowing: preface to a science of mathematical educations*”. Dordrecht, 1980.

- FREUDENTHAL, H. *“Mathematics as an Educational Task”*. D. Reidel Publish Company/ Dordrecht –Holland, 1973.
- HERSHKOWITZ, R. *“Aspectos psicológicos da Aprendizagem da Geometria”*. Boletim GEPEM, nº 32, Rio de Janeiro, pp. 3 – 31, 1994.
- _____ *“Visualização em Geometria – As Duas Faces da Moeda”*. Boletim GEPEM, nº 32, Rio de Janeiro, pp. 45 – 61,1994.
- IMENES, L. M., JAKUBOVIC, J. E LELLIS, M. *“Novo Caminho Matemática”*. Editora Scipione, São Paulo, 1998.
- ISOLANI, C.M.M., SIEDEL, C.M.T. *“Depende do ponto de vista!”*. Editora Brasil S/A, São Paulo, 1991.
- JAMES&JAMES. *“Mathematics dictionary”*. Third edition. Princeton, New Jersey. 1968.
- LARROUSE ENCICLOPÉDIA DELTA. Editora Delta, vol.9, Rio de Janeiro, 1960.
- MAGINA, S. *“Investigating the factors wich influence the child’s conceptions of angle”* Tese de doutorado. University of London, 1994.
- MEC: Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria do Ensino Fundamental. *“Parâmetros curriculares nacionais: Matemática”* (terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental), 1998.
- _____ *“Parâmetros curriculares nacionais: Matemática”* (primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental), 1997.
- MEDALHA, V. L. L. *“A Visualização no Estudo da Geometria Espacial”*. Dissertação de Mestrado, MEM / USU, Rio de Janeiro, 1997.
- NOVA CULTURAL *“Os grandes artistas: gótico e renascimento”*. São Paulo, 1991.

- PAIS, L. C. “A noção didática de configuração geométrica”. Revista do LEMA, n.º 4, p. 6-9, Departamento de Matemática, Universidade de Mato Grosso do Sul, 1994.
- PAVANELLO, R. M. “Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas”. Tese de Livre Docência. UNICAMP, Campinas, SP, 1995.
- PARZYSZ, B. “Espace, Géometrie et dessin. Une ingénierie didactique pour l'apprentissage, l'enseignement et l'utilisation de la perspective parallèle au lycée”. Artigo RDM, Vol.11, n.23, pp211-240, 1991.
- PARZYSZ, B; COLMEZ F. “Le vu et le su dans l'évolution de dessins de pyramides du CE2 a la seconde”. IREM, Universidade de Paris 7 et IUFM de Lorraine, 1989.
- PIAGET, J; GARCIA, R. “Psicogênese e história das ciências”. Publicações Dom Quixote, Lisboa, (1987).
- PIAGET, J. “A formação do símbolo na criança: imitação, Jogo e Sonho, Imagem e Representação”. Zahar Editores, 2ª edição, Rio de Janeiro, 1975.
- PIAGET, J; INHELDER, B. “A representação do espaço na criança”. Tradução de Bernardina M. de Albuquerque, Editora Artes Médicas Sul Ltda, Porto Alegre, 1993.
- _____ “A psicologia da Criança”. Tradução de Octavio Mendes Cajado, Bertrand Brasil, 15ª edição, Rio de Janeiro. 1998
- STACHON, R. M. B. “Representações do Cotidiano”. Editora do Brasil, vol.1, São Paulo, 1998.
- THIOLLENT, M. “Metodologia da pesquisa – ação”. Editora Cortez, São Paulo, 1996.
- VIANA, O. P. “O conhecimento de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito”. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

ANEXO 1



ANEXO 2

Nome: _____ idade: _____.

1ª Atividade: Através do toque, desenhe e dê nomes aos objetos dados atrás do anteparo, você não poderá vê-los. Concentre-se e capriche.

1	2
3	4
5	6
7	8

9	10
11	12
13	14
15	16
17	

ANEXO 3

2ª Atividade: Você tem várias figuras a sua frente, descubra qual é o desenho que melhor corresponde ao modelo apalpado. Será que você é um bom detetive? Dê nome à figura.

Figura 1 _____

Figura 2 _____

Figura 3 _____

Figura 4 _____

Figura 5 _____

Figura 6 _____

Figura 7 _____

Figura 8 _____

Figura 9 _____

Figura 10 _____

Figura 11 _____

Figura 12 _____

Figura 13 _____

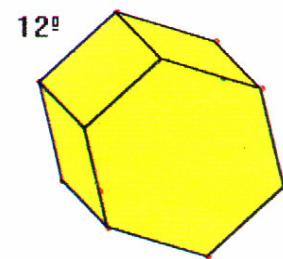
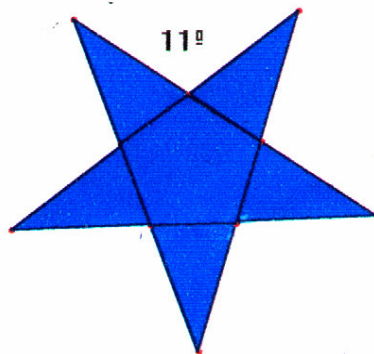
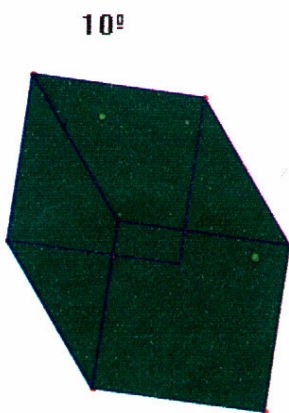
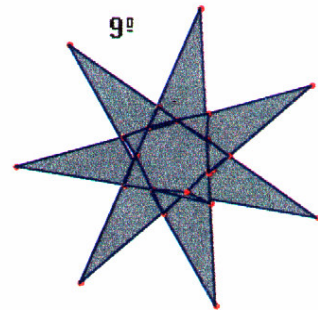
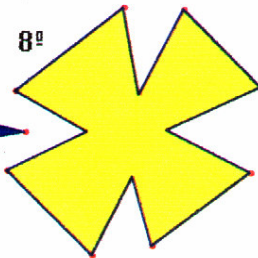
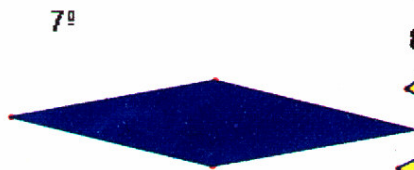
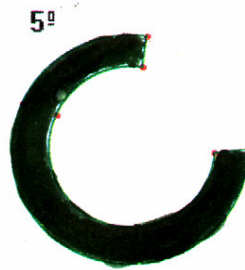
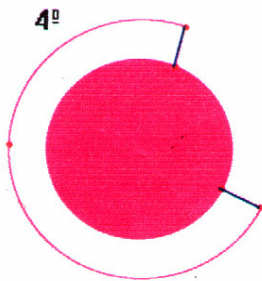
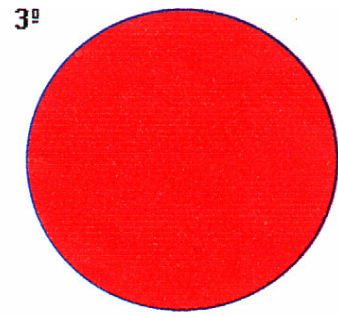
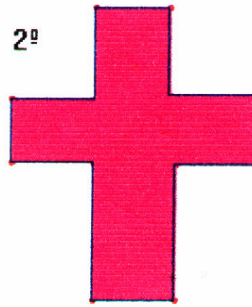
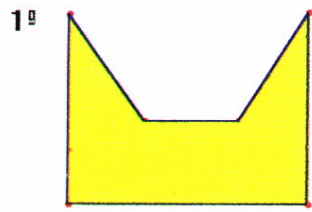
Figura 14 _____

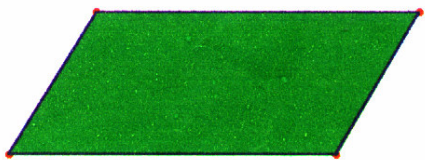
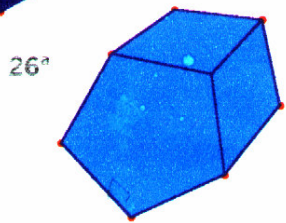
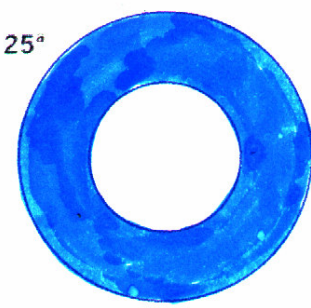
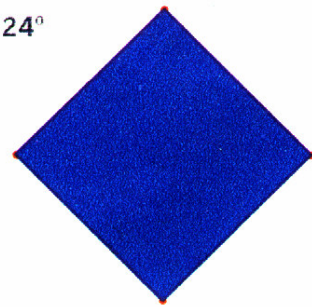
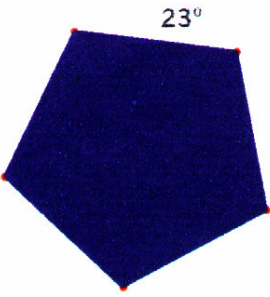
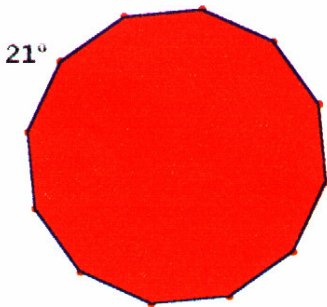
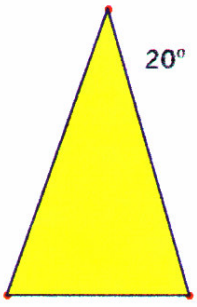
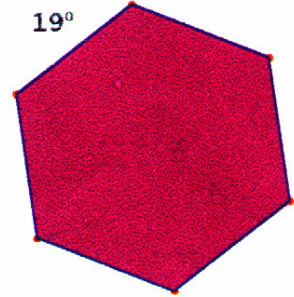
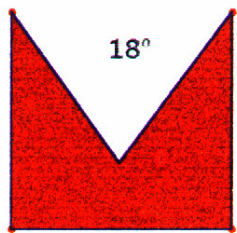
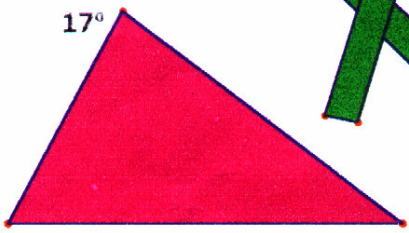
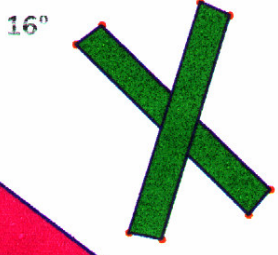
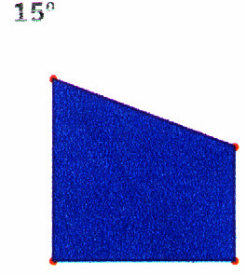
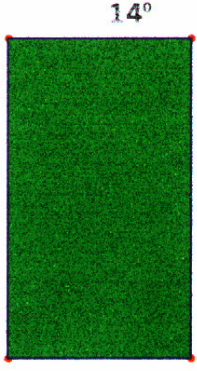
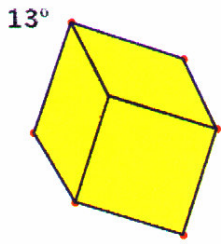
Figura 15 _____

Figura 16 _____

Figura 17 _____

ANEXO 4

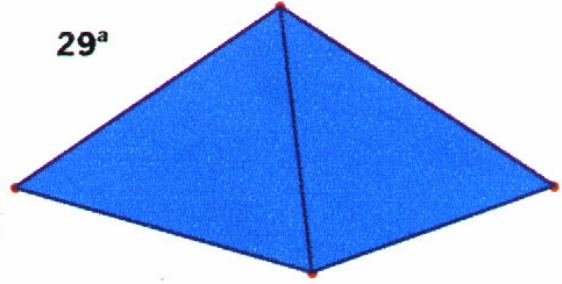




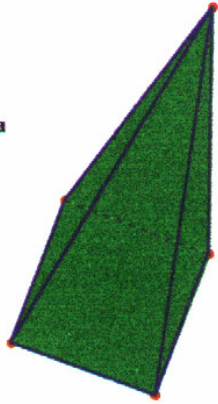
28^a



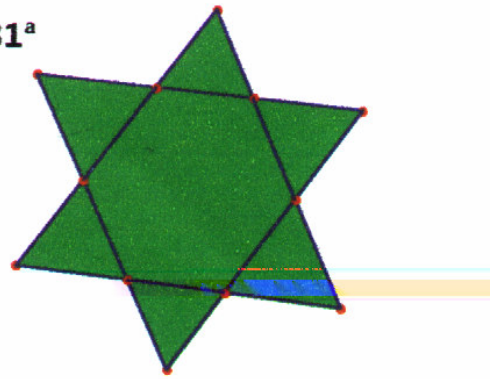
29^a



30^a

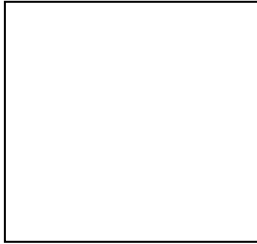


31^a



ANEXO 5

3ª Atividade :Observe o quadrado abaixo e tente desenhar um quadrado tão pequeno que não seja possível fazer menor.



Responda:

1) Qual é a forma do menor quadrado possível?

2) Se alguém conseguir diminuir ainda mais, qual seria essa figura?

Agora, desenhe o maior quadrado possível na parte detrás da folha.

ANEXO 6

4ª Atividade: Observando o desenho abaixo, desenhe a metade desse segmento de reta, depois a metade da metade, e continue dividindo até não dar mais.



Pergunta: Se a gente divide cada vez menor o que encontra no fim?

5ª Atividade

a) Colocar tantos pontos quanto possíveis entre os pontos abaixo:

A B

b) Quantos pontos existem entre A e B? _____

c) Forma uma linha? _____

ANEXO 7

7ª Atividade:

Observar a lápis visto por você e por mim (a 90º de você).

Desenhe o que você e eu observamos nas cinco posições apresentadas.

O desenho visto por você.

O desenho visto por mim.

1ª posição	
2ª posição	
3ª posição	
4ª posição	
5ª posição	

ANEXO 8

8ª Atividade:

Observar o disco visto por você e por mim (a 90º de você).

Desenhe o que você e eu observamos nas cinco posições apresentadas.

O desenho visto por você.

O desenho visto por mim.

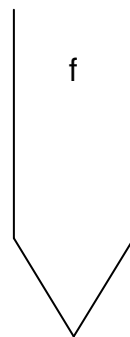
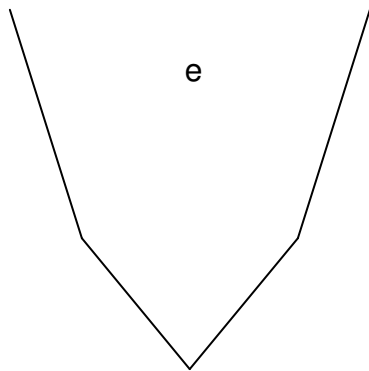
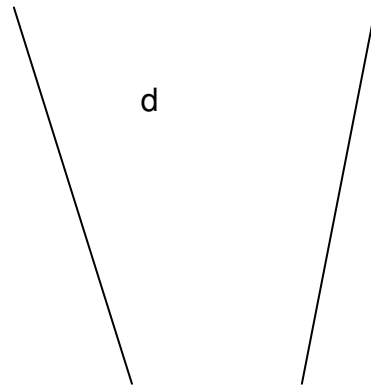
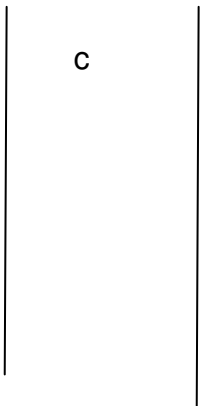
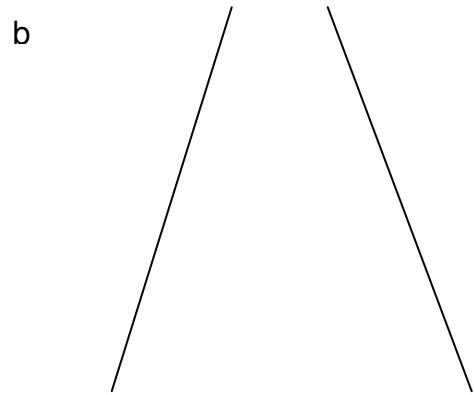
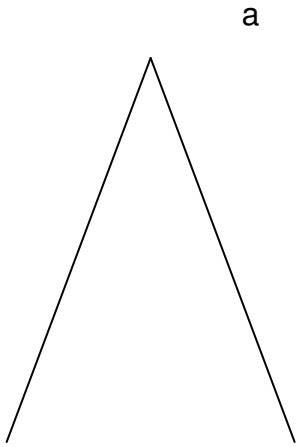
1ª posição	
2ª posição	
3ª posição	
4ª posição	
5ª posição	

ANEXO 9

9ª Atividade: Imagine uma estrada muito longa, como se fosse uma reta sem fim. A estrada está interditada por um motivo qualquer, ou seja, não tem nenhum carro na estrada. Imagine você nesta estrada olhando esta reta até a “visão se perder”. Como você desenharia esta estrada. Em seguida desenhe alguns postes nas margens da estrada.

ANEXO 10

10ª Atividade. Feito o seu desenho da estrada, qual o item melhor para representar sua estrada paralela?



ANEXO 11

11ª) Observe as sombras dos objetos e desenhe as respectivas projeções (sombras).

1) Lápis

2) cartão circular

3) cartão retangular

4) cone

5) cones ligados pelo vértice

ANEXO 12

12ª. Atividade: Observe bem a pista de skate de dedo e todos os detalhes, como: a foto pendurada, a rampa prata, a plataforma plana, a curva da pista com o desenho da mão verde em cima de um skate, a mão vermelha em cima do skate nas laterais. Vamos considerar cinco posições. Observe o que você vê nestas cinco posições, observe bem direitinho. A posição **A** vista de frente, a posição **B** (à direita da pista, em relação à posição A), posição **C** (oposta à posição A ocupada no início), a posição **D** (à esquerda da pista, em relação à posição A) e a posição **E** (vista de cima da pista, em relação à posição A. As **dez** fotografias diferentes são da pista de skate. Você permaneça na posição A, sem se mexer, você vai escolher a melhor foto que corresponde ao que eu (observador) estou vendo, isto é, se você estivesse no meu lugar, imagine o que você estaria vendo.

a) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição B.

b) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição C.

c) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição D.

d) Escolha a fotografia que corresponde a posição do observador colocado na posição E.

13ª) Atividade. Em que posição eu (como fotógrafo) deveria estar para tirar as seguintes fotos:

Fotografia nº 01. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 03. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 07. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 09. Resposta: posição _____.

Fotografia nº 05. Resposta: posição _____.

ANEXO 12

Foto 01-LE

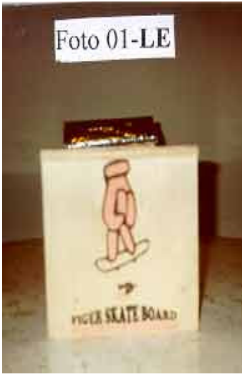


Foto 02-FD



Foto 03-LD



Foto 04-LD



Foto 05-OF



Foto 06-AFO



Foto 07-F



Foto 08-LEA



Foto 09-AF



Foto 10-OFI

